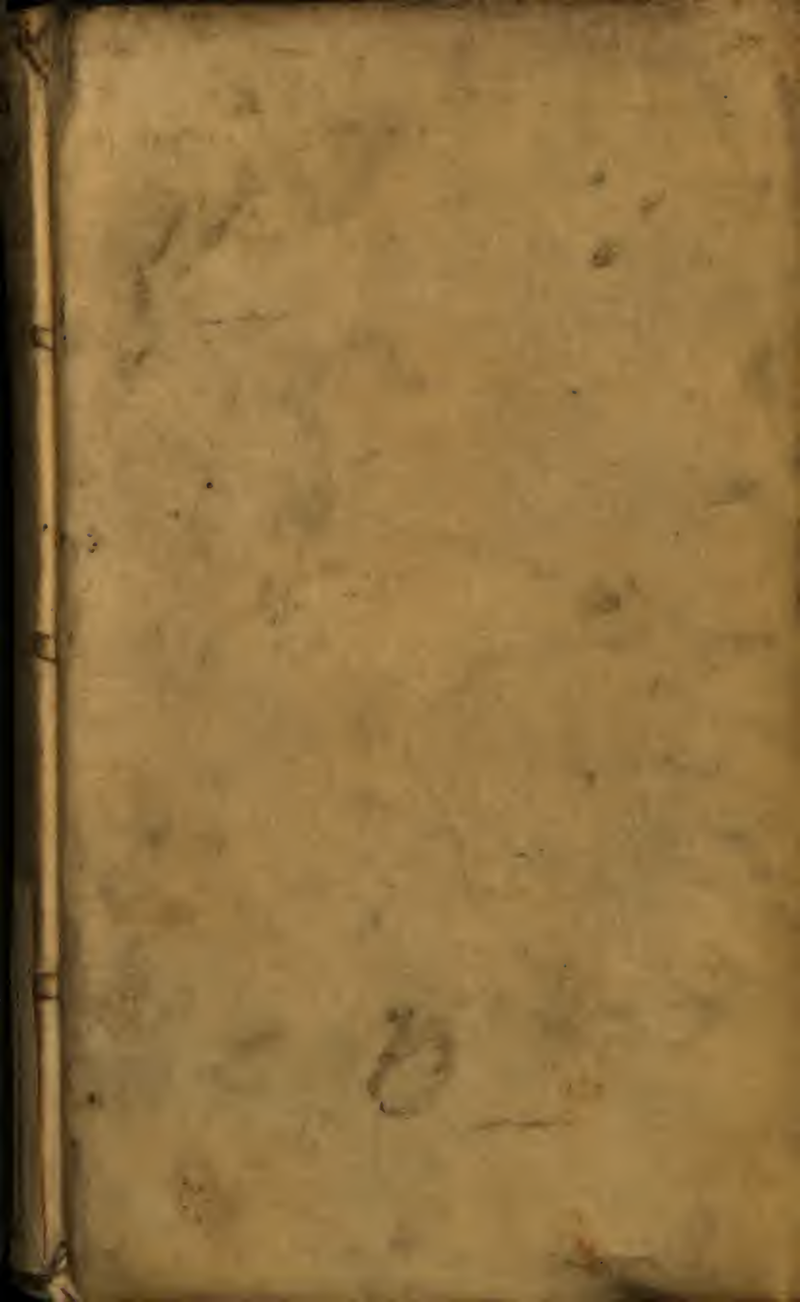
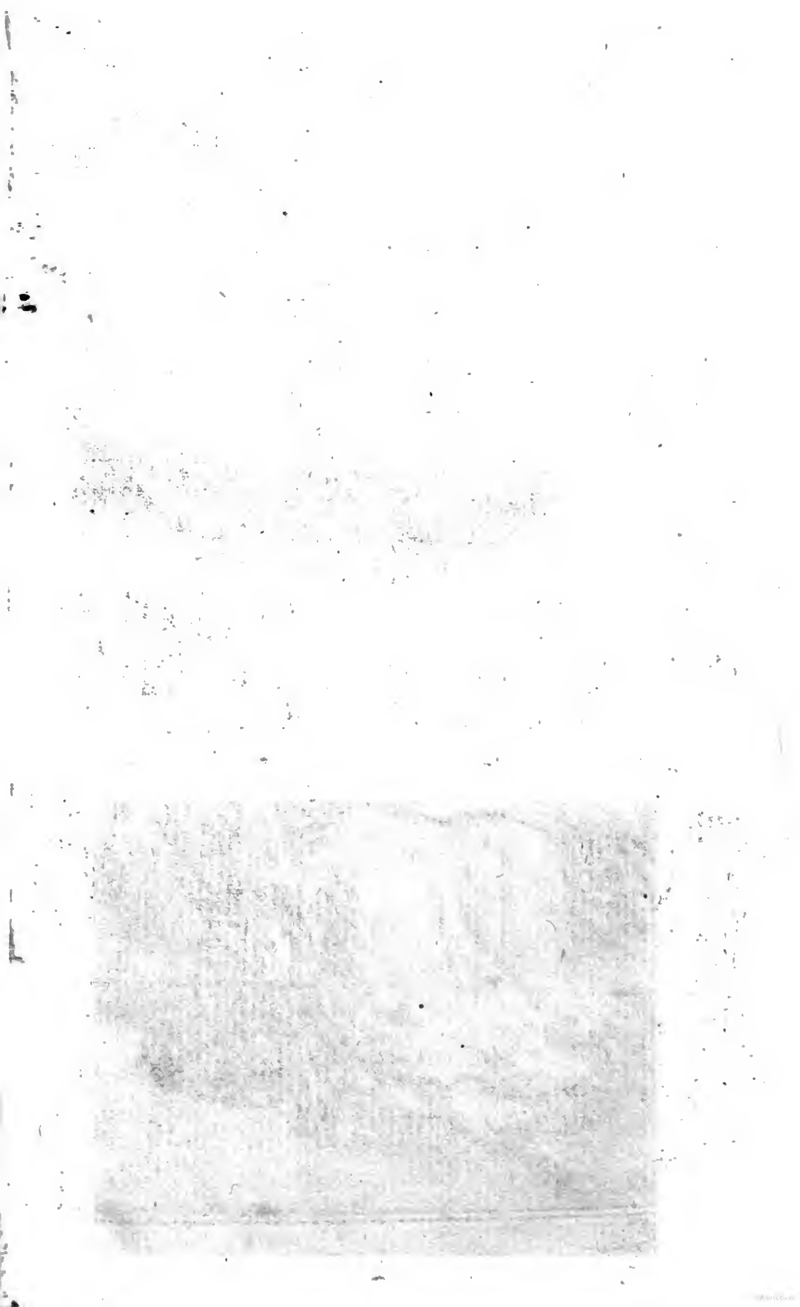






HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXIV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXVIII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

PRIVILEGIE.

DE Staten van Holland en West-Friesland doen te weten, Alzo ons te kennen is gegeven by PIERRE MORTIER, Burger, en Boekverkoper binnen Amsterdam, hoe dat hy door inkoop aan zig verkregen hadde alle de Exemplaren, Regt van Copye, en Kopere Plaaten, van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, tirés des Registres de cette Académie, commencée avec l'année 1699, jusques à présent:* Op welke Werken door Ons op den 22 January des Jaars 1706 goetgunstig Octroy was verleent aan wyle *Gerard Kuyper* om dezelve alleen met uytsluyting van alle andere geduurende den tyd van vyftien Jaaren, in zoo veele Deelen, Taalen, en Formaaten, als hy zoude goed vinden, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, met een pœnaliteit van Drie hondert Guldens tegens de Overtreeders; En door dien het opgemelde Octroy reets zedert eenigen tyd geëindigt, en hy Suppliant werkelyk bezig zynde de gemelde werken van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, tirés des Registres de cette Académie*, van Jaare tot Jaare, met het drukken te vervolgen, en boven dien te vermeerderen met een *Recueil des Machines approuvées par l'Académie Royale des Sciences dont il est parlé dans l'Histoire & dans les Mémoires de cette Académie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Académie Royale des Sciences, enrichies de plus de 200 fig.* En een *Recueil de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix proposés par l'Académie Royale des Sciences;* benevens eene *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, publiées dans son ordre;* En eindelyk nog alle de *Mémoires de Mathématique, de Physique & autres Pieces publiées par l'Académie Royale des Sciences, depuis son commencement jusques à l'année 1698 inclusivement;* wel verstaande van het laast-genoemde maar alleen die Stukken, of Deelen, die tot nog toe in de Provintie van Holland en West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; waar toe hy Suppliant zeer groote koste en moeyte genootzaakt was aan te wenden: En bedugt zynde dat eenige baatzugtige Menschen hem Suppliant in zyn voorneemen mogten willen contramineren, of alle de voorgemelde Werken in het geheel

of ten deele, of onder eenige andere Tituls ofte Naamen na te drukken, doen drukken, en te verkoopen, tot overgroote schade van hem Suppliant; en om daar in te wezen gesecureert, zo keerde den Suppliant hem tot Ons, ootmoediglyk verzoekende dat Wy hem Suppliant goetgunstig geliefden te verleenen speciaal Octroy en Privilegie, omme alleen geduurende den tyd van vyftien eerstkomende Jaaren, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum*, *Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, *avec les Mémoires de Mathématique & de Physique tirés des Registres de cette Académie*, met alle de nog volgende deelen en stukken; en *Recueil des Machines approuvées par l'Académie Royale des Sciences*, *dont il est parlé dans l'Histoire & Mémoires de cette Académie & autres*, *avec les Explications de Mrs. de l'Académie Royale des Sciences*, *Enrichies de plus de* 200 *fig.* benevens een *Recueil des Pieces qui ont remporté les Prix proposés par Mrs. de l'Académie Royale des Sciences*, en een *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Mémoires de l'Académie. Royale des Sciences*, *publiées dans son ordre*; en Eindelyk nog alle de *Mémoires de Mathématique*, *de Physique*, *& autres Pieces publiées par l'Académie Royale des Sciences*, *depuis son commencement jusques à l'année* 1698 *inclusivement*; wel verstaende van het laest-genoemde Werk maer alleen alle die stukken ofte deelen, die tot nog toe, in de Provintie van Holland of West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; alles in zoo veele deelen, Taalen, en formaaten als hy Suppliant zoude mogen goet vinden, met speciaal verbod aan alle andere om dezelve Werken, of eenige van dien in het geheel, of ten deele, of onder andere Tituls of Naamen, na te drukken, te doen na drukken, ofte elders nagedrukt zynde in deze Provintie in te brengen, te verruylen ofte te verkopen, veel min eenige uyttreksels van dezelve, van wat natuure, naame, ofte in wat Taale dezelve souden mogen zyn, te moogen maaken, ofte doen maaken, drukken of verkoopen, op een Boete van Drie-duysent Guldens, ofte soo veel het ons soude goed dunken tot meer afschrik, by de Contraventeurs te verbeuren, alsoo de Boete van Drie honderd Guldens in voorgaende Octroye van den 22. January 1706, tegens de Overtreders gestipuleerd, niet genoeg zynde om baetzugtige menschen van haar voornemen tot merkelyke schade van den Suppliant af te schrikken, en de bovengemel-

de Werken voor den Suppliant van de grootste aangelegentheyt zynde. SOO IS 'T, Dat wy de zaake ende het voorsz: verzoek overgemerkt hebbende, ende genegen wezende ter beede van den Suppliant, uyt onse regte wetenschap, Souveraine magt, ende Authoriteit, den zelven Suppliant geconsenteert, geaccordeert, en geoctroyeert hebben, consenteeren, accordeeren, en octroyeeren hem by dezen, dat hy geduurende den tyd van vyftien eerst agter een volgende Jaaren, de bovengemelde Werken in dier voegen als zulks by den Suppliant is versogt, en hier vooren uytgedrukt staat, binnen den voorsz. Onsen Lande alleen sal mogen Drukken, doen Drukken, Uytgeven, ende Verkopen, verbiedende daeromme allen ende een ygelyken dezelve Werken in 't geheel ofte ten deele, te drukken, naer te drukken, te doen nadrukken, te verhandelen of te verkoopen, ofte elders nagedrukt binnen dezelve onzen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verhandelen en verkoopen; op verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaaren, ende een Boete van Drie duysent Guldens daer en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier die de Calange doen sal, een derde part voor den Armen der plaetse daer het Casus voorvallen sal, ende het resterende derde part voor den Suppliant, en dit telkens zo menigmael als dezelve sullen werden agterhaeld. Alles in dien verstaande, dat wy den Suppliant met desen onsen Octroye alleen willende gratificeeren, tot verhoedinge van zyne schaade door het nadrukken van de voorsz. Werken, daer door in geenigen deelen verstaen, den innehouden van dien te authoriseeren ofte te advoueren, ende veel min het zelve onder onse protectie ende bescherminge eenig meerder credit, aansien ofte reputatie te geven, nemaer den Suppliant in cas daer inne iets onbehoorlyks zoude influeren, alle het zelve tot zynen laste zal gehouden wesen te verantwoorden; tot dien eynde wel expresselyk begeerende dat by aldien hy desen onsen Octroye voor dezelve Werken sal willen stellen, daer van geene geabrevieerde ofte gecontraheerde mentie sal mogen maaken, nemaer gehouden wesen het zelve Octroy in 't geheel en sonder eenige omissie daer voor te drukken, of te doen drukken; ende dat hy gehouden sal zyn een Exemplaer van de voorsz. Werken op Groot papier, gebonden, en wel geconditioneert, te brengen in de Bibliotheecq van onse Universiteit te Leyden, binnen

den tyd van ses weeken, na dat hy Suppliant de voorsz. Werken sal hebben beginnen uyt te geven, op een boete van ses hondert Guldens, na expiratie der voorsz. ses weeken, by den Suppliant te verbeuren ten behoeven van de Nederduytse Armen van de plaats alwaar den Suppliant woont, en voorts op peene van met der daat versteeken te zyn van het effect van deesen Octroye: dat ook den Suppliant, schoon by het ingaan van dit Octroy een Exemplaar gelevert hebbende aan de voorsz. onse Bibliotheecq, by zoo verre hy gedurende den tyd van dit Octroy dezelve werken zoude willen herdrukken met eenige observatien, nooten, vermeerderingen, veranderingen, correctien of anders hoe genaemt, of ook in een ander formaat, gehouden sal zyn wederom een ander Exemplaar van deselve werken geconditioneert als vooren, te brengen in de voorsc. Bibliotheecq, binnen den zelven tyd, en op de boete en pœnaliteit als vooren. Ende ten einde den Suppliant deser Onsen Consente ende Octroye mooge genieten als naar behooren, lasten wy allen ende eenen ygelyken dien het aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhouden van desen doen, laaten, ende gedoogen, rustelyk, vreedelyk, ende volkomentlyk genieten, ende gebruyken, cesseerende alle belet ter contrarie. Gegeven in den Hage, onder Onsen Groote Zegele hier aan doen hangen, op den negentienden December in 't Jaar onses Heeren ende Zaligmaakers, Duysent zeven hondert een en dertig.

J. G. V. BOETZELAER.

Ter Ordonnantie van de Staten.

WILLEM BUYS.

Aan den Suppliant zyn nevens dit Octroy ter hand gesteld by extract Authenticq, haar Ed: Gr: Mog: Resolutien van den 28 Juny 1715 en 30 April 1728, ten einde om sig daar na te reguleeren.

TA-

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

ASTRONOMIE.

MECHANIQUE.

TABLE

POUR LES

MEMOIRES.

* 4 *Ané-*

Re-

Mé-

Faute à corriger dans les Mémoires de 1729.

Page *Ligne* *Liſez*

26. $FS \times \overline{GS}^2$ eſt à $GS \times \overline{FS}^2$

Faute à corriger dans les Mémoires de cette année 1734.

Page 221. *Ligne* 7. *d'en-bas.*
bC, Liſez *bG*.



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Année M. DCCXXXIV.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR L'ELECTRICITÉ. *

NOUS avons fait en 1733 † l'Histoire abrégée de nos connoissances sur l'Electricité, matiere qui est presque encore toute neuve, & qui depuis le peu de tems qu'on s'est avisé de la traiter, n'a cessé de fournir des Phénomenes des plus surprenans. Cette Histoire ne s'est pas bornée à ce qui appartenoit à la France, ou plutôt à M. du Fay; elle a compris aussi ce qui appartenoit à l'Angleterre, & principalement à M. Gray: & comme ils ont continué à travailler tous deux en même tems, &, qui plus est, d'intelligence, leurs vues se sont ou aidées ou rectifiées mutuellement; & ce qui résulte de leur accord, ou

* V. les M. p. 691.

† p. 5. & suiv.

ou même de leur opposition, s'il s'en trouve, en doit être plus précieux aux Physiciens.

M. Gray a découvert, & M. du Fay l'a vérifié, qu'il n'est pas nécessaire, quoique nous l'ayons dit en 1733, que tous les corps soient frottés pour être électriques. Il en faut du moins excepter les corps sulphureux ou résineux, tels que le Souphre, la Cire, la Poix, la Gomme-lacque, &c. On les fait fondre, & en cet état ils n'ont aucune vertu électrique; quand on les a laissés refroidir précisément au point de pouvoir être frottés, ils n'en acquierent aucune par le frottement; mais s'ils sont entierement refroidis, & sans qu'on y ait touché, ils ont par eux-mêmes beaucoup de vertu.

Et il y a plus. Ils la conservent longtems, pourvu qu'on les envelope dans du Papier, dans de la Flanelle. On n'a encore de certitude que d'un an & demi: ce n'est pas que la vertu se soit éteinte en tems-là, c'est que l'observation n'a encore duré qu'un an & demi, & on ne sait jusqu'où elle pourra aller. Le Tourbillon électrique ne se dissipe donc pas si aisément qu'on le croyoit, & que nous l'avions dit. Il est même étonnant qu'il se conserve par une envelope appliquée au Corps, on s'imagineroit qu'il devroit plutôt en être rompu & détruit. Et en effet, on verra ici qu'un Cone de Souphre qui s'est formé dans un Verre à boire, & qu'on en tire aisément quand on veut, est beaucoup plus électrique quand il n'a pas cette espece d'envelope, que quand il l'a.

La

La vertu électrique, pour se transmettre à une grande distance, n'a pas autant de besoin que nous l'avions insinué en 1733, d'un corps exactement continu qui la conduise. Cette continuité peut être interrompue, & l'interruption peut aller, selon M. Gray, jusqu'à 47 pouces Anglois. Si l'on y prend garde, on s'appercevra que les observations nouvelles, que nous rapportons, vont toutes à augmenter le Merveilleux de l'Electricité, & non à le diminuer, comme on le souhaiteroit naturellement. Cependant on peut se flatter que l'on avance un peu, & M. du Fay a eu le plaisir de voir que son hypothese hardie des deux Electricités contraires, l'une vitrée, l'autre résineuse, s'accordoit bien avec un fait singulier dont M. Gray lui-même étoit surpris.

M. Gray ayant mis dans une position verticale un Cerceau de 20 pouces de rayon, dont le plan étoit traversé par une corde ou ficelle assez longue qui passoit par son centre, & portoit à une de ses extrémités une Boule d'yvoire, il approcha le Tube de Verre bien frotté de ce Cerceau, & par-là donna la vertu électrique, non seulement à toute sa circonférence qui avoit plus de 120 pouces ou de 10 pieds, mais encore à la ficelle, & jusqu'à la Boule, qui attiroit fortement un fil. En faisant couler cette Boule, comme on le pouvoit, le long de la ficelle jusqu'au centre du Cerceau, elle n'attiroit plus le fil, elle le repoussoit. D'où venoit cela? l'hypothese de M. du Fay en rend raison. Deux Corps, qui ont pris deux Electricités de même nature, se repoussent; le fil présenté à la

Boule placée à l'extrémité de la ficelle n'avoit point d'électricité, & étoit attiré par la Boule qui en avoit; mais quand cette même Boule étoit au centre du Cerceau, il falloit que le fil pour s'en approcher entrât, se plongeât dans le fort du Tourbillon électrique du plan du Cerceau; il y prenoit de l'électricité, & la même qu'avoit la Boule, & par conséquent il devoit être repoussé par elle, puisqu'il n'étoit pas assez fort pour la repousser lui-même.

Reprenons maintenant l'histoire des recherches de M. du Fay, après nous être arrêtés quelque tems en chemin, soit pour considérer celui qui étoit déja fait, soit même pour faire quelques pas en arriere. A la suite de ce que nous avons rapporté en 1733, M. du Fay a examiné quels changemens pouvoient apporter aux phénomenes de l'Electricité les differentes circonstances de la température & de la raréfaction ou condensation de l'Air.

Les nouvelles expériences ont confirmé que l'humidité de l'Air nuit beaucoup à la vertu électrique, & cela à tel point qu'une journée que l'on croira seche, ne le sera pas assez, parce que les précédentes auront été fort humides.

Le grand chaud est contraire aussi à cette vertu, & même les heures les plus chaudes d'un jour ordinaire. L'eût-on deviné, après avoir vu que les Corps chauffés avant le frottement en devenoient plus électriques? Peut-être cependant cela vient-il, non de la part du Corps frotté, mais de l'Homme qui le frotte, dont la transpiration alors trop abondante & trop chaude a quelque chose d'op-
posé

posé aux écoulemens, aux Tourbillons électriques.

Un jour médiocrement chaud, ferein & fec, un vent de Nord, font jufqu'à préfent les circonftances les plus favorables. La Gelée a été éprouvée, & pourroit ne ceder à aucune autre.

La plus grande merveille eft que l'Air ou fort raréfié ou fort condenfé diminue également la vertu électrique; elle a befon de l'air libre & ordinaire, & les deux extrémités oppofées entre elles lui font auffi oppofées. Cela eft bien-tôt dit, mais on ne peut voir que dans le récit de M. du Fay combien il a fallu d'invention & d'adreffe pour parvenir à faire les expériences de l'Electricité dans un air ou extrêmement rare, ou extrêmement denfe. L'art de faire l'obfervation eft fouvent une découverte auffi difficile que celle qu'on cherche par l'obfervation.

Après tout cela, M. du Fay eft venu à l'examen d'un phénomene des plus frappans. On fait que la plupart des Corps devenus électriques par le frottement, deviennent auffi lumineux par le même frottement, du moins pendant qu'il dure. C'eft cette propriété que M. du Fay confidere préfentement.

Le fameux Diamant, dont M. Boyle a fait un Traité, auroit feul fuffi pour engager M. du Fay à commencer fes recherches par les Diamans. On favoit déja qu'il ne luifoit dans l'obfcurité que comme les autres font auffi étant frottés *; le privilege que M. Boyle lui

* V. l'Hift. de 1707. p. 1.

lui avoit attribué n'étoit plus un privilege, & il l'est encore beaucoup moins aujourd'hui, depuis que M. du Fay a trouvé qu'il étoit commun à tous les Diamans de couleur & aux Pierres précieuses, quoiqu'en differens degrés.

Il y a plus, & sans comparaison plus. Quantité de Diamans, quelques Pierres précieuses, le Crystal de Roche, & plusieurs autres Corps dont on se douteroit encore moins, n'ont pas besoin de frottement pour luire dans l'obscurité; il leur suffit, comme à de vrais Phosphores, comme à la Pierre de Boulogne, de s'être abreuvés de lumiere pendant un tems, non pas nécessairement au Soleil, mais seulement à l'ombre durant le jour. Quel chemin depuis le Diamant de M. Boyle jusques-là! M. du Fay se réserve à l'examen particulier de ce sujet, qui doit être piquant par sa nouveauté, mais qui n'appartient pas à l'Electricité dont il s'agit ici, car ces nouveaux Phosphores ne sont nullement électriques, il leur manque la condition essentielle d'avoir été frottés. Ils ont dû surprendre, s'il est arrivé par hazard qu'on en ait transporté brusquement quelqu'un du Soleil ou du jour dans un lieu assez obscur, on aura vu une lumiere dont on ne connoissoit aucune cause, & de-là seront venus les contes de l'Escarboucle, un peu plus fondés que de fiers Philosophes ne pensoient.

Dans les Corps électriques & lumineux en même tems par le frottement, la matiere qui fait l'électricité ou le Tourbillon électrique doit être differente de celle qui fait la lumie-

re.

re. C'eſt-là ce qu'indiquent pluſieurs expériences où l'on voit ces deux propriétés varier differemment l'une de l'autre dans les mêmes ſujets & dans les mêmes circonſtances, l'une augmenter tandis que l'autre diminue : mais ce qui décide promptement & nettement, c'eſt qu'un Diamant mouillé ou ſimplement humecté avec l'haleine, perd auſſi-tôt toute ſon électricité, & conſerve toute ſa lumiere auſſi longtems qu'il l'eût conſervée naturellement.

La lumiere excitée par le frottement eſt plus vive & plus abondante dans le Vuide que dans l'air libre.

Qu'un globe de verre dont on a pompé l'air ſoit tourné rapidement ſur ſon axe, il ne faut que toucher avec la main ſa ſurface extérieure, auſſi-tôt il paroît lumineux dans tout ſon intérieur, & il ne le paroîtra pas davantage quand on appuyera la main avec plus de force, quoiqu'alors le frottement ſoit plus fort. Si le globe étoit plein d'air, & tourné de même, & frotté, on en verroit ſortir de petites particules brillantes qui iroient s'attacher aux corps voiſins. La lumiere ſe porte ou au dedans ou au dehors du globe, & ſous une forme differente, ſelon que le globe eſt vuide ou plein d'air.

Si on frotte dans l'obſcurité avec la main une Pomme de canne qui ſoit d'Ambre, qu'on retire enſuite la main bruſquement de deſſus la Pomme ſans la gliſſer, & qu'enfin on approche le bout du doigt de cette Pomme, même ſans la toucher, il part auſſi-tôt de l'Ambre un petit Cylindre de lumiere qui va frap-

per le doigt, retourne du doigt à l'Ambre, & se divise sur sa surface, s'éparpille en petits rayons, & disparoît dans l'instant. Il semble que le frottement ait produit sur la surface de l'Ambre une lumiere confuse, un petit chaos lumineux, que le doigt en se portant vers là, ou en s'y plongeant, a obligé quelques parties à prendre quelque arrangement plus régulier, peut-être à se mouler sur lui, après quoi tout le reste du phénomene s'entendroit avec moins de peine.

Ce qu'il y a de bien certain, c'est que si on ne se sert pas de son doigt pour faire sortir de l'Ambre ce petit cylindre de lumiere, & qu'on employe quelque autre corps pour ce même effet, l'effet sera plus foible ou même nul, selon que ce corps sera d'une électricité plus approchante de celle de l'Ambre, ou, comme il a été dit en 1733, plus propre à être repoussé par l'Ambre, ou même moins propre en général à s'électriser. Rien n'est plus contraire à la vertu électrique que l'humidité; le doigt, & pareillement tout autre corps qui pourra tirer de l'Ambre ce jet de lumiere, le tirera mieux s'il est mouillé. Ce que nous disons de l'Ambre, il le faut entendre aussi de la Gomme Copal, de la Cire d'Espagne, du Souphre.

Tous les Diamans que M. du Fay a éprouvés sont devenus par le frottement électriques & lumineux, tantôt plus électriques que lumineux, tantôt au contraire, mais toujours l'un & l'autre, & avec des variétés qui ne se rapportent constamment, ni à leur grosseur, ni à leur netteté, seulement peut-être à leur forme,

forme; ceux qui ſont plats & ont une grande table, ſont moins électriques & moins lumineux que les Brillans élevés. Il en va de même des Diamans de couleur & des Pierres précieuſes pour la quantité de variétés bizarres en apparence, & difficiles à réduire ſous quelque ordre.

Nous nous contenterons de rapporter encore les deux plus remarquables expériences qui appartiennent à l'électricité lumineuſe, la 1re due aux Anglois, la 2de à M. du Fay. Si ce globe de verre vuide d'air, & tourné rapidement ſur ſon axe, qui paroît lumineux en dedans lorſqu'on y applique la main, étoit de plus enduit intérieurement de Cire d'Eſpagne, (on apprendra dans le Mémoire de M. du Fay comment ſe fait cet enduit) on verra un ſpectacle auquel on ne ſe ſeroit certainement pas attendu, l'image de la main qu'on tenoit appliquée ſur le globe, peinte ſur la ſurface intérieure & concave de la Cire d'Eſpagne, comme ſi la main étoit lumineuſe, & la Cire d'Eſpagne tranſparente. Il faut qu'on ait réſervé deux endroits du globe, comme les deux Poles, exempts de l'enduit de Cire, afin qu'on puiſſe voir par-là. Si le globe vuide d'air n'avoit point eu l'enduit de Cire en dedans, l'application de la main y auroit fait paroître une lumiere plus vive dans les endroits touchés que par-tout ailleurs, & cette lumiere eût été continue. Reprenons maintenant l'enduit de Cire, & ſuppoſons qu'il ſera pénétré par la matiere lumineuſe qu'on peut imaginer ſortie de la main, ou au moins pouſſée par la main; il y aura dans les inter-

valles des doigts des interruptions à la lumiere qui eût été continue, & des interruptions figurées, d'où l'on voit que s'ensuit l'image de la main sur la surface concave de l'enduit. Voilà ce que pense M. du Fay sur cette représentation si surprenante. D'autres matieres appliquées sur le globe au lieu de la main, ou ne font point du tout la lumiere, ou ne la font pas à beaucoup près si bien.

La seconde expérience va prouver que la lumiere des Corps électriques peut aller jusqu'à être un feu, ou le commencement d'un feu. On suspend une personne par des cordes de soye, afin qu'elle soit isolée de toutes parts, & que le Tourbillon de matiere électrique qu'on va lui donner ait toute son étendue, & ne soit point détourné ou altéré par des Corps voisins. On lui donne ensuite ce Tourbillon par le Tube de verre qui l'électrise, après quoi si l'on approche la main de la personne suspendue & électrisée, il sort d'elle, à l'endroit le plus proche de la main, une étincelle de feu plus vive, plus brillante que les lumieres de toutes les autres expériences, &, ce qui la distingue encore, elle sort avec un bruit sensible; & ce n'est pas tout, elle cause aux deux personnes en même tems une douleur semblable à celle d'une piquure ou d'une brûlure légere.

Un Animal vivant, comme un Chat, mis de même en expérience, réussit également. Il est à remarquer que si l'Animal étoit mort, on ne verroit plus, l'étincelle brillante & brusque, mais une lumiere pâle & uniforme, &, pour ainsi dire, lugubre.

Les

Les matieres qui ſont les plus électriques, le Verre, l'Ambre, ſont les moins propres à tirer de l'Animal électriſé cette étincelle par l'attouchement; & au contraire les matieres qui la tirent le mieux ſont les moins électriques, les métaux, les corps mouillés, le bois, les corps vivans. Apparemment on eſt préſentement accoutumé à ces convenances fondées non ſur la reſſemblance, mais ſur l'oppoſition Combien tous ces faits ſi ſinguliers ont-ils demeuré de tems enſevelis dans le ſecret de la Nature? combien d'autres pareils y ſont encore? & en ſortiront-ils jamais tous?

SUR LES CONGELATIONS ARTIFICIELLES.*

RIEN n'eſt ſi connu que la maniere de faire geler des Liqueurs, malgré le chaud de la Saiſon; & ce ſeroit peut-être une expérience ſimplement curieuſe, renfermée chez les ſeuls Philoſophes, ſi elle ne produiſoit ces Glaces que notre délicateſſe nous rend ſi néceſſaires en Eté, & même en Hiver, quoiqu'avec moins de raiſon. Il n'eſt pas encore bien réglé quels ſont les Sels les plus propres à donner ou le plus grand froid, ou le froid que l'on veut, quelles ſont à cet égard les differentes vertus des Sels, en quelles doſes ils

* V. les M. p. 228.

ils doivent être avec la Glace pilée ou pulvérisée que l'on employe à cette opération; cependant on n'a pas laissé de faire de belles expériences sur ce sujet, mais on s'est pressé d'aller aux curieuses, & on a passé légerement par dessus les fondamentales, qui sont celles que M. de Reaumur a entreprises ici.

Il y a été invité par son nouveau Thermometre dont nous avons parlé en 1730 * & 1731 †. Il avoit en main une nouvelle mesure du froid aussi-bien que du chaud, plus exacte & plus sûre que l'ancienne, & c'étoit précisément ce qu'il lui falloit pour ces expériences fondamentales des Congélations artificielles. Le nouveau Thermometre, qui a été construit sur une de ces Congélations, devient ensuite la règle, & en quelque sorte le juge de tout ce qui l'a fait naitre. On le plonge dans la Liqueur qu'on a glacée, & on voit par sa descente quel est le degré du froid, degré que l'on peut aisément & sûrement comparer à quelque autre degré de froid que ce puisse être, observé avec un autre Thermometre de même construction. On part toujours ici du point de ces Thermometres qui marque la Congélation, parce que c'est la premiere & la moindre congélation de l'eau, celle qui n'attaque encore que sa superficie; après cela les degrés marqués sont toujours ceux d'un plus grand froid.

Le Salpêtre passe communément pour le Sel le plus propre aux Congélations artificielles, mais les expériences de M. de Reaumur nous

* p. 12. & suiv. † p. 7. & suiv.

nous jettent bien loin de là. Le Salpêtre le plus raffiné, employé dans l'opération, ne fait descendre le Thermometre qu'à 3 ½ degrés au-dessous du terme fixe que nous venons de poser, & s'il est moins raffiné, il le fait descendre plus bas. Ce qui cause cette plus grande descente, ou ce plus grand froid, c'est donc la partie du Salpêtre qui le rend alors moins pur, moins Salpêtre; & quelle est cette partie? c'est presque uniquement du Sel Marin, qu'on lui ôte en le purifiant par les trois Cuites qu'on lui fait consécutivement.

En effet, M. de Reaumur ayant mêlé dans des jours très chauds deux parties du Sel Marin qu'on sert sur les tables avec trois parties de Glace pilée, le Thermometre est dans l'instant descendu de 15 degrés; & il faut savoir que dans le violent Hiver de 1709, le plus rude qu'ait vu la génération présente, le nouveau Thermometre, qui n'existoit pas encore, n'eût pas été plus bas que 14 ¼ degrés. On le sait par le rapport connu de ce Thermometre à ceux qui étoient alors à l'Observatoire.

Si le Salpêtre moins pur, plus mêlé de Sel Marin, fait plus baisser le Thermometre, voilà donc une maniere nouvelle & fort simple d'en éprouver la qualité. Le meilleur ne donnera que 3 ½ degrés de froid, les autres plus mauvais en donneront toujours davantage. Il auroit pu d'abord paroître étrange que la vertu de causer une grande inflammation, qui est celle qu'on recherche tant dans le Salpêtre, on eût voulu la reconnoitre par sa vertu refroidissante. La Poudre à canon n'est

presque que du Salpêtre, car elle en a trois parties sur une qui est de Souphre & de Charbon en portions égales. Aussi la Poudre à canon mise à la même expérience que le Salpêtre a-t-elle fait de même, & vu l'incertitude & les défauts des autres Eprouvettes, il y a apparence que celle-ci seroit préférable.

M. de Reaumur a bien profité de son Thermometre pour voir au juste quels étoient les differens degrés du plus grand froid que puissent produire les differens Sels, la dose convenable pour chacun étant toujours supposée. Aucun Sel concret ou moyen n'a égalé le Sel Marin, qui, comme nous l'avons vu, donne 15 degrés de froid. Dans la Classe des Alkalis le Sel Armoniac, qui passe pour si actif à cet égard, n'a été qu'à 13 degrés, la Soude au même degré que le Salpêtre bien raffiné. Un plus grand détail nous seroit inutile, il suffit que l'on voye, & on le verra aisément, que par ces sortes d'expériences faites en assez grand nombre, on pourroit dresser des Tables où le degré du plus grand froid que puisse donner chaque Sel lui seroit assigné, après quoi on caractériseroit chaque froid, observé d'ailleurs, par le nom de son Sel, ce qui seroit quelque chose de plus particulier & de plus distinctif que le nombre d'un degré de Thermometre.

Nous n'avons encore considéré ce sujet qu'avec des yeux de Physiciens, & à continuer de cette sorte, il ne seroit question que d'aller toujours plus loin d'expérience en expérience. Mais l'Art de faire des Glaces n'est pas étranger ici, & il est bon de s'y arrê-

rêter un peu, & de faire des réflexions qui lui conviennent. Il ne s'agit point dans cet Art d'avoir le plus grand froid qu'il se puisse, on ne veut pas des Glaces d'une extrême ni même d'une grande dureté, au contraire on les veut légeres, & qui ne soient, comme on dit, que des *Neiges*. C'est pour cela qu'on s'accommodoit si bien du Salpêtre; il avoit même l'avantage, dont on ne s'appercevoit peut-être pas, qu'étant mauvais il en valoit mieux pour cet usage. Il est rarement nécessaire que des Glaces se fassent fort promptement; mais il l'est, sur-tout pour les Marchands, qu'elles se conservent un assez long tems sans se fondre. Enfin le prix des Sels qu'il faut employer n'est pas tout à-fait indifferent. Ces differentes conditions se combinent differemment ensemble & forment ainsi comme autant de petits Problêmes, que M. de Reaumur résout. Si l'on veut des Glaces qui se fassent très vîte, & soient très froides & très fortes, il faut le Sel Marin, elles ne seront que trop fortes & trop froides; mais elles coûteront cher en ce pays-ci, & ce qu'on n'auroit peut-être pas crû, elles se conserveront peu. Au contraire la Soude d'Alicant donnera des Glaces du degré de froid qu'on les veut ordinairement, qui se conserveront assez, & ne coûteront guere, mais qui se seront formées plus lentement. M. de Reaumur a trouvé une autre matiere à beaucoup meilleur marché que la Soude, & qui fait à très peu près les mêmes effets, & au même degré, une matiere à laquelle on ne s'aviseroit pas de s'abbaisser dans une recherche où

l'on

l'on eſt parti du Salpêtre & du Sel Marin; c'eſt de ſimple Cendre de bois, pourvu que ce bois ſoit neuf.

On voit par toutes les expériences, & juſqu'à préſent ſans exception, que le mêlange d'une matiere quelconque avec la Glace pilée ne cauſe un nouveau froid, que parce qu'il fait fondre cette Glace. Quand on trouve moyen d'empêcher qu'il ne la faſſe fondre, nulle production nouvelle de froid.

Reprenons maintenant la pure Phyſique, & ne nous arrêtons plus à des pratiques, & à des opérations, qui peuvent avoir d'autres vues que les ſiennes. Nous n'avons encore parlé que des Sels ou concrets ou Alkalis, qui ſont les uns & les autres en forme ſeche; mais nullement des liqueurs ſpiritueuſes & Acides qui ſe tirent des Sels concrets, & qui apparemment participent à leur vertu de produire du froid. Elles font plus qu'y participer, elles l'ont à un plus haut degré. De l'Eſprit de Nitre, qu'on aura eu ſoin de refroidir juſqu'au point de la Congélation du Thermometre, étant verſé ſur de la Glace pilée, dont le poids ſoit environ double du ſien, on verra auſſi-tôt le Thermometre deſcendre avec vîteſſe juſqu'à 19 degrés, & par conſéquent on aura un froid de 4 degrés plus fort que celui qu'avoit donné le Sel Marin, le plus efficace des Sels concrets.

On peut donner & à l'Eſprit de Nitre & à la Glace pilée un plus grand froid que celui de la Congélation, il n'y a qu'à environner ces deux matieres de Glace mêlée avec du Sel Marin; & ſi après les avoir ainſi préparées on

on les éprouve, on trouve qu'on a produit un froid de près de 24 degrés, c'est-à dire, qui est à celui de 1709 presque comme 12 à 7. En suivant cette même voye, en refroidissant davantage le mêlange d'Esprit de Nitre & de Glace, on aura encore de plus grands degrés de froid. M. de Reaumur n'en a pas trouvé le terme, il voit seulement que les augmentations du froid vont toujours en décroissant, ainsi qu'il étoit raisonnable de le conjecturer.

Mais ce qu'on n'eût pas deviné, c'est que le Sel Marin étant si supérieur au Salpêtre par rapport à l'effet dont il s'agit, l'Esprit de Sel est cependant inférieur à l'Esprit de Nitre. Quelle bizarrerie, qui n'en est pourtant pas une au fond! Le vrai Systême n'en admet pas.

C'en est encore une de même espece, que le froid causé par une liqueur qui ne paroît être qu'un feu liquide, par l'Esprit de vin. Employé précisément de la même façon que l'Esprit de Nitre, il s'en faut peu qu'il n'en égale la force pour une production qu'on n'eût pas cru leur devoir être commune.

Le mêlange d'une matiere quelconque avec la Glace pilée ne causant, comme nous l'avons dit, un nouveau froid que parce qu'il fait fondre la Glace, il s'ensuit d'abord que c'est-là dans chaque opération le moment du plus grand froid; car après cela l'air extérieur, qu'on suppose toujours plus chaud, ne peut plus que diminuer toujours ce froid étranger & forcé. Il suit encore, que plus la fonte de la Glace sera prompte, plus le froid sera grand:

grand: il ſeroit à ſouhaiter que cette fonte pût être inſtantanée, toutes les parties de la Glace donneroient leur plus grand froid en même tems, & pour cela il faudroit que chaque particule de Glace fût attaquée en même tems par une particule de Sel capable de la fondre, ce qui demande que la Glace & le Sel ſoient atténués, pulvériſés juſqu'à un certain point; car ils ne peuvent l'être à l'infini, ou autant que la derniere perfection l'exigeroit.

De-là naît une Règle, non pas abſolument préciſe, mais ſuffiſante, pour déterminer à-peu-près la doſe du Sel qu'on mêlera avec la Glace. On ſait par expérience combien une certaine quantité d'eau peut fondre d'un certain Sel; ſi l'on pouvoit diviſer la Glace & le Sel en parties infiniment petites, il faudroit mettre le Sel en même quantité que la Glace; ou ſi l'on veut ici une plus grande exactitude géométrique, & concevoir les infiniment-petits de la Glace & ceux du Sel inégaux, il faudroit mettre le Sel dans la doſe indiquée par la quantité de ce que l'eau en peut fondre. Mais comme on ne va pas juſqu'à l'infiniment-petit, il faudra que cette doſe ſoit plus forte, & même aſſez conſidérablement. Comme les particules de Glace ne ſeront attaquées qu'en differens tems, il faudra du moins que la force dont ſeront attaquées celles qui le ſeront, répare ce deſavantage.

Quand on aura trouvé quelle eſt la meilleure doſe pour le Sel Marin, il ſera aiſé de voir que d'autres Sels, dont l'eau ne peut pas fondre une auſſi grande quantité, devront être em-

employés en moindres doſes, & au contraire.

Les Liqueurs qui, auſſi-bien que les Sels, ſont capables de produire du froid, les Eſprits Acides, l'Eſprit de vin, ſont, pour ainſi dire, plus libres dans leur action, & l'exercent avec plus d'aiſance que les Sels, ils pénetrent en un inſtant la Glace, & l'attaquent vivement de toutes parts. Seulement il eſt indiſpenſable, pour la production du froid, que de ces Liqueurs & de la Glace fondue il ſe faſſe un nouveau liquide parfaitement liquide, ou dont les parties ſoient bien mêlées. Des Huiles fondront bien la Glace, mais elles ne ſe mêleront pas avec l'eau qui lui ſuccédera, & il n'y aura aucun nouveau froid.

M. de Reaumur, après s'être procuré des moyens ſi faciles & ſi ſûrs de produire & meſurer les plus grands froids, voulut en jouïr par des expériences qui lui appriſſent quelque choſe ou d'intéreſſant ou de curieux; par exemple, quel degré de froid eſt néceſſaire pour tuer certains Inſectes, c'eſt-à-dire, pour geler les liqueurs qui ſont leur vie: il eſt bien ſûr qu'alors leur corps perd toute ſa molleſſe, toute ſa ſoupleſſe, & devient tout roide.

Il y a quelques Eſpeces de Chenilles qui gelent à 7 ou 8 degrés de froid; d'autres plus petites, & abſolument fort petites, & très délicates en apparence, ſoutiennent ſans ſe geler 17 degrés, 3 degrés de plus que le froid de 1709. Malheureuſement celles-ci ſont les plus communes, & ſont celles qui font le plus de ravage. Il n'y a donc pas lieu de ſe conſoler de la rigueur d'aucun Hiver, par

par l'espérance qu'il exterminera ces Chenilles.

Cependant le sang de ces sortes d'Animaux ne paroît guere qu'une liqueur aqueuse, qui devroit être très susceptible de congélation. Le sang des grands Animaux le paroît beaucoup moins, & l'est réellement beaucoup davantage. Quand saura-t-on dans ces matieres-là plus que les faits, qu'il est pourtant toujours très curieux & très important de savoir?

OBSERVATIONS
DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

M. HELVETIUS a communiqué à l'Académie la Relation suivante, qui lui avoit été envoyée par le Gouverneur de Surinam son parent. Elle a été faite par M. de Treytorens, Médecin, témoin oculaire.

Il y avoit, au tems que la Relation a été écrite, 9 ou 10 mois qu'une Négresse esclave, grande & bien faite, & qui avoit déja eu quelques Enfans, en accoucha d'un qui parut fort singulier. Il étoit grand, bien formé, très blanc, couleur qui lui a toujours duré. Toute sa physionomie, tous les traits de son visage, étoient d'un Negre, les Levres grosses & relevées, le Nez écrasé & camus. De plus il avoit comme les autres Negres de la laine à la tête, mais une laine aussi blan-

blanche que de la Neige. Quoique fort exposé au Soleil pendant tout le tems où ceci est renfermé, il n'avoit point rougi, non plus que la laine de sa tête. Le blanc de ses yeux étoit fort clair, ce qui n'est pas rare; mais son Iris étoit d'un rouge fort vif, & couleur de feu, marbrée seulement de quelques traits blancs tirans sur le bleu; la Prunelle que nous ne connoissons que noire, & qui doit l'être puisque c'est un vuide, étoit aussi très rouge. Cet Enfant ne vouloit pas ouvrir les yeux quand il faisoit un Soleil vif & violent, hors de-là ils les ouvroit, & voyoit dans un lieu peu éclairé. Lorsqu'il vouloit fixer la vue sur quelque objet, son Iris & sa Prunelle prenoient un mouvement extrêmement rapide, comme d'un tournoyement autour de leur centre, & il sembloit que l'*Enfant* se fût mis tout d'un coup à chercher quelque chose des yeux avec beaucoup d'inquiétude. Il avoit le Piam, maladie ordinaire aux Negres, & n'en avoit encore rien perdu de son embonpoint. Ses dents continuoient de pousser, & il en avoit déja cinq. Il paroissoit peu intelligent, & destiné à être imbécille.

La grande question est de savoir qui étoit son Pere. Ce n'étoit pas un Noir, quoique la Mere le dît. Il est bien vrai que les Enfans des Noirs naissent blancs, à l'exception d'un peu de noir aux parties génitales & à la racine des Ongles; mais quelques jours après leur naissance, ils changent, & deviennent noirs. S'ils sont Mulâtres, enfans d'un Blanc & d'une Noire, ils deviennent rouges. On reconnoit à ces marques les differentes origi-

origines, & elles ne peuvent être longtems douteuses. Quant à l'Enfant dont nous parlons, il étoit encore parfaitement blanc à 9 ou 10 mois.

Son Pere n'étoit pas non plus un Blanc. D'où lui seroient venus tous ces traits de Negre si marqués, cette laine au-lieu de Cheveux? D'ailleurs la Mere avoit déja fait un Mulâtre, & n'avoit pas caché qu'il étoit venu d'un Blanc; pourquoi l'auroit elle caché cette fois-ci, comme elle faisoit obstinément? Il est constant encore, que les Noires se tiennent honorées d'un commerce avec les Blancs, & ne manquent pas de s'en vanter.

Il est parlé dans quelques Relations d'Afrique de certains Peuples blancs, ou du moins, s'ils sont en trop petit nombre, de certains hommes blancs, qui habitent dans le pays des Noirs. On remarque particulierement qu'ils ont la vue extrêmement foible, qu'ils ne peuvent presque pas soutenir le jour, & qu'ils ne sortent que la nuit de leurs Cavernes ou tanieres. Les Noirs ne les traitent pas d'hommes, & les chassent comme des Bêtes. On voit assez la ressemblance que l'Enfant de la Négresse pourroit avoir avec eux; & ce qui sembleroit d'abord confirmer cette idée, c'est que la Relation de Surinam porte expressément que de vieux Negres amenés de la Côte de Guinée, ont dit qu'ils ont vu en cette contrée des Enfans blancs dans des endroits où il ne va jamais de Blancs, mais que leurs Chefs les font bien-tôt périr. On conçoit bien qu'un Blanc d'Afrique auroit rencontré la Négresse en Afrique, & que de-

de-là seroit venu l'Enfant; mais comment l'aura-t-il rencontrée en Amérique? comment y seroit-il venu? ne l'y auroit-on pas vu? il est vrai que quelques-uns disent qu'il y a de ces Blancs en Amérique. On a encore bien des éclaircissemens à souhaiter sur ce Pere, qu'il seroit si curieux de connoitre.

II.

M. le Duc de Richemont a écrit à M. du Fay que le 5 Novembre de cette année, à 3 heures & demie après minuit, il y eut un tremblement de terre à Chichester dans la Province de Sussex en Angleterre. Toutes les Maisons, les Lits, les Meubles, ont tremblé, des portes se sont ouvertes, des Cloches ont sonné, ce qui étoit posé sur des bords de Cheminées est tombé. On disoit que le tremblement avoit été encore plus sensible à Portsmouth & à Arondel. On observa que c'étoit moins un tremblement qu'un balancement du Nord au Sud, semblable au tangage d'un Vaisseau en ce sens-là; car tous ceux qui étoient couchés dans la direction du Nord au Sud, sentirent un mouvement de la tête aux pieds, & ceux qui étoient couchés dans la direction de l'Est à l'Ouest, ne sentirent qu'un mouvement semblable au roulis d'un Vaisseau, ou à celui du Berceau d'un Enfant.

M. Bouguer, qui étoit au Havre, a écrit qu'on y sentit le même jour, entre 3 & 4 heures du matin, trois ou quatre légeres secousses. On en sentit aussi de l'autre côté de la Seine. On n'a point eu d'autres nouvelles sur

fur ce fujet, & il n'y a pas d'apparence que le tremblement ait eu plus d'étendue en France. Il n'aura été que le foible commencement de celui d'Angleterre.

CEtte année parut un Livre de M. de Reaumur, intitulé *Mémoires pour fervir à l'Hiftoire des Infectes. Tome I. Sur les Chenilles, & fur les Papillons.* On comprend affez par ce Titre, que M. de Reaumur a en vue un deffein fi grand & fi vafte, qu'il ne prétend pas le remplir entierement, mais feulement aider à le remplir, fi on peut l'entreprendre quelque jour ; & que ce qu'il donne préfentement au Public, n'eft qu'une partie de ce qu'il lui donnera.

Les *Infectes*, felon la force du mot, ne font que les Animaux dont le corps eft comme *coupé* par des efpeces d'Anneaux qui en divifent la longueur ; mais l'ufage commun étend ce mot plus loin, on appelle *Infectes* tous les petits Animaux très differens des grands par leurs figures, méprifables par leur petiteffe, ou haïffables par les dommages qu'ils nous caufent. Ils font peut-être auffi bien définis par ce mépris & par cette haine, que par une définition plus réguliere, qui feroit apparemment très difficile.

Cependant fi l'on jugeoit que les Animaux que la Nature a eu principalement deffein de produire font ceux qu'elle a produits en plus grand nombre, je dis plus grand même par rapport aux differentes Efpeces, il fe trou-

veroit

veroit que cette ſorte de prédilection de la Nature ſeroit toute entiere, & preſque infinie en faveur des Inſectes. Il y a des Inſectes ſur la Terre, dans l'Air, dans toutes les Eaux, & il y a dans chacun de ces trois Elémens ſans comparaiſon plus d'Inſectes que de grands Animaux qui leur appartiennent.

On pourroit croire que les Inſectes ſont en plus grand nombre, parce qu'étant beaucoup plus petits, ils ſont plus aiſés à nourrir: mais cette raiſon n'auroit lieu que pour la multitude des Individus, & non pour celle des differentes Eſpeces, beaucoup plus grande que dans aucun Genre connu des grands Animaux. Pourquoi tant de ſoin de varier les Eſpeces, dans des Genres qui par eux-mêmes ſeroient des objets peu importans?

Mais, ce qui ſera encore beaucoup plus fort, pourquoi la Nature a-t-elle employé tant d'art à la formation des Inſectes, que les grands Animaux paroiſſent preſque en comparaiſon des ouvrages négligés? N'y eût-il que les Métamorphoſes ou transformations communes à la plus grande partie des Inſectes, elles demandent une plus fine Méchanique, plus de reſſources d'invention que les Machines des grands Animaux, toujours conſtantes & invariables pendant leur durée.

Encore plus. Les grands Animaux, ou ſont totalement privés d'induſtries particulieres, comme les Bœufs, les Chevaux, les Moutons; ou s'ils en ont quelques-unes, comme les Oiſeaux pour la conſtruction de leurs Nids, elles ne ſont pas comparables à celles d'une infinité d'Inſectes, aux Ruches des

des Abeilles, aux Coques des Chenilles, &c. Si l'on veut bien honorer du nom d'eſprit les inſtincts naturels des Animaux, les Inſectes ſont certainement ceux qui ont le plus d'eſprit; & ſi cet eſprit dépend, comme en nous, des diſpoſitions organiques du Cerveau, les Inſectes ſont ceux de tous les Animaux dont le Cerveau eſt le plus & le mieux travaillé.

Ils ſont donc bien éloignés d'être des ouvrages de la Nature mépriſables, ou même peu dignes de notre attention. Les yeux des Philoſophes ſavent bien leur rendre plus de juſtice, ils découvrent en eux les plus ſurprenantes merveilles que la ſouveraine Intelligence ait répandues ſur notre Globe; & la profonde admiration qu'on lui doit, en redouble.

Mais outre cette utilité plus que philoſophique, & qui va juſqu'au théologique, l'étude des Inſectes peut en avoir d'autres plus groſſieres, & par conſéquent plus frappantes pour le commun des hommes. Si on avoit dédaigné d'obſerver une eſpece de Chenilles, nous ſerions privés de la Soye; & quelle perte ne ſeroit-ce pas pour les commodités & les agrémens de la vie, même pour la Médecine, qui ſait tirer de la Soye un ſi bon remede? Ce ſont des Fourmis des Indes qui nous donnent la Laque, des eſpeces de Punaiſes d'Amérique qui fourniſſent la Cochenille; & ſans entrer dans un plus long dénombrement des differens profits dont nous ſont actellement les Inſectes, ne ſera-ce pas une une autre ſorte de profit toute contraire

&

& auſſi avantageuſe que de ſavoir détruire ceux qui nous ſont nuiſibles, quand nous les aurons aſſez étudiés? M. de Reaumur a déja trouvé ce ſecret à l'égard des Teignes qui gâtent nos Etoffes de Laine *. Les connoiſſances qui demeureront inutiles par rapport à ces uſages ſenſibles & populaires, car aſſurément il en demeurera, ſeront la portion & le domaine propre des Philoſophes.

Ce n'eſt que depuis aſſez peu de tems que l'on s'eſt mis à étudier les Inſectes bien ſérieuſement, & avec méthode, & il eſt facile de compter ceux qui s'y ſont appliqués. Dans cette Science naiſſante & peu cultivée, M. de Reaumur a trouvé beaucoup à faire, & beaucoup plus que n'en peut faire un ſeul homme, & un ſeul Siecle, même en ſe renfermant dans quelques Eſpeces particulieres d'Inſectes. Ce ſont une infinité de petits faits qui ſe cachent aux yeux pour la plupart, qui, s'ils ſe montrent, paſſent en un inſtant, & alors même s'envelopent encore dans une ſorte de myſtere. Un moment manqué pour l'obſervation ne ſe retrouve plus, & il n'y a qu'un hazard heureux qui puiſſe non ſeulement le donner, mais enſeigner quel eſt ce moment important qu'il faut attendre, & enſuite ſaiſir. Il eſt très difficile de bien voir, & très difficile de ſavoir ſeulement où l'on doit principalement porter ſa vue. Les yeux, qui le plus ſouvent ont beſoin d'être armés d'une Loupe ou d'un Microſcope, ont encore plus de beſoin de l'être d'un eſprit pénétrant qui ap-

* V. les M. de 1728. p. 201. & ſuiv. p. 439. & ſuiv.

apperçoive au-delà des Microſcopes & des Loupes. A peine l'induſtrie d'un Homme peut-elle bien découvrir toute celle d'une Chenille qui travaille à ſa Coque.

On verra dans tout le Livre de M. de Reaumur juſqu'à quel point il a porté l'aſſiduïté, la patience, la ſagacité de l'obſervation. Il fait le récit des difficultés qu'il a trouvées, des expédiens qn'il a imaginés pour les vaincre, des hazards qui l'ont ou traverſé ou favoriſé, de ce qui lui a fait ou prendre ou rejetter certaines idées, enfin de toutes ſes avantures, pour ainſi dire, & de toute ſa conduite dans le pays peu connu où il s'étoit engagé, & qu'il défrichoit pour la plus grande partie. Cette Relation du Voyage, agréable par elle-même, ſera de plus inſtructive pour d'autres Voyageurs qui viendront après lui.

Ce Volume qui eſt gros, & qui ſera ſuivi de pluſieurs autres, ne regarde que les Chenilles. Tout le monde les connoit, & ſait groſſierement leur Hiſtoire. Elles ſe changent en ce que le peuple appelle *Fèves*, & les Naturaliſtes *Chryſalides*, ou *Aurélies*, ou *Nymphes*. Enfin elles deviennent Papillons, & ne ſongent à la propagation de leur Eſpece qu'en ce dernier état.

Quand un Naturaliſte veut parler du Bœuf, du Cheval, du Mouton, &c. il n'a qu'à le nommer, on connoit l'Animal dont il parle, & on lui applique ſans peine tout ce qu'on en apprend. Mais quand un Naturaliſte parlera d'une Chenille, comme il y en a une infinité d'Eſpeces très differentes entre elles, on ne ſaura de quelle Chenille il parle, & on ſera

ſera hors d'état de vérifier, de ſuivre, de rectifier, s'il le faut, ce qu'il aura dit, à moins qu'il n'ait ſi bien déſigné & caractériſé ſa Chenille, qu'on la puiſſe retrouver ſûrement.

Pour cela il faudroit avoir fait ſur les Chenilles ce que de grands Botaniſtes ont fait ſur les Plantes, des diſtributions en Claſſes, Genres & Eſpeces. On entendra nettement ces trois termes, pourvu qu'on ſe ſouvienne que dans une diſtribution pareille qui regarderoit les grands Animaux, les Quadrupedes, par exemple, ſeroient une Claſſe; les Chiens, un Genre; les Dogues, les Lévriers, &c. des Eſpeces. Les caracteres les plus propres à bien déſigner ces trois ordres, ce ſont les plus ſenſibles, les plus frappans, les plus populaires, ceux qui ſe manifeſtent le plus vîte; car il faut que tout le monde puiſſe reconnoitre ce dont il s'agit, ſans héſiter, & le plus promptement qu'il ſe puiſſe.

M. de Reaumur s'eſt tourné de tous les côtés pour tâcher de diſtribuer les Chenilles en Claſſes, Genres & Eſpeces, ſoit par leur figure, & par les proportions de leur corps; ſoit par le nombre de leurs Anneaux; ſoit par celui de leurs Jambes écailleuſes ou membraneuſes; ſoit par certaines Cornes qu'elles ont quelquefois vers la tête, quelquefois vers le derriere; ſoit par des tubercules ou mammelons ſemés quelquefois ſur leur peau; ſoit par les poils qu'elles ont ſouvent, & dont elles ſont quelquefois privées; ſoit par la poſition des touffes ou bouquets de ces poils, ſoit par les couleurs diſpoſées ſur leur peau ou

en long ou en travers; ſoit par les Plantes qui leur ſervent d'aliment préférablement aux autres; ſoit par leur genre de vie, ou ſolitaire, ou en ſociété, &c. Tous ces principes de difference, très nombreux par eux-mêmes, ſe combinent ſi diverſement enſemble, & ſe ſoutiennent ſi peu dans chaque combinaiſon, qu'on diroit que les Chenilles ont voulu ſe dérober à tout ordre artificiel de la Philoſophie. Cependant M. de Reaumur n'a pas laiſſé d'établir ſept Claſſes, ſous leſquelles il indique comment on pourra ranger des Genres & des Eſpeces. Il a déja les moyens de caractériſer aſſez bien les Chenilles, dont il traite, pour les rendre aiſément reconnoiſſables.

Ce ſont-là de ces endroits d'un Ouvrage qui ont apparemment le plus coûté, & qui intéreſſent le moins la plupart des Lecteurs. Combien de gens peu curieux de voir jamais les Chenilles de M. de Reaumur, ſe contenteront d'apprendre & de croire ſur ſa parole qu'il y en a qui ont telles & telles propriétés, qui font telles & telles opérations? Mais il faut que des Naturaliſtes plus curieux & mieux inſtruits travaillent pour ces gens-là mêmes, & c'eſt pour faciliter le travail des Naturaliſtes que l'on entre dans des diſcuſſions qui ne ſont que pour eux.

Nous ne prendrons de tout le Livre de M. de Reaumur que ce qui peut être du goût de ce plus grand nombre de Lecteurs, les faits pincipaux, que nous dépouillerons même de l'ingénieux & agréable détail des explications méchaniques. Il nous meneroit beau-

coup trop loin, & ſouvent ces faits ainſi dépouillés ſeront comme des eſpeces d'Enigmes propoſées par la Nature, & dont le mot ne ſera pas aiſé à trouver.

Les Chenilles ne paroiſſent qu'au Printems, lorſqu'une bonne proviſion d'alimens differens, ſelon le goût des differentes Eſpeces, les attend de tous côtés.

Quelques Eſpeces vivent en communauté, elles ſe mettent pluſieurs enſemble à ronger la même feuille; d'autres veulent vivre ſolitaires, & ronger chacune leur feuille à part.

Il y en a, j'entends des Eſpeces, qui ne mangent que la nuit, & ſe vont cacher ſous terre pendant tout le jour; de ſorte qu'un Jardinier qui a laiſſé vers le ſoir une Plante bien exempte de Chenilles, bien ſaine, eſt fort ſurpris de la retrouver le matin toute ravagée, ſans y découvrir les ennemis.

Quelques Eſpeces de Chenilles n'ont point, comme toutes les autres, la faculté d'étendre & de reſſerrer, d'allonger & de raccourcir leurs anneaux; elles ont le corps roide, & quand elles ſe ſont accrochées ſur une branche par leurs premieres jambes, elles peuvent s'y ſoutenir pendant une heure entiere, le corps poſé en-haut verticalement, de maniere qu'on les prendroit pour un petit brin de bois. Quelle force ne faut-il pas à leurs Muſcles pour une attitude ſi contrainte! Elle peut durer encore après leur mort, ce qui augmente la merveille. Il leur faut encore ſans comparaiſon plus de force pour ſe ſoutenir horizontalement, comme elles font quand il leur plait.

Il y a des Chenilles si voraces, qu'en moins de 24 heures elles mangent plus du double du poids de leur corps. Les grands Animaux sont bien sobres en comparaison. Aussi croissent-elles extrêmement vîte.

M. Malpighi a découvert que les Chenilles respiroient l'air par 18 Poumons, dont les Trachées avoient leurs ouvertures extérieures disposées le long du corps sur deux lignes paralleles. Ce qui a prouvé à ce grand & ingénieux Observateur que ces ouvertures qu'il appelle *Stigmates*, sont des ouvertures de Trachées, c'est qu'en y appliquant de l'Huile qui les bouchoit, il voyoit les Chenilles mourir étouffées. Il a cru, & même sur quelques expériences, que l'air resortoit ensuite par les mêmes endroits par où il étoit entré, ainsi que dans les grands Animaux: mais M. de Reaumur, qui a eu le mérite de vouloir encore, après une si grande autorité, s'en convaincre par lui-même, a trouvé, en tenant des Chenilles sous l'eau, où elles vivent des heures entieres, que tout leur corps se couvre de bulles d'air, & beaucoup moins aux endroits où sont les Stigmates, & que par conséquent l'air sort de toute l'habitude du corps par des ouvertures insensibles, comme la matiere de notre transpiration. Il a été réduit en particules extrêmement subtiles par son passage dans des canaux aussi fins que ceux qui ont fait les ramenaux, & les rameaux de rameaux de Trachées aussi déliées dès leur origine. De plus, les Chenilles ne se gonflent point, comme les autres Animaux, dans la Machine du Vuide: marque que l'air

con-

contenu dans leur corps s'en échappe aiſément.

Elles vivent des deux ou trois jours dans ce Vuide, quelque parfait qu'on l'ait pu faire, mais ſans aucun mouvement. Dès qu'on leur rend l'air, elles ſe raniment.

M. Malpighi a cru que les Chenilles avoient tout le long & au milieu de leur corps un grand nombre de Cœurs auſſi-bien que de Poumons : mais autant qu'on en peut juger dans une Anatomie ſi délicate, & qui approche tant d'être impoſſible, M. de Reaumur croit que cette ſuite apparente de Cœurs n'eſt qu'une longue Artere droite, qui, à la vérité, a des étranglemens qui ſemblent la diviſer en differentes parties, mais des étranglemens cauſés par des compreſſions de corps voiſins, & tels qu'on peut les faire diſparoître.

Tous les ans les Quadrupedes & les Oiſeaux muent, c'eſt-à-dire, changent de poils ou de plumes. Les Inſectes font plus : tous ceux que M. de Reaumur connoit, & il en connoit beaucoup, changent de peau une fois au moins en leur vie, les Vers à ſoye juſqu'à quatre fois, la plupart des autres Chenilles autant.

Quand les Chenilles ſe préparent à muer, elles ceſſent de ſe nourrir, tombent dans une grande langueur, & perdent l'éclat de leurs couleurs, & quelquefois quelques-unes de ces couleurs mêmes.

En général leur artifice pour ſe dépouiller conſiſte à gonfler & à contracter alternativement leurs Anneaux, moyennant quoi leur an-

cienne peau tiraillée en divers ſens ſe détache de la nouvelle déja toute formée au-deſſous, & vient à ſe fendre en quelque endroit par où le corps de la Chenille a un commencement d'iſſue. Le reſte eſt facile à imaginer.

Mais la merveille eſt d'un côté la perfection de l'ancienne peau, de l'autre celle de la nouvelle. La dépouille eſt ſi parfaite, qu'elle comprend les Dents, les Ongles, & jusqu'au Crâne, qui eſt aſſez dur & écailleux. La nouvelle peau eſt ſi parfaite, que dans les Chenilles velues elle a les poils tout pareils à ceux qui ſont reſtés ſur l'ancienne, diſpoſés de la même maniere, auſſi longs, & quelquefois plus, & cela dès que l'Animal paroît dans ſon renouvellement. On ne peut donc pas penſer que les nouveaux poils fuſſent logés dans les anciens comme dans des Etuis, d'où ils ſe ſeroient dégagés; M. de Reaumur s'eſt encore aſſuré de la fauſſeté de cette idée, en coupant bien exactement tous les poils à une Chenille toute prête à muer, il eût coupé néceſſairement auſſi les poils de la nouvelle peau, mais elle n'en fut pas moins couverte. Tout ce qui reſte à penſer, & on peut s'en aſſurer par ſes yeux, c'eſt que les nouveaux poils bien formés & ayant toute leur étendue, ſe tiennent couchés ſur la nouvelle peau, parce que l'ancienne les y oblige tant qu'elle n'eſt pas détachée. On conçoit même que l'effort qu'ils font pour ſe redreſſer doit aider à la ſéparation des deux peaux, ſans compter une liqueur aſſez abondante qui ſe répand alors entre elles.

M. de Reaumur a trouvé que le nouveau

Crâne

Crâne étoit preſque toujours conſidérablement plus grand que l'ancien ; & comment a-t-il été renfermé ſous l'ancien ? ce ſeroit encore une queſtion, quand il ne ſeroit qu'égal. Il faut qu'étant plus mou & plus flexible, il ſe ſoit un peu accommodé au lieu qui le renfermoit, & que quand il a été libre, il ait pris par ſon reſſort ſa figure naturelle, & en même tems ſa conſiſtance & ſa dureté par le deſſéchement de l'air.

Il eſt à remarquer que les couleurs de la nouvelle peau ne ſont pas toujours les mêmes que celles de l'ancienne ; & par conſéquent, ſi on jugeoit par les couleurs, on pourroit croire qu'une même Chenille en feroit deux differentes, ou au contraire.

Quelque tems après leur derniere peau, il leur arrive encore un changement beaucoup plus conſidérable, elles deviennent ce qu'on appelle communément *Fève*, & dans la langue des Naturaliſtes *Chryſalide*, ou *Aurélie*, ou *Nymphe*.

Les noms de *Chryſalide* ou d'*Aurélie* viennent de la couleur d'or dont quelquefois tout le corps de quelques Eſpeces, ou quelques endroits du corps, brillent dans leur nouvel état. Le nom de *Nymphe* vient de ce qu'elles ſont alors comme voilées, & couvertes de la maniere dont l'étoient anciennement les *épouſées*. Il eſt pourtant vrai qu'elles reſſemblent davantage à des Momies d'Egypte. Tout le monde connoit la figure de quelques Chryſalides, ne fût-ce que de celles des Vers à ſoye. Toute Chryſalide eſt ſi differente de la Chenille qu'elle étoit auparavant, qu'on n'au-

roit jamais cru que ce fût le même Animal. Elle n'a même presque plus aucune apparence d'Animal, nul mouvement, nul besoin de nourriture, nul signe de vie, si ce n'est quelque sensibilité dans la partie postérieure de son corps, quand on la touche.

Pour se garantir des accidens contre lesquels elles n'ont point de défense dans cet état de foiblesse & de langueur, les Chenilles, qui semblent le prévoir, se filent des Coques où elles s'enferment, & sont à l'abri de tout. Les Vers à soye s'en font de très fortes, de très épaisses, & d'une belle matiere qui est une richesse pour nous. D'autres Chenilles ne se filent que des Coques peu garnies, au travers desquelles on les voit, & dont la matiere est mauvaise. D'autres, qui ont peu de matiere à fournir, remplissent les vuides de leur tissu de soye par de petits grains de terre fort adroitement transportés & placés où il faut, serrés & battus autant qu'il l'a fallu. D'autres prennent une feuille pour la *cage* de leur édifice, la plient & la roulent très industrieusement en forme de Cornet par le moyen de fils de soye qu'elles attachent d'un bord à l'autre de la feuille. D'autres enfin, tant la variété est grande, se passent de Coques, & se retirent seulement dans des lieux de sureté; ou bien même plus hardies ou moins prévoyantes, elles se tiennent à l'air sous la dangereuse forme de Chrysalides.

De celles-ci quelques-unes ont l'art de se fixer contre un corps solide, suspendues seulement par la queue, la tête en en-bas; d'au-

tres

tres, par un art encore plus étonnant, se sont entouré le milieu du corps d'un cordon de soye qui les tient suspendues, & les assure dans cette situation. Si on fait bien réflexion à ces deux dernieres industries, on sentira combien elles doivent être difficiles. Il y a bien là, aussi-bien que dans beaucoup d'autres choses du même genre, de quoi exercer l'adresse du Physicien pour trouver les moyens de voir ce qui se peut voir de ces sortes de manœuvres, & sa sagacité pour suppléer par raisonnement à ce qu'il n'aura pas vu.

Quand la Chenille doit devenir Chrysalide, elle s'y prépare par quelque tems de jeûne; peut-être est-ce un jeûne forcé par des douleurs qu'elle souffre. Les peaux qu'elle a quittées successivement jusques-là ne couvroient qu'une Chenille, ne laissoient voir en tombant qu'une Chenille; mais la derniere peau n'en couvroit plus, & n'en laisse plus voir une, c'est un Animal d'une figure & d'une constitution toute differente, une Chrysalide.

La Chenille, après avoir cessé de prendre de la nourriture, se vuide abondamment. On trouve dans ses excrémens des portions d'une Membrane que M. de Reaumur a reconnue pour être celle qui doubloit le canal de leur Estomac & de leurs Intestins. Elles la rejettent comme font les Ecrevisses, dont il a été parlé dans l'Histoire de 1709 * d'après M. Geoffroy.

Les mouvemens & les efforts nécessaires pour

* p. 19.

pour quitter le dernier fourreau de Chenille, ſont plus grands que ceux qui l'ont été pour les précédentes dépouilles. Cependant cette opération difficile eſt fort prompte. Toutes les actions de la Chenille ont été expoſées dans le détail le plus exact & le plus curieux.

Quelquefois le fourreau de Chenille lui reſte attaché par en-bas en un petit endroit, elle ne le peut plus ſouffrir, & elle uſe d'une induſtrie nouvelle pour achever de s'en défaire entierement.

Vu la grande diverſité des Eſpeces de Chenilles, on s'attend bien que les Chryſalides ſeront de figures fort differentes. Elles ont auſſi une durée fort differente juſqu'à la transformation qui les attend encore. Quelques-unes ne ſont Chryſalides que 10 jours, d'autres le ſont pendant tout l'Hiver & une partie du Printems. Ce ſont-là les deux extrêmes.

En quittant le fourreau de Chenilles, les Chryſalides y laiſſent leurs 18 Stigmates bien marqués, & même plus aiſés à obſerver & à examiner par rapport à leur ſtructure, qu'ils ne l'étoient auparavant. Mais elles en ont d'autres preſque ſemblables ſur leur nouvelle envelope de Chryſalide. Il y a donc lieu de croire qu'elles reſpirent, quoique mortes en apparence ; elles reſpirent en effet : mais ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt qu'elles perdent par degrés & juſqu'à un certain point où elles s'arrêtent, leur faculté de reſpirer, & le beſoin qu'elles en ont. Dans les premiers jours, tous leurs Stigmates leur ſont néceſſaires ; enſuite ceux d'en-bas ſe bouchent, & elles ſe contentent de ceux d'en-haut ; quelques-uns de

de ceux-ci se bouchent aussi, & il ne reste enfin que les plus hauts, & ils leur suffisent. Comment a-t-on pu pénétrer jusqu'à ces particularités ? Des Chrysalides de differens âges ont été plongées dans de l'Huile à differentes hauteurs par M. de Reaumur, & il a vu jusqu'à quelle hauteur il falloit plonger chacune d'elles pour lui ôter la respiration, & la faire mourir, c'est-à-dire, la priver entierement du sentiment qui lui restoit.

Quand une Chrysalide est plongée dans l'eau, on ne voit plus son corps se couvrir de bulles d'air, hormis à l'endroit des Stigmates, comme il feroit arrivé lorsque la même Chrysalide étoit Chenille; ce ne sont plus que les Stigmates qui rendent de l'air, ceux qui ne se sont pas encore fermés. Il est fort naturel que l'envelope presque toute écailleuse de la Chrysalide ne laisse pas échaper l'air comme une peau molle & tendre: mais l'air a donc pris dans le corps de la Chrysalide des routes qu'il ne suivoit pas auparavant. C'est une conclusion étonnante, qu'il faut pourtant admettre.

La circulation de ce qu'on doit appeller *Sang* dans ces Animaux, change aussi. Cette longue Artere droite, dont nous avons parlé, pousse dans la Chenille sa liqueur du derriere vers la tête: dans la Chrysalide c'est le contraire.

Dans la Machine Pneumatique, la Chrysalide, à cause de la dureté & de la fermeté de son envelope extérieure, ne peut pas augmenter de grosseur; mais elle augmente de longueur, ses Anneaux qui étoient emboîtés

tés les uns dans les autres, se déboîtent & s'écartent: tant il est vrai que l'air s'échapoit du corps des Chenilles, & ne peut plus s'échaper de celui des Chrysalides.

Après que celles d'entre les Chrysalides qui sont dorées, & qui même le sont le mieux, ont quitté leur envelope pour devenir Papillons, leur dépouille ne conserve rien de sa belle couleur d'or qui la rendoit si magnifique, elle n'est plus que d'une couleur très commune. Sur cela M. de Reaumur imagina qu'elle pouvoit ressembler à nos Cuirs dorés, qui le sont sans aucun or. Tout ne consiste qu'en un Vernis d'une couleur brune, quand il est en masse; mais s'il est étendu sur des feuilles d'un très beau blanc, bien polies, ce blanc vu au travers du Vernis paroît le plus bel or. Il se trouva en effet que la premiere peau très fine de la Chrysalide étant transparente, a sous elle ou une membrane ou une liqueur dessechée, qui est d'un très beau blanc. Cette premiere peau fait l'office du Vernis des Cuirs. Si on la détache seule avec adresse du corps de la Chrysalide, & qu'on l'étende sur de l'argent bien bruni, c'est de l'or. Si on l'enleve avec sa matiere blanche, la dorure se perd dans quelques heures, apparemment parce que cette couche de blanc se desseche à l'air, & par conséquent se ride, & perd le poli nécessaire; ce qui le persuade bien, c'est qu'il ne faut que la mouiller pour faire renaitre l'or, & cela autant de fois qu'il a disparu. Mais la dorure de l'envelope que le Papillon a quittée naturellement, ne revient pas ainsi pour être mouillée. Quand le Papillon

pillon s'eſt dégagé, il eſt arrivé des changemens à la couche de blanc; peut-être les efforts qu'il a faits l'ont-ils ou détachée, ou trop altérée par le mêlange de quelque autre matiere qui y eſt ſurvenue à leur occaſion.

Il faut que l'Animal ſubiſſe encore une métamorphoſe, qu'il prenne la forme de Papillon, très differente des deux premieres. Il la prend ou dans ſa Coque même, ou dans la petite retraite qui lui en a tenu lieu, s'il ne s'eſt pas fait de Coque. Dans ce 2d cas il n'y a pas de difficulté à comprendre comment il ſort; il n'y en a pas non plus quand ſa Coque eſt fort mince, une gaze très légere & tranſparente, on le voit qui la perce avec ſa tête; mais quand la Coque eſt très épaiſſe & très ſerrée, comme celle du Ver à Soye, on ne voit que, l'Animal ſorti, la Coque percée à l'endroit de la tête, & on ne ſait comment il a fait pour forcer ſa priſon. Après tant d'autres myſteres de cette eſpece qui ſe ſont laiſſé pénétrer par M. de Reaumur, celui-là s'eſt refuſé à lui. Seulement il a conjecturé que l'inſtrument tranchant ou diviſant, dont le Papillon s'étoit ſervi, car il en faut un, & la tête n'en peut faire la fonction par elle-même, pouvoit être ſes Yeux. Le paradoxe paroît violent; mais ces yeux, dont nous parlerons tantôt un peu plus au long, ſont tels que toute leur convexité eſt remplie d'une dentelure très fine & proportionnée aux fils de Soye qu'elle couperoit les uns après les autres, & ſur leſquels elle agiroit comme une Lime ſur du bois. Enfin c'eſt ſurement la tête qui opere; ce n'eſt pas

le

le total de la tête, c'en eſt donc quelque partie; il faut la trouver.

Il y a des Eſpeces de Chenilles qui ne jettent pas les Naturaliſtes dans cet embarras, elles laiſſent leurs Coques ouvertes, & en ſortent ſans peine. Elles ſont donc, pendant tout le tems qu'elles ſont Chryſalides, expoſées ſans aucune défenſe à toutes les attaques, à toutes les inſultes des autres Inſectes leurs ennemis? Non. Elles ont fait une eſpece de Labyrinthe, où l'Inſecte étranger s'égareroit ſans arriver juſqu'à la Chryſalide. Un Poiſſon entre aiſément juſqu'au fond de la Naſſe, & n'en peut preſque plus ſortir: elles ont renverſé l'artifice de la Naſſe dans leur Coque, l'Inſecte étranger n'y peut preſque pas entrer, & le Papillon en ſort ſans difficulté.

Il n'eſt pas beſoin d'obſerver bien finement une Chryſalide, pour y voir le Papillon comme emmaillotté. C'eſt un petit paquet diſpoſé & arrangé de façon que le volume en ſoit le moindre qu'il ſe puiſſe, & qu'aucune partie ne ſoit ni bleſſée, ni trop gênée. Les quatre Ailes, par exemple, deux ſupérieures & deux inférieures, ſont appliquées tout de leur long des deux côtés du corps: les deux *Antennes*, qui ſont deux eſpeces de longues Cornes que le Papillon porte ſur le devant de ſa tête, ſont renverſées de devant en arriere & étendues ſur le dos. La Trompe dont il doit ſe ſervir pour ſucer les fleurs, & qui eſt longue, peut être roulée en Spirale, & s'étendre auſſi de ſon long.

L'envelope de Chryſalide, cartilagineuſe comme elle eſt, & même écailleuſe, eſt aſſez dure;

dure; & quand le tems prefcrit, où le Papillon doit en fortir, eft arrivé, il a befoin de plus grands efforts que ceux qui lui ont fuffi, quand il étoit Chenille, pour fe dégager fucceffivement de chacune de fes peaux.

De la Chenille au Papillon il n'y a point de vraie métamorphofe. Il eft vifible que de la Chryfalide au Papillon il n'y en a point, c'eft un fimple dévelopement qui fe paffe fous nos yeux; c'eft donc toujours la même chofe dans le total, ou de la Chenille au Papillon; le Papillon étoit envelopé dans la Chenille avec fes Ailes, fes Antennes, fa Trompe, &c. mais rien de tout cela n'y étoit vifible; il n'y a que le bas de fon corps, encore divifé en Anneaux, qui fe fente de fa premiere forme de Reptile. D'un Oeuf à un Poulet, quel changement! Ce n'eft pourtant qu'un dévelopement, dont on fe peut donner le fpectacle d'un bout à l'autre, & voir toutes les differentes Décorations fe fuccéder. La Chenille peut être regardée, fi l'on veut, comme l'Oeuf du Papillon. Il n'eft point abfolument néceffaire qu'un Oeuf, pour être véritablement Oeuf, ne prenne point de nourriture.

La premiere chofe que fait le Papillon, c'eft de fe vuider copieufement. Deftiné desormais à des alimens plus délicats, il ne conferve rien de fes anciens alimens groffiers. Ces excrémens font quelquefois rouges, & accompagnés de quelques gouttes de cette couleur. Sur cela M. de Reaumur fe fouvient d'un trait de la vie du célèbre M. de Peirefc. On vit un matin dans la Campagne des environs d'Aix un grand nombre de taches rouges

fe-

ſemées en differens endroits ; on s'imagine auſſi-tôt que c'eſt une pluye de Sang tombée du Ciel, & on s'allarme de cet horrible préſage. M. de Peireſc diſſipa l'effroi par differentes remarques dignes d'un bon Phyſicien, & principalement en montrant de ces Taches dans de petits creux où une pluye n'auroit jamais pu tomber. On reconnoit bien là un accident cauſé par les Papillons dont nous venons de parler. Un Papillon, dont la tête a de l'air d'une tête de mort, a répandu encore bien de la terreur, quand il a paru dans des contrées déja affligées de quelque calamité. L'ignorance de la Phyſique eſt ſouvent un grand mal pour le Genre-humain.

Il y a des Papillons qui ne volent ou ne volent guere que le jour, & d'autres au contraire que la nuit. On appelle les 1ers *diurnes*, & les 2ds *nocturnes*, ou *Phalenes*. Les nocturnes ſont en beaucoup plus grand nombre que les diurnes.

Les nocturnes, qui apparemment craignent donc le jour, vont cependant la nuit ſe rendre à toutes les lumieres, quoique très vives, qu'ils voyent, & même s'y brulent : ſource très commune de comparaiſons poëtiques. M. de Reaumur ayant remarqué qu'il n'y a guere que les Mâles des Phalenes qui ſoient attirés la nuit par la lumiere, & voltigent à l'entour, ſoupçonne qu'ils cherchent leurs femelles brillantes peut-être, comme celles des Vers luiſans *, de quelque lumiere, mais beaucoup plus foible, & viſible ſeulement pour eux. L'ex-

* V. l'Hiſt. de 1723. p. 11. 12.

L'expédient des petits Phares que portent des femelles, employé par la Nature pour avertir leurs Mâles du lieu où elles sont, pourroit bien avoir été employé plus d'une fois.

Quand le Papillon est sorti de son enveloppe de Chrysalide & de sa Coque, il est comme tout étonné de son nouvel état, & il lui faut quelque tems pour s'y accoutumer; ou, à parler plus précisément, pour se secher à l'air, & se défaire d'une humidité superflue qui l'engourdissoit. Il commence à étendre ses Ailes. On pourroit s'imaginer qu'elles étoient pliées comme un Eventail sous le fourreau qu'il a quitté; mais non, elles étoient seulement fort petites, mais en récompense fort épaisses; leurs vaisseaux qui étoient gênés, contournés les uns sur les autres, pleins d'obstructions, vont se mettre en liberté, prendre les directions que demande le cours des liqueurs, & augmenter la superficie totale en diminuant à proportion l'épaisseur.

Les Ailes des Papillons, & cela leur est particulier, sont couvertes d'une espece de poussiere ou de farine, qui s'attache aux doigts, quand on y touche. On a vu avec le Microscope que chaque atome de cette poussiere est une petite plume insérée par un pédicule dans le corps de l'Aile: M. de Reaumur croit que le nom d'*écaille* lui convient mieux, & le prouve. Ces écailles, qu'il a observées avec grand soin, sont d'une infinité de figures differentes, soit sur les Ailes de differens Papillons, soit sur les Ailes du même. C'est d'elles que viennent & toutes ces couleurs, & tous ces compartimens de couleurs, quelque-

quefois diſtribuées ſi agréablement & ſi heureuſement, qu'elles donnent un grand prix à ces Ailes, & les rendent un objet de paſſion pour quelques Curieux.

Les Yeux des Papillons, auſſi-bien que ceux des Mouches, des Scarabés, & de divers autres Inſectes, ſont une merveille des plus ſingulieres. Aux deux côtés de la tête ſont deux petites plaques arrondies, luiſantes, de conſiſtance aſſez ferme, qu'on ne peut s'empêcher de prendre pour des Yeux, ou du moins pour leur Cornée. Mais ces Cornées, car nous leur en laiſſerons le nom, vues au Microſcope, ſont un Rézeau qui a une infinité de mailles rectilignes le plus ſouvent, & fort régulieres, & du milieu de chacune s'éleve une petite Lentille, que les plus grands Obſervateurs en cette matiere, & qui ont le plus conſulté l'expérience, s'accordent à prendre pour un Cryſtallin. En les comptant, il n'y a pas, ſelon M. Puget, moins de 17325 Cryſtallins ſur chaque Cornée d'un Papillon. Nous ſommes des Aveugles, en comparaiſon de ces Inſectes-là. La Nature, ſi prodigue pour eux à cet égard, n'aura pourtant pas été follement prodigue, elle ne leur aura donné que ce qui leur étoit néceſſaire; mais pour quels uſages, pour quels beſoins ? c'eſt ce que nous ignorons, ainſi que beaucoup d'autres choſes. Il faut qu'une ignorance ſe conſole à la vue du grand nombre de ſes pareilles. Ce ſont les ſurfaces convexes de chaque Cornée du Papillon, que M. de Reaumur a cru propres à ſcier la Soye de la Coque.

Les Antennes ſont encore une partie du Pa-

Papillon très remarquable par sa structure, & dont l'usage est ou ignoré, ou très incertain. Elles sont en général mobiles sur leur base, en quoi elles diffèrent des Cornes des grands Animaux, & de plus articulées & divisées par des especes de Vertebres, de sorte qu'elles peuvent se courber, se contourner au gré de l'Animal; du reste differemment conformées, differemment terminées, lisses ou à poils, & ces poils sont quelquefois au Microscope des barbes de Plumes, mobiles ellesmêmes sur leur base, &c. souvent les Antennes paroissent des tuyaux creux. Tant que l'on n'a guere examiné les Papillons, on a pu comparer les Antennes au Bâton des Aveugles; mais la comparaison ne peut plus convenir à des Animaux à qui l'on connoit tant de milliers d'Yeux; &, ce qui prouve mieux, c'est que les Papillons vont souvent les Antennes toutes droites, & ne s'en servent nullement comme d'un Bâton pour tâter leur chemin, ou reconnoitre ce qui se présente devant eux. Les Antennes seroient plutôt les Organes de l'Odorat des Papillons, qui apparemment en ont besoin pour le discernement des Plantes & de leurs sucs. Mais après tout, pourquoi n'y auroit-il dans l'Univers que les cinq Sens dont nous sommes doués? S'il y en a d'autres, dont quelques-uns soient tombés en partage à des Animaux de notre Globe, certainement nous ne reconnoitrons pas les Organes qui leur appartiendront. Un Sourd devineroit-il l'usage d'une Trompette?

Celui de la Trompe des Papillons, quand ils

ils en ont une, car ils n'en ont pas tous, du moins ſenſiblement, eſt inconteſtable; elle leur ſert à ſucer les Fleurs, c'eſt leur unique Bouche. Ce Tuyau peut avoir juſqu'à 3 pouces de long. Son reſſort naturel le tient roulé, & en cet état il trouve une eſpece d'Etui où ſe loger, il ne ſe déroule & ne s'étend en longueur que par la volonté ou une action de l'Animal. Il eſt compoſé d'Anneaux qui ne peuvent guere être faits que pour un mouvement vermiculaire, pour des contractions & des dilatations ſucceſſives, qui conduiront de la fleur juſqu'au corps de l'Animal une petite parcelle d'aliment priſe par le bout de la Trompe. Ce n'eſt pas que la ſimple ſuction ne pût ſuffire pour faire monter une goutte de liqueur le long d'un canal inflexible, qui n'aidera point à la pouſſer; mais dans le cas préſent il faudroit que la goutte fût toujours extrêmement fine, & incapable de s'attacher aux parois intérieures du canal, & cela peut très aiſément ne ſe pas rencontrer. La ſuction & l'action du canal ſe joindront fort bien enſemble, & n'en feront chacune que plus ſûres de leur effet.

La Trompe, qui au ſimple coup d'œil n'eſt qu'un canal, beaucoup mieux obſervée par M. de Reaumur, ſe trouve en être trois diſpoſés ſur un même plan; celui du milieu étant le plus gros, & en ayant à ſes côtés deux égaux entre eux. M. de Reaumur s'eſt ſuffiſamment aſſûré que la liqueur nourriciere tirée des fleurs ne monte que par le canal du milieu. A quoi ſerviront donc les deux autres? A recevoir l'air néceſſaire pour la

res-

respiration, & apparemment auſſi à le rendre. La trompe ſera en même tems Oeſophage & Trachée.

Par ce même canal du milieu qui fait monter la liqueur nourriciere de la fleur à l'Animal, M. de Reaumur a vu auſſi deſcendre une liqueur, & deſcendre à plein canal, ſans qu'il y eût d'ailleurs aucun indice que ce fût une eſpece de vomiſſement, ſans aucun effort extraordinaire du Papillon, qui continuoit toujours tranquillement à ſe nourrir d'un petit morceau de Sucre, auquel il fut obſtinément attaché pendant deux heures après un long jeûne. Ce fut la nature de ce Sucre qui fit deviner à l'obſervateur de quoi il s'agiſſoit. Cet aliment, agréable d'ailleurs au Papillon, étoit pourtant trop dur & trop ſec, il l'humectoit & ſe l'aſſaiſonnoit par une liqueur qu'il fourniſſoit lui-même, & en effet le Sucre ſe trouva amolli, & comme mouillé dans les endroits piqués par la Trompe. Sans doute les Papillons en font autant dans toutes les occaſions pareilles, mais elles paſſent toujours ſi rapidement qu'on n'y peut rien voir, & M. de Reaumur ne dut cette découverte qu'à un pur hazard, hazard cependant de la nature de ceux qui ne ſont que pour les Obſervateurs très aſſidus, & auſſi intelligens qu'aſſidus.

Si on conçoit la Trompe diviſée en deux moitiés égales par un plan où ſoit compris l'axe qui fait ſa longueur, ces deux moitiés n'appartiennent point, comme on l'auroit cru naturellement, à une même membrane continue; ce ſont deux demi-canaux appli-

 qués

qués ſimplement l'un contre l'autre pour en faire un total, qui ſe ſéparent aiſément, hormis vers la tête, & ſi aiſément qu'ils ſont quelquefois ſéparés d'eux-mêmes ou par quelque léger accident, & qu'il faut que le Papillon travaille à les remettre enſemble. S'il n'y réuſſit pas, ſa mort eſt aſſûrée, faute de nourriture. Mais comment remet-il enſemble ces deux moitiés? de la même maniere dont on y remet des barbes de Plume dont on a rompu la continuité en deſengrainant les uns d'avec les autres les petits fils qui les compoſent; il ne faut que paſſer un peu la main ſur ces barbes, en rapprocher les parties ſéparées, & dans un inſtant heureux, qui par conſéquent n'arrive pas toujours, tout l'engrainage ſe rétablit. Les deux moitiés de la Trompe s'uniſſent ainſi par des poils dans leur partie ſupérieure. Il ne faut point craindre que la Trompe ne ſoit mal fermée, & ne laiſſe échaper ou l'air ou les liqueurs; les barbes des Plumes, impénétrables à l'air & à l'eau, répondroient bien nettement à cette difficulté.

M. de Reaumur ne s'eſt pas moins appliqué à imaginer un ordre pour les Papillons que pour les Chenilles. Comme un Papillon a été Chenille, & continue ſous la forme de Papillon d'être le même Animal qu'il étoit, il ſeroit à ſouhaiter que dans cet ordre qu'on imagineroit, on lui pût aſſigner une certaine place pour toute ſa vie. Mais c'eſt ce qui ne ſe peut, on n'a point encore aſſez d'obſervations, & peut-être n'en aura-t-on jamais aſſez pour ſavoir quel Papillon vien-

dra

dra d'une telle Chenille, ou de quelle Chenille est venu un tel Papillon. Au contraire on voit quelquefois que de deux Chenilles qu'on ne peut s'empêcher de rapporter au même Genre, viennent deux Papillons qu'on ne peut rapporter au même. Et pour le dire à cette occasion, la beauté des Chenilles, car elles en peuvent avoir une, & bien marquée, ne tire nullement à conséquence pour celle des Papillons, & réciproquement. Il faut donc renoncer, du moins quant-à-présent, à l'ordre *continu*, qui comprendroit tout de suite les Chenilles & leurs Papillons, & se contenter de l'ordre *interrompu*, qui les regardera comme differens Animaux.

Les Papillons diurnes & les nocturnes font d'abord deux Classes, qui se présentent d'elles-mêmes. Pour les subdivisions suivantes, qui demandent aussi des caracteres sensibles, M. de Reaumur les règle par la figure des Antennes, par celle des Trompes, par celle des Ailes, & encore plus par le port des Ailes, car il est très different en differens Papillons: quelques-uns les portent paralleles au plan sur lequel ils sont posés, d'autres les portent perpendiculaires, les uns en Toit aigu, d'autres en Toit écrasé, &c. Enfin toutes les marques, toutes les distinctions extérieures, où l'on peut se prendre, étant saisies, M. de Reaumur parvient à établir sept Classes de Papillons diurnes, & sept de nocturnes, & dans la 5me Classe de ceux-ci jusqu'à 10 Genres.

Ce n'est que dans l'état de Papillon que ces Insectes songent à la multiplication de leur

Espece; mais ce 1er Tome de M. de Reaumur ne va pas jusques-là. Il faut en attendre la suite, à qui l'on ne peut guere souhaiter rien de mieux que d'en être digne.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

[a] L'Ecrit de M. de Reaumur sur des Observations du Thermometre faites par M. de Cossigni dans l'Isle de Bourbon.

[b] L'Ecrit de M. du Fay sur les Observations Météorologiques de M. Musschenbroek faites à Utrecht en 1734.

[c] Le Journal des Observations d'Aurores Boréales en 1734 par M. de Mairan.

[d] La Méthode de M. Godin pour observer la variation de l'Aiguille.

[e] Les Observations Météorologiques de 1734 par M. Maraldi.

[f] Et une Addition de M. de la Condamine à son Mémoire sur la Déclinaison de l'Aiguille.

a V. les M. p. 759. b V. les M. p. 766.
c V. les M. p. 769. d V. les M. p. 801.
e V. les M. p. 807. f V. les M. p. 810.

ANATOMIE.

*SUR LA FISTULE LACRYMALE.**

IL y a dans l'Oeil une Glande placée entre la partie ſupérieure du globe de l'Oeil & la voûte de l'Orbite. Dès que l'Oeil ſe meut, il frotte contre cette Glande, & en exprime une liqueur qui ſert à enduire ſa ſurface, à la rendre plus liſſe, plus polie & plus mobile, de ſorte que ce mouvement-là même produit ce qui doit le faciliter. La liqueur ſortie de la Glande ſe répand en petits ruiſſeaux très fins ſous la ſurface interne de la Paupiere ſupérieure, & ſur la ſurface de l'Oeil, d'où elle tomberoit naturellement au plus bas de l'Oeil, & en ſortiroit bien-tôt pour aller mouiller la Joue, ſi deux eſpeces de Goutieres que les bords des Paupieres forment avec le globe de l'Oeil, ſur lequel ils appuyent, ne ramaſſoient la liqueur, & ne la conduiſoient vers le grand angle de l'Oeil, où elle aura ſa décharge. Ce ſont deux petites ouvertures, que l'on appelle *Points lacrymaux*, ouvertures de deux canaux fort courts, qui s'étant réunis, portent la liqueur dans un Réſervoir commun, nommé *Sac lacrymal*, aſſez ſpacieux d'abord par rapport à ces parties-là, mais qui va toujours diminuant, & ſe termine par un petit

* V. les M. p. 189.

petit canal étroit & court, appellé *Canal nasal*, parce qu'il s'ouvre dans le Nez, & y jette la liqueur. Quand elle est en si grande abondance qu'elle ne peut pas s'écouler toute par le Nez, & que l'Oeil trop plein en laisse tomber une partie sur la Joue, ce sont les Larmes plus proprement dites que quand elles ne s'extravasent pas.

M. Petit le Chirurgien, d'après qui nous parlons, croit que les Paupieres qui se meuvent souvent, & bien plus souvent qu'on ne pense, poussent toujours par ces mouvemens fréquens & très brusques la liqueur des Larmes vers le grand angle de l'Oeil, d'où elle se rendra dans le Nez. Il n'est pas même nécessaire que dès qu'elle est arrivée au grand angle, elle enfile la route des Points lacrymaux ; elle peut sans inconvénient s'amasser en une certaine quantité avant que de couler, & M. Petit détermine le lieu où elle s'amassera.

Mais il regarde comme cause principale du passage de la liqueur dans le Nez, un jeu de Siphon qu'il trouve qui résulte de la position que les Points lacrymaux ont entre eux & avec le Sac lacrymal. La liqueur pompée par un canal plus court, tombe dans un plus long pour être versée où il faut. Cette action de Siphon s'unit à celle des Paupieres, & y supplée quand il en est besoin, comme pendant le sommeil, où les Paupieres n'agissent pas, & où il suffit d'une seule cause pour pousser les Larmes, puisqu'alors l'Oeil en exprime moins de la Glande lacrymale.

Toute cette structure si délicate, & qui le pa-

paroîtroit encore beaucoup plus, si nous en faisions une description plus exacte, ne doit pas être fort difficile à déranger. Si par quelque cause que ce soit, il survient une obstruction au Canal nasal, qui, par son extrême finesse, en est assez susceptible, les Larmes, qui ne pourront plus se dégorger dans le Nez, séjourneront dans le Sac lacrymal, & s'y amasseront en trop grande quantité. Si elles sont douces, & une espece d'eau pure, elles créveront le Sac par la seule force que leur quantité leur donne; si elles sont âcres & salées, elles rongeront, corroderont quelque endroit du Sac, par où elles s'échaperont, & cela pourra même arriver avant qu'il s'en soit fait un grand amas. Alors par la mauvaise nature des Larmes, il se fait une fermentation qui produit du pus, dont la corrosion est encore plus forte, & ce pus se creuse une espece de trou caverneux, qui est une vraye *fistule*, que l'on appelle *lacrymale*. Dans le premier cas où les Larmes étoient douces, il est bien vrai qu'il y a aussi une ouverture par où elles s'échapent; mais cette ouverture n'est pas *fistuleuse*, ou fistule. Seulement elle le peut devenir assez aisément, car les Larmes peuvent s'aigrir par leur séjour dans le Sac lacrymal. Il faudra avoir soin de le vuider souvent, en le comprimant.

M. Petit compte une 3me espece de maladie qui seroit Fistule sans être lacrymale. C'est lorsqu'il se forme au coin de l'Oeil un petit Abscès si proche des Points lacrymaux, qu'il les bouche par son inflammation. Alors les Larmes, qui ne peuvent entrer dans les pre-

miers canaux où elles devoient être reçues, se répandent nécessairement au dehors, comme elles feroient dans une Fistule lacrymale, & c'est ce qui a pu faire croire que cette maladie en étoit une; mais réellement les Larmes ne sortent point par une ouverture fistuleuse. Il y a cependant une Fistule, qui est l'Abscès; mais les Larmes n'en sortent point, & dès que cet Abscès est percé, les Larmes reprennent leur cours naturel, & tout le mal est guéri.

Toute cette Théorie de la Fistule lacrymale n'est faite que pour amener un point de Pratique important, une opération particuliere que M. Petit employe dans cette maladie depuis plusieurs années; car il ne l'a pas trouvée d'abord, & elle est le fruit de son expérience & de ses réflexions. Il assure qu'elle lui a toujours réussi; & en effet sa grande simplicité, & les raisons physiques sur quoi elle est fondée, s'accordent fort avec cet éloge.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UN jeune homme, âgé de 24 ans, d'une bonne famille de Schafhouse, ayant été sur Mer dans des tems extrêmement chauds, & ayant fait beaucoup d'excès de Vins très violens, devint fou pendant la Canicule de

1733,

1733, & quelquefois furieux, mais ſans fievre. Il étoit alors à Veniſe, & il fut mis entre les mains de M. Michelotti, célèbre Médecin de cette Ville, qui a paſſé les bornes de ſa profeſſion par des Ouvrages d'une profonde Géométrie. Il ſeroit inutile de ſuivre jour par jour l'hiſtoire de la Cure, que M. Michelotti, Correſpondant de l'Académie, lui a envoyée. Il ſuffira de dire qu'elle ne conſiſta qu'en de fréquentes & abondantes Saignées & au Pied & au Bras & aux Temples par les Sangſues, & ſur-tout en un uſage extraordinaire & preſque exceſſif d'Eau froide & de Glace. Le peu de nourriture, & de nourriture très légere, qu'on lui donnoit, des Jus de Graine de Melon, par exemple, ou d'Amandes douces, déja très rafraichiſſans par leur propre ſubſtance, avoient encore été refroidis extérieurement autant qu'on l'avoit pu. Quand le Malade étoit plongé dans un Bain d'eau très froide, ce qui lui arrivoit ſouvent, on lui verſoit encore bruſquement & impétueuſement de l'Eau à la glace ſur la Tête, qu'on avoit raſée exprès. Comme la Folie conſiſte phyſiquement en ce que les Eſprits animaux trop abondans & trop agités ne ſuivent plus dans le Cerveau les routes qui leur ſont marquées, qu'ils ne ſe meuvent plus qu'irrégulierement, en confuſion, & comme des Torrens qui n'ont point de lit; l'intention de M. Michelotti étoit de diminuer d'abord le volume, & par-là la force de ces Torrens, & enſuite de les obliger à rentrer dans leurs canaux naturels, en reſſerrant par un grand froid toutes les parties où ils pouvoient

s'être débordés. Cette intention lui réussit, & dès le premier jour de Septembre le Malade bien guéri partit pour retourner en son Pays, dont le Climat lui devoit mieux convenir que le Climat chaud de Venise.

Il n'est guere possible que le froid ait eu un si grand effet par une autre raison que celle qui vient d'être rapportée, & M. Michelotti a droit d'en conclure que l'Hellébore, si vanté par les Anciens pour la guérison de la Folie, auroit été mal placé, du moins dans celle-ci. Il cause des irritations très violentes dans l'Estomac & dans les Intestins, & il n'auroit fait qu'augmenter le desordre & les tempêtes qu'il s'agissoit de calmer. L'Opium paroît y avoir assez contribué.

I I.

Le Cerveau est enfermé dans une espece de Boîte dure & solide, composée de plusieurs Pieces engrainées seulement ensemble par leurs contours, afin qu'elles puissent se laisser soulever doucement par le Cerveau à mesure qu'il s'augmentera, & qu'elles se prêtent sans résistance à cette augmentation, tant qu'elle durera. Quand le tems en est passé, ces Pieces, qui sont les Os du Crâne, se soudent ensemble, & n'ont plus ce peu de mobilité qui leur étoit nécessaire auparavant. M. Hunauld a fait voir à l'Académie le Crâne d'un Enfant de 7 ou 8 ans, où il ne paroissoit aucun vestige de la Suture Sagittale & de la Coronale, ni en dehors, ni en dedans; & par conséquent l'Os Coronal, & les Parié-

taux

taux s'étoient réunis avant le tems; & outre que leur réunion prématurée eût pu les empêcher de s'étendre suffisamment; elle résistoit à l'accroissement que le Cerveau devoit encore prendre. C'est-là une suite de la Méchanique du dévelopement des Os du Crâne, que M. Hunauld avoit expliqué en 1730 *. Dans la surface concave du Coronal & des Pariétaux de cet Enfant, il s'étoit creusé des traces plus profondes qu'à l'ordinaire des circonvolutions du Cerveau qu'elles suivoient.

M. Hunauld a vu dans plusieurs autres Sujets plus jeunes cette soudure prématurée de ces mêmes Os du Crâne déja commencée, de maniere à ne pas laisser douter qu'elle ne se fût achevée; & bien des Crânes qu'il a entre les mains lui persuadent qu'elle n'est pas rare. On connoit trop l'importance du Cerveau, pour ne pas voir qu'il ne peut sans un extrême danger, ou sans de grands inconvéniens, être gêné dans son accroissement, ou dans ses opérations. Dans de pareils cas, l'Art de la Médecine n'aura pas tort de ne pas deviner les causes; & quand il les devineroit, quel remede?

Nous avons parlé ailleurs d'ossifications très differentes †, ce sont des formations d'Os étrangers dans le Cerveau. M. Hunauld y a ajouté l'histoire d'un Homme de 35 ou 40 ans, attaqué d'Epilepsie depuis quelques années. Rien ne le soulageoit que de grandes Saignées, comme de 40 Onces. Quand il fut mort, on lui trouva dans une des parois laterales du Sinus

* V. les M. p. 777. & suiv.
† V. l'Hist. de 1711. p. 33. & 1713. p. 27. 28.

nus longitudinal ſupérieur, de petits Os hériſſés de pointes qui s'engageoient dans le Cerveau, & devoient le picoter. Par les grandes & fréquentes Saignées, le Cerveau qui contenoit moins de Sang, diminuoit un peu de volume, & ſe déroboit à l'action des petites pointes.

III.

M. Hunauld a fait voir auſſi le Crâne d'un Enfant de 3 ou 4 ans, dont les Os avoient preſque par-tout 7 ou 8 lignes d'épaiſſeur. Ils étoient aſſez mous, & en les preſſant on en faiſoit ſortir du Sang & de la Lymphe en abondance. Les Vaiſſeaux Sanguins étoient fort apparens.

IV.

L'Académie a vu auſſi la démonſtration que M. Hunauld lui a faite d'un Rameau de Nerf aſſez conſidérable, qui, partant du Plexus gangliforme ſemilunaire de M. Vieuſſens tout auprès du grand Plexus Méſenterique, remonte du bas-Ventre à la Poitrine, & va ſe perdre à l'Oreillette droite & à la Baſe du Cœur où il ſe diſtribue. Il avoit déja obſervé l'année précédente la même choſe dans un autre Sujet, & elle en devenoit plus ſûre. Comme ce ſont les Nerfs qui portent le ſentiment dans les parties, & qui font que quelquefois des parties fort differentes & aſſez éloignées ſont en commerce de ſenſations, on entendra par ce nouveau Nerf celui qui ſe rencontre ſouvent entre les Viſceres du bas-Ventre, & le Cœur.

Dès

V.

Dès 1732, M. Hunauld avoit fait voir à l'Académie, dans le Poumon de l'Homme, les Vaiſſeaux Lymphatiques, que vraiſemblablement on n'avoit encore vus que dans les Animaux, où il eſt quelquefois aſſez facile de les découvrir. Il les a ſuivis en 1733 & cette année, & il les a conduits en préſence de la Compagnie depuis le Poumon juſqu'au Canal Thorachique.

CEtte année, M. Mai, Démonſtrateur d'Anatomie dans l'Univerſité de Strasbourg, a fait voir à l'Académie diverſes préparations Anatomiques, dont deux ont principalement attiré ſon attention.

La 1re contient l'Organe de l'Ouïe qu'il a décompoſé en 16 pieces, où l'on voit beaucoup d'art dans les coupes, & une grande induſtrie dans les moyens qu'il a employés pour faire voir l'aſſemblage & le jeu de certaines parties.

La 2de eſt un Crâne dans lequel ſix coupes très fines & bien ménagées démontrent differentes vues & differens rapports de parties, de ſorte que dans le même Crâne il donne la commodité d'obſerver des particularités qui ordinairement ne ſe démontrent que dans pluſieurs portions de differens Crânes.

Ces deux Pieces, jointes à des Injections que M. Mai a fait voir, ont montré ſa ſagacité pour les préparations Anatomiques.

CEtte année, M. le Cat, Chirurgien de l'Hôtel-Dieu de Rouen, a envoyé à l'Académie l'histoire des opérations de la Taille laterale qu'il a faites tant à Rouen qu'à Dieppe. Elles ont toutes réussi, au nombre de 10, sans aucun mauvais succès, qui en ait interrompu la suite. M. le Cat avoit réformé le *Lithotome* Anglois, & y en avoit substitué un de sa façon. Il a vu de très bons effets du Bain d'eau chaude, quand ses Taillés étoient menacés d'inflammation; il en a sauvé trois de tout accident par ce moyen.

Depuis les opérations de la Taille laterale par la méthode de M. Chefelden, dont M. Morand a donné l'histoire en 1731 *, il en a fait 4, dont 3 ont réussi. Elle a été pratiquée & à Paris & dans le reste du Royaume, & même à Cadis, & au Caire, par des Chirurgiens qui avoient vu opérer M. Morand; & il a trouvé, en faisant le calcul de tout ce qu'il a rassemblé depuis 1731, que de 25 opérations, 22 ont eu un bon succès. Il n'y compte pas celles de M. Chefelden en Angleterre, qui continuent toujours avec un grand éclat.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

† Les Remarques de M. Winslow, sur les Monstres.

CHI-

* V. les M. p. 205. † V. les M. p. 623.

CHIMIE.

SUR L'ANALYSE DES PLANTES. *

L'Academie dans ses commencemens s'est assez longtems occupée d'Analyses de Plantes: M. Bourdelin, comme nous l'avons dit en 1699 †, faisoit ces Analyses en distillant les Plantes en leur entier, & en examinant les differens produits que le feu donnoit. On ne manqua pas de s'appercevoir que ces produits du feu étoient trop altérés par son action, nous l'avons déja dit en 1701 ‡, & l'on ne compta plus guere sur un très grand nombre d'Analyses qui avoient coûté bien du tems.

Certainement il y en a d'autres, plus adroites, pour ainsi dire, qui tireront des Plantes leurs principes moins changés & plus purs. M. Boulduc en a essayé une qui lui a réussi sur la Bourache, Plante fort employée dans la Médecine, & par-là plus intéressante. Il n'a travaillé que sur des Sucs ou Décoctions, & le feu n'a servi qu'à tirer ces Sucs, ou à causer quelques évaporations.

M. Boulduc a trouvé aisément & très sensiblement dans la Bourache, l'Acide Nitreux, & celui du Sel Marin, ou plutôt le Salpêtre &

* V. les M. p. 139.
† p. 152. ‡ p. 56. & suiv.

& le Sel Marin bien formés & bien distincts, & de plus un Tartre vitriolé. Comme le Tartre vitriolé est un Acide du Vitriol engagé dans un Sel Alkali fixe, les trois Acides Minéraux, celui du Salpêtre, du Sel Marin, & du Vitriol, sont donc en même tems contenus dans une même Plante; ce qui peut paroître remarquable. Ce n'est pas cependant que le Tartre vitriolé existe naturellement tout formé dans la Bourache, il s'y forme de l'Acide vitriolique dégagé par les opérations que l'on a faites, & du Sel Alkali que la Plante fournit.

M. Boulduc ne doute pas que beaucoup d'autres Plantes traitées comme la Bourache, ne donnent les mêmes principes. Mais y aura-t-il une difference sensible entre les principes des Plantes les plus differentes par les effets, des Plantes salutaires & des venimeuses? jusqu'à présent on n'en a pas trouvé, peut-être est-ce la faute des Analyses. M. Boulduc ne desespere pas de pouvoir un jour décider la question. Si elle se décidoit pour l'affirmative, on y perdroit un paradoxe agréable, & qu'on peut aimer à faire valoir.

SUR LE SEL DE SOUPHRE.

NOus avons dit en 1730 *, que M. le Fevre, Médecin d'Uzès, & Correspondant de l'Académie, avoit en quelque façon

* p. 71. & suiv.

çon changé le Souphre en Sel, ou tout au moins tiré un Sel du Souphre. De quelque façon que ce fût, la chose étoit assez nouvelle & assez singuliere, pour mériter d'être approfondie; & l'Académie ayant voulu savoir de M. le Fevre tout le détail de ses procédés, elle les a fait répéter & examiner par Mrs. du Hamel & Grosse. Ils accordent à M. le Fevre, que son Sel en avoit effectivement assez la forme. C'est une concrétion crystalline que M. Stahl a vue, mais qu'il n'a traitée que de semblable à un Sel. Elle n'en est pas réellement un, puisqu'elle ne se dissout presque pas à l'eau, soit froide, soit chaude, sans compter un grand nombre d'autres épreuves que nous supprimons, auxquelles elle ne répond point comme un véritable Sel. Mrs. du Hamel & Grosse ne croyent pas même que ce soit un Sel Alkali, mais seulement un vrai Souphre allié d'un peu de terre, ou une espece d'*Hepar Sulphuris*, de Foie de Souphre, fait avec la terre de la Chaux. Cependant il faut avouer que l'Acide du Souphre a un peu agi sur la terre à laquelle il s'est uni, & y a fait une petite & légere dissolution, d'où il a résulté quelque chose de salin, mais en trop petite quantité pour permettre l'examen, quoique l'on ait employé dans cette opération plus de Souphre que M. le Fevre n'en demandoit.

A l'endroit ci-dessus cité de 1730, nous avons dit que M. le Fevre croyoit que les Eaux Minérales & Sulphureuses des environs d'Uzès s'étoient chargées d'un Sel semblable au sien. Mrs. du Hamel & Grosse trouvent cette

cette conjecture probable. D'un côté ils la fortifient par quelques raiſonnemens ou exemples, & de l'autre ils la reſtreignent par quelques obſervations délicates. En même tems ils ont rendu compte à l'Académie de leurs expériences ſur des matieres tirées de ces Eaux minérales, & envoyées par M. le Fevre.

SUR LE SUBLIMÉ CORROSIF. *

TOUT le monde ſait que le Sublimé corroſif eſt un Mercure tout pénétré des pointes d'un Acide. Le Mercure très volatil par lui-même s'éleve facilement à la moindre chaleur, & comme il eſt alors hériſſé, armé d'une infinité de pointes pénétrantes & inciſives, il eſt propre à des actions vives, & en quelque ſorte pénibles que d'autres Agens n'exécuteroient pas, à détruire des chairs baveuſes, à emporter de vieux ulceres, à faire tomber des Eſcarres, &c. Ce même Sublimé corroſif, adouci, réfréné, & devenu ce qu'on appelle *Mercure doux*, ou *Panacée Mercurielle*, eſt un excellent remede interne, néceſſaire dans une Maladie qu'on ſe plait à rendre fort commune.

Il ſeroit donc de l'intérêt public qu'on ne le ſophiſtiquât pas, & d'autant plus que ſi on le ſophiſtique, ce ſera par l'Arſenic, du moins eſt-ce l'opinion établie; & en ce cas ce remede ſeroit un poiſon. En 1699 †, on a

* V. les M. p. 359. † p. 64.

a vu que M. Barchusen avoit condamné une épreuve du Sublimé corrosif qui consistoit à y jetter de l'Huile de Tartre par défaillance, dans la pensée où l'on étoit que si le Sublimé étoit bon, il rougiroit, & que s'il étoit altéré, il noirciroit; que M. Barchusen avoit soutenu que l'épreuve étoit inutile & fausse, parce qu'en y mettant quelque Sublimé que ce fût, il jaunissoit d'abord, puis rougissoit, & enfin exposé quelque tems à l'air, noircissoit; que feu M. Boulduc ayant répété les opérations de M. Barchusen, avoit trouvé qu'à la vérité l'Huile de Tartre faisoit le même effet sur quelque Sublimé que ce fût, mais qu'il étoit faux que le Sublimé, quel qu'il fût, noircît à la fin. Il ne s'agissoit que de cette derniere circonstance entre M^rs. Barchusen & Boulduc; du reste ils convenoient sur l'inutilité de l'épreuve, ce qui étoit l'essentiel.

M. Boulduc ne s'étoit pas tout-à-fait fié à M. Barchusen sur les faits; M. Lemery ne s'est pas fié non plus à M. Boulduc, & s'est engagé dans un long travail, dont tout le but a été de connoitre bien sûrement les changemens de couleur qui arrivent au Sublimé corrosif par l'Huile de Tartre. Dès que les opérations sont délicates, les plus habiles gens, en supposant toujours toute la bonne-foi qui convient à leur caractere, se défient légitimement les uns des autres, & veulent voir par leurs propres yeux; on ne se sert que trop de ceux d'autrui. Quand M. Lémery commença à examiner cette matiere, il s'apperçut bien vîte que le fait avancé par M. Boulduc contre M. Barchusen étoit fort

fort douteux: cependant l'Académie l'avoit vu, à ce que rapportoit son Histoire; ainsi il étoit important pour elle que ce fait fût approfondi, ne fût-ce que pour le retracter, s'il le falloit, & ne pas donner lieu au Public de tomber dans une erreur.

Comme M. Lémery s'attendoit bien que les expériences varieroient beaucoup selon les differentes circonstances, que peut-être se contrediroient-elles, de sorte que ceux qui auroient affirmé & nié auroient raison en même tems, il a voulu embrasser son sujet dans une certaine généralité à laquelle il fût difficile que rien échapât. D'un côté le Sublimé corrosif se peut faire de differentes façons; de l'autre on peut, pour l'épreuve, y verser d'autres Alkalis que l'Huile de Tartre: toutes ces differences vont être considerées.

On peut faire le Sublimé avec le Mercure, ou crud & coulant, ou déja pénétré des Acides Nitreux, ou Vitrioliques. Le Sel Marin y est toujours absolument nécessaire. Dans certains procédés on ne peut se passer du Vitriol, dans d'autres il facilite l'opération, mais il est absolument inutile quand le Mercure est déja pénétré d'Acides Vitrioliques.

On peut verser sur le Sublimé, non-seulement l'Huile de Tartre, mais de la Solution, ou de Sel de Soude, ou de Cendres gravelées, ou de Potasse, ou de tel autre Alkali de cette nature qu'on voudra. M. Lémery a porté le scrupule si loin sur cet article, qu'il distingue entre les premieres Solutions de ces Alkalis, & les secondes, qui se font en faisant évaporer les premieres, & redis-

sol-

olvant leurs Sels. Le ſcrupule eſt d'autant lus grand, que la differnce des premieres & es ſecondes Solutions eſt ordinairement aſſez égere. Nous paſſons ſous ſilence beaucoup 'autres attentions; comme celle de remar-uer ſi le Tartre étoit anciennement ou nou-ellement fait. On ſait aſſez que des change-mens de couleur tiennent ordinairement à es cauſes aſſez imperceptibles.

Il ſemble que M. Lémery ſe ſoit plu à é-uiſer toutes les combinaiſons qui ſe pou-oient faire des differens Sublimés avec les fferens Alkalis, le tout juſque dans les plus etites circonſtances qui pouvoient donner eu à quelque diverſité. Il réſulte de ce dé-il preſque immenſe, 1°. Que dans toutes s expériences le noir dont il s'agit ne man-ue preſque jamais de paroître, mais ordi-irement précédé du rouge, qui l'avoit été jaune. 2°. Que quelquefois ce noir paroît taché au corps du Mercure, & quelquefois conſiſte qu'en une eſpece de pouſſiere qui ge dans la liqueur où eſt le Mercure, & ui eſt venue comme par hazard à rencon-er ſa ſurface, & à s'y attacher légerement. . Que ſur le Mercure uniquement pénétré s Acides Nitreux, la ſucceſſion des trois ouleurs peut-être ſi prompte que l'œil ait eine à la ſuivre, de ſorte que l'on ne croira oir que le noir, & cela dès le premier in-nt. 4°. Que cette ſucceſſion peut être auſſi trêmement lente, de ſorte que le noir ne roîtra qu'au bout de 24 heures. 5°. Qu'en cas-là il eſt plus ou moins fort. 6°. Qu'un blimé corroſif fait par M. Lémery ſans

mê-

mêlange d'Arsénic, a fait voir d'abord du noir, qui n'a été précédé ni de rouge, ni de jaune.

Par-là se découvre aisément la source des erreurs où l'on peut être tombé. On aura fait des expériences où l'on n'aura pas vu le noir, parce qu'on ne l'aura pas attendu assez longtems, & on aura conclu généralement qu'il n'en paroissoit point. Dans d'autres expériences on aura vu ce noir paroître tout d'abord, & si on a été prévenu de la conclusion tirée des expériences précédentes, on aura jugé qu'on étoit dans un cas extraordinaire, & que le Sublimé étoit sophistiqué par de l'Arsénic. Il est donc présentement bien sûr que le noir ne porte sur ce point aucun indice.

On pourroit avoir la curiosité de savoir d'où il vient. M. Lémery croit que c'est en partie cette matiere terreuse que feu M. Homberg tiroit, mais en petite quantité, du Mercure le plus net *; elle noircissoit l'eau où on l'avoit jettée. Comme elle est assez singuliere, & qu'il est assez surprenant qu'elle fût contenue dans le Mercure, M. Homberg n'épargnoit point son tems ni ses peines pour la forcer à se montrer: mais M. Lémery en est venu à bout par un procédé infiniment moins long & moins pénible. Peut-être quelque autre matiere provenue des Alkalis aide-t-elle à la production du noir dans le Sublimé corrosif.

SUR

* V. l'Hist. de 1700. p. 75.

UR L'EMETICITÉ DE L'ANTIMOINE, DU TARTRE EMETIQUE, ET DU KERMES MINERAL.

L'ANTIMOINE est un remede dont la bonté seroit presque suffisamment prouvée par les puissans obstacles qu'elle lui a fait urmonter. Il est moderne, & il ne reste plus qu'à lui donner la précision moderne, dont usqu'à présent il a besoin: car on ignore asez quel est le degré de force des differentes préparations qu'on en fait; & comme c'est un remede violent, il est dangereux qu'il agisse trop, dangereux même qu'il n'agisse pas assez, & qu'il n'ait fait qu'une impression vie, & cependant inutile par rapport à ce qu'on s'étoit proposé. On envoye dans les Campagnes, par ordre du Roi, des Remedes Animoniaux bien faits, mais souvent differemnent faits, & dont ceux qui les employeont ne peuvent connoitre les differentes vertus. C'est-là ce que M. Geoffroy a entrepris de régler autant qu'il étoit possible.

Selon lui, l'Antimoine est composé d'une Terre métallique vitrifiable, d'un Acide vitriolique semblable à l'Esprit de Souphre, & d'une matiere bitumineuse ou huileuse qui avec et Acide peut former un Souphre commun rulant.

Le

* V. les M. p. 573.

Le Souphre commun n'eſt certainement pas émétique ; l'Acide vitriolique, quoiqu'uni à des liqueurs huileuſes, ne l'eſt pas non plus ; l'Antimoine réduit par la plus violente calcination à une ſimple Terre, ceſſe d'être émétique: en quoi conſiſte donc ſon éméticité, quand il eſt en ſon entier ? Il faut que ce ſoit dans l'union de quelques principes, & puiſque celle de l'Acide avec une matière ſulphureuſe ne feroit rien, c'eſt donc celle du Souphre avec la Terre vitrifiable. Ce Souphre étendu, raréfié par la chaleur, prêt en quelque ſorte à prendre feu, enlevera les petites parties de la Terre, qui par leur roideur picotteront, ébranleront les Nerfs, & exciteront le vomiſſement.

Il faut pour cela que la quantité du Souphre ſoit en une certaine proportion avec celle de la Terre. Trop de Souphre enveloperoit toutes les particules de la Terre, & leur feroit un enduit mollaſſe, qui les empêcheroit d'agir aſſez vivement. De-là vient que le Régule d'Antimoine, qui n'eſt autre choſe que ce Mineral dépouillé d'une partie de ſes Souphres, eſt plus émétique que l'Antimoine crud ; & que le Verre, plus parfait à cet égard que le Régule, eſt encore plus émétique. Si enfin ce n'étoit plus qu'une pure Terre ſans Souphres, il n'y auroit plus d'éméticité, puiſque les parties de cette Terre, quelque dégagées qu'elles fuſſent, n'auroient plus de véhicules pour les enlever, & les mettre en action.

Il eſt prouvé par des expériences de M. Geoffroy, que le Tartre émétique qui ſe fait

avec

vec la Crême ou les Cryſtaux du Tartre unis
l'Antimoine, il y a un Acide végétal qui
e charge de la partie *réguline* de l'Antimoine,
a corrode, & la rend par-là plus propre à pi-
coter le Genre Nerveux.

Mais comme enfin c'eſt dans l'Antimoine
que réſide la vertu émétique, plus il y aura
lans un Tartre émétique de ce qui rend l'An-
imoine émétique, c'eſt-à-dire, plus la quan-
ité de ſa partie réguline ſera forte par rapport
l'autre, ſeulement pourtant juſqu'à un cer-
ain point, plus ce Tartre ſera émétique.
Ainſi M. Geoffroy ayant trouvé le moyen de
meſurer la quantité de partie réguline d'An-
imoine qui ſera dans un Tartre émétique
quelconque, il ſaura combien ce Tartre eſt
émétique, & quel eſt le rapport de ſa force
celle de tout autre. Nous n'entreprenons
oint le détail des experiences & des faits,
ui doit être réſervé à M. Geoffroy.

Il traite auſſi du Kermès Minéral, autre
réparation d'Antimoine dont nous avons
arlé en 1720 * ſous le nom de *Poudre des
Chartreux*. Le Kermès ne doit pas être auſſi
omitif que l'Antimoine, ou le Tartre émé-
ique; on veut même le plus ſouvent qu'il
e le ſoit pas, qu'il ne ſoit qu'un fondant,
n purgatif doux, ou qu'il n'agiſſe que par
ranſpiration. L'opération qui le produit con-
ſte à tirer, du moins on le croit communé-
ment, un Souphre de l'Antimoine par le moyen
e l'Alkali du Nitre fixé par les Charbons.
Mais M. Geoffroy prétend que le Souphre
bru-

* p. 67. & ſuiv.

brûlant de l'Antimoine a changé de nature dans le Kermès, & que la poudre qu'on a pu y prendre pour du Souphre, eſt la partie métallique & réguline de l'Antimoine. Et comme l'opération du Kermès Minéral demande beaucoup de ſoins qu'on peut n'y apporter pas toujours, M. Geoffroy en propoſe une équivalente à celle du Kermès, & bien plus facile, puiſqu'on n'y employe que l'Antimoine crud ſans addition de matieres étrangeres, qui multiplient néceſſairement les attentions, & cauſent tout l'embarras. Tout ſe réduit à pulvériſer très finement l'Antimoine, de ſorte que ſa partie réguline ſoit preſque infiniment atténuée; on le reconnoit en ce qu'en applatiſſant cette poudre avec un couteau, on n'y voit plus au grand jour aucun brillant, tel que celui des Aiguilles ou des facettes de l'Antimoine. M. Geoffroy rend témoignage des expériences qu'il a faites ou qu'il a vues de ce Remede, & avertit en même tems de ce qu'il faut obſerver en le pratiquant. Il y a toujours une préſomption avantageuſe pour ce qui eſt plus ſimple.

SUR LE MERCURE. *

QUE la Chimie pût parvenir enfin à changer quelque Métal en Or, il eſt fort douteux que ce fût un bien pour le Genre-humain, ni même pour le Particulier qui

* V. les M. p. 739.

qui en auroit trouvé le ſecret. Mais certainement c'eſt un grand mal que cette ancienne eſpérance de le trouver, dont tant d'Impoſteurs ont abuſé pour engager des perſonnes crédules & avides, à des travaux infinis, & à des dépenſes ruïneuſes. Nous avons déja parlé ailleurs des ſupercheries de la Pierre Philoſophale *. Ce ſeroit rendre un grand ſervice aux Hommes que de leur ôter cette eſpérance, qui, pour le moins, a trompé juſqu'ici tous ceux qui s'y ſont livrés.

Comme c'eſt principalement le Mercure que l'on prétend transformer, parce qu'on le croit la baſe de tous les Métaux, M. Boerhave a travaillé ſur le Mercure de la même maniere que s'il avoit été vivement perſuadé de la poſſibilité de ſa transformation, & poſſedé de la plus forte paſſion d'en venir à bout. Il n'y a plaint ni ſoins, ni dépenſe, ni tems. Il faut en faire autant que les Alchimiſtes, pour être pleinement en droit de les condamner.

M. Boerhave a pris du Mercure le plus pur, qu'il a encore purifié avec tout le ſoin poſſible, car nous ne répéterons pas après lui le détail de ſes opérations. Il l'a mis en digeſtion ſur un feu dont la chaleur élevoit le Thermometre à plus de 100 degrés, au-lieu que dans les Mines où ſe trouvent les Veines des Métaux, la chaleur n'eſt guere que de 0; & pour imiter, autant qu'il ſe pouvoit, la Nature qui apparemment ne produit les Métaux qu'avec beaucoup de lenteur, il a tenu ſon

* V. l'Hiſt. de 1722. p. 52. & ſuiv.

ſon Mercure ſur ce feu, toujours égal, pendant plus de 15 ans. Il eſt vrai que les Alchimiſtes diſent qu'il en faudroit 1000, mais comment le ſavent ils? & ſi cela eſt, le Mercure ne ſera donc jamais transformé ou fixé en Métal que par une opération qui aura duré 1000 ans ſans interruption, qui aura commencé ſous Charlemagne, & finira aujourd'hui. M. Boerhave ayant vu qu'au bout de plus de 15 ans ſon Mercure étoit toujours auſſi fluide & auſſi volatil; qu'il ne s'y étoit fait aucune ſéparation que d'un peu de pouſſiere noire flottante ſur ſa ſurface, mais qui ſe revivifioit aiſément en Mercure; qu'il ne paroiſſoit pas la moindre génération d'un atome de Métal, pas le moindre commencement de fixation métallique; il en a conclu hardiment, & avec beaucoup de raiſon, que le Mercure eſt immuable, inaltérable, & ne peut jamais être que du Mercure, quoiqu'il puiſſe prendre des formes capables de le faire méconnoitre.

Dans tout le cours de l'opération, l'Air eut toujours un accès libre au Mercure; & parce qu'on s'en peut prendre à cette circonſtance de ce que le ſuccès n'a pas été tel qu'un Alchimiſte l'eût deſiré, M. Boerhave a répété l'opération avec des Vaiſſeaux bien fermés, & le ſuccès en a été abſolument le même. A la vérité le tems ne fut que de 6 mois, mais il n'y avoit nulle apparence de rien eſpérer d'un plus long tems.

Il pourroit être impoſſible de changer le Mercure en Métal, & il ne le feroit pourtant pas que le Mercure uni à quelque principe in-

inconnu, à quelque Souphre particulier, entrât dans la formation des Métaux, & en fût tiré par l'art de la Chimie. M. Boerhave ne laiſſe ſeulement pas cette reſſource à ceux qui s'en flatteroient. Le Plomb ſeroit, ſelon eux, le Métal qui rendroit le plus aiſément ſon Mercure: il a fait ſur le Plomb des opérations de près de 20 mois, où rien n'a été oublié; & pas une goutte de Mercure n'a paru. C'a été la même choſe avec l'Etain, qui devroit auſſi permettre aſſez facilement à l'Art de pénétrer juſqu'à ſes principes.

Mais le Mercure, ſelon quelques-uns, n'entre pas ſeulement dans la compoſition des Métaux, il eſt auſſi leur Diſſolvant, c'eſt une *Eau* où les Métaux *naiſſent*, *meurent*, *renaiſſent*; & peut-être par une longue digeſtion du Mercure avec le Plomb, & par une diſtillation violente, entreroit-il intimement dans le Plomb quelque portion de Mercure. L'opération a été faite par M. Boerhave, elle a duré près de 3 ans; & le poids du Plomb n'a point augmenté, quoique celui du Mercure fût un peu diminué. Il s'en étoit fait une très petite diſſipation, & les yeux même appercevoient ce qu'il étoit devenu; mais le Plomb n'en avoit rien pris. Même ſuccès ſur l'Etain.

Et ſi l'on croyoit que le mouvement ſeul, longtems continué, pût faire diſſoudre l'Etain par le Mercure, M. Boerhave oppoſe encore à cette erreur l'expérience d'une Bouteille pleine de Mercure & d'Etain, attachée à un Moulin à Foulon qui travailloit nuit & jour ſans relâche, & dont elle a ſuivi le mouvement pendant près de 2 ans. Il s'étoit tout

au plus détaché de l'Etain quelques petites parties sulphureuses & grasses qui s'étoient unies au Mercure; mais ni le Mercure ne les avoit dissoutes, ni elles ne s'étoient changées en Mercure. Les vrais Chimistes ne laisseront aux Alchimistes que le refuge d'une opiniâtreté invincible, refuge toujours ouvert à qui veut en profiter, & où en effet une infinité de gens se cantonnent fierement.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de Mrs. du Hamel & Grosse sur une Liqueur très volatile, nommée *Ether*.

† Celui de M. Petit le Médecin sur l'Analyse des Plâtras.

BOTANIQUE.

M Marchant a lu la description du *Tribulus terrestris, Ciceris folio, fructu aculeato*. Casp. Bauh. Pin. 350. *Tribule*.

Et du *Senecio minor vulgaris*. Casp. Bauh. Pin. 131. *Seneçon*.

GEO-

* V. les M. p. 56. † p. 521.

GEOMETRIE.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

[a] L'Ecrit de M. Bouguer sur les Courbes propres à former les Voûtes en Dôme.

[b] Celui de M. Clairaut sur des Courbes dont la propriété consiste dans une certaine relation entre leurs Branches exprimée par une Equation donnée.

[c] Celui de M. Fontaine sur les Courbes Tautochrones.

[d] Un Problême de M. Pitot sur le Point d'où l'on verra sous des angles égaux quatre points donnés.

[e] L'Ecrit de M. Fontaine sur la Courbe décrite par le sommet d'un Angle dont les côtés toucheroient continuellement une Courbe donnée, & réciproquement, &c.

[f] Celui de M. Clairaut sur le même sujet.

[g] Et une Réponse de M. Fontaine.

a V. les M. p 204. b p. 268. c p. 510. d p. 558. e p. 724. f p. 729. g 738.

ASTRONOMIE.

SUR LA DETERMINATION DE LA FIGURE DE LA TERRE PAR LA PARALLAXE DE LA LUNE. *

On ne voit peut-être pas du premier coup d'œil, comment la Parallaxe de la Lune peut tirer à conséquence pour la figure de la Terre. La Parallaxe de la Lune mesure la distance de la Lune à la Terre, c'est à celà uniquement qu'elle a été employée de tout tems par tous les Astronomes; mais cette distance de la Lune à la Terre, quel rapport a-t-elle à la figure de la Terre? par où deux choses de nature si differente peuvent-elles se trouver liées? On le va voir d'après M. Manfredi qui les a rapprochées par un tour assez subtil, mais solidement subtil, car autrement l'inflexible Géométrie ne lui feroit pas de grace.

La Parallaxe, ou plus précisément le Triangle Parallactique, est formé de trois droites dont deux font un angle au centre de la Lune, la premiere étant tirée du centre de la Terre, & la seconde d'un point quelconque de la surface de la Terre où se trouve l'Ob-ser-

* V. les M. p. 1.

fervateur; quant à la troisieme droite, base de l'angle de la Parallaxe au centre de la Lune, c'est nécessairement un demi-diametre de la Terre, puisque c'est une ligne qui joint le centre & un point de la surface.

Ce *nécessairement* suppose que la Terre soit sphérique, comme on l'a d'ordinaire supposé jusqu'à ces derniers tems, sans hésiter le moins du monde: mais si cela n'est pas, il arrive quelque changement dans le Triangle Parallactique, & c'est-là le fin de la Théorie de M. Manfredi.

Il est clair qu'il faut que ce Triangle soit dans un plan vertical pour l'Observateur, & qui passe par son Oeil, & par le centre de la Lune. Ce plan est donc perpendiculaire à la surface quelconque de la Terre Sphérique ou Elliptique. Dans cette incertitude on ne peut plus compter que ce plan continué au dedans de la Terre aille à son centre, ni que par conséquent la base de l'angle de la Parallaxe soit, comme elle l'étoit, un demi-diametre de la Terre. On ne sait pas même jusqu'où il faut continuer ce plan, où il faut le borner, pour y trouver la nouvelle base qu'on cherche. Dans la figure Sphérique on étoit bien sûr qu'il falloit s'arrêter au centre.

L'Analogie seule fait voir que dans la figure Elliptique il faudra s'arrêter à l'Axe autour duquel aura tourné l'Ellipse qui a produit, par sa révolution, la surface à laquelle le plan dont il s'agit est perpendiculaire. Il n'est plus question que de connoitre les lignes qui, dans ce plan, seront les bases de l'angle de la Parallaxe selon les differens cas.

Qu'on imagine une Ellipſe infiniment allongée, ou dont le petit axe ſoit infiniment petit, le grand étant fini; il eſt viſible que les perpendiculaires tirées ſur cette Ellipſe qui ne ſera alors qu'une ligne droite, ou ſon propre grand axe, tomberont toutes ſur des points differens de cet axe, & toutes enſemble en occuperont toute l'étendue. Si le petit axe devient fini, quelque petit qu'il ſoit, l'Ellipſe devient une Courbe, les perpendiculaires qu'on lui tire, & qu'on prolonge juſqu'au grand axe, n'en occupent plus toute l'étendue, & en laiſſent les deux extrémités vuides. Les portions de ces perpendiculaires compriſes entre la Courbe & ſon grand axe commencent à être finies, la plus grande eſt au milieu du grand axe, & de-là les autres des deux côtés vont en décroiſſant. Celles de chaque côté appartiennent au quart-d'Ellipſe qui leur répond. Si le petit axe croît encore, les perpendiculaires tiennent moins d'étendue ſur le grand axe, & ſe ſerrent davantage vers le milieu, leurs portions ſont plus grandes, mais toujours diſpoſées dans le même ordre, & croiſſantes ou décroiſſantes de même. Que ſi enfin le petit axe devient égal au grand, auquel cas l'Ellipſe eſt un Cercle, les perpendiculaires qui s'étoient toujours juſques-là ſerrées de plus en plus vers le milieu, ſe ſerrent enfin infiniment, puiſqu'elles concourent à ce milieu, ou au centre, & toutes les portions inégales de perpendiculaires deviennent égales, & des rayons d'un même Cercle.

Si après cela il arrive, ce que j'appellerai la

la 2de *hypothese* par rapport à la 1re qu'on vient de voir, que l'axe jusqu'à présent plus petit ou égal à l'autre devienne plus grand, les portions de perpendiculaires qui avoient toujours avancé vers le centre, & enfin s'y réunissoient toutes, commencent à passer au-delà, & à tenir plus d'étendue sur l'axe où elles tombent, de sorte que celles qui viennent d'un certain quart de l'Ellipse tombent sur une partie de l'axe qui appartient au quart suivant. Cela ne se trouvoit jamais dans la 1re hypothese, où toutes les portions de perpendiculaires d'un quart d'Ellipse tomboient en-deçà de celle du milieu la plus grande de toutes; au contraire dans la 2de hypothese elles passent au-delà, & par conséquent sont plus longues que celle du milieu, & vont en croissant vers les deux extrémités de l'axe qui a été déterminé.

Il est visible que la 1re hypothese est celle de la Terre Sphéroïde allongé, & la 2de, celle de la Terre Sphéroïde applati; la Sphere est entre les deux. L'Axe de la Terre auquel il faut tout rapporter, n'est point indéterminé, comme il le seroit dans une figure purement géométrique; c'est ici celui de la révolution diurne d'Orient en Occident: s'il est plus grand que son conjugué, qui est le diametre de l'Equateur, la Terre est un Sphéroïde allongé: s'il est plus petit, elle est un Sphéroïde applati.

L'Observateur de la Parallaxe de la Lune étant dans un plan vertical sur un point de la surface de la Terre, la ligne comprise dans ce plan, & qui va de ce point jusqu'à l'axe

de la Terre, eſt la baſe de l'angle de la Parallaxe; c'eſt elle qui meſure la difference du centre de la Lune vu d'un point de la ſurface de la Terre, au même centre vu d'un point correſpondant de l'axe. Plus cette baſe eſt grande, plus la Parallaxe eſt grande. Il ne s'agit ici que de la Parallaxe horizontale, la plus grande de toutes. C'eſt bien tout ce que peut faire la plus grande Parallaxe, que de ſuffire au deſſein préſent.

Si la Terre eſt Sphérique, ſur quelque point de ſa ſurface que l'Obſervateur ſoit poſé, la baſe de l'angle de la Parallaxe eſt toujours un demi-diametre de la Terre; & par conſéquent les Parallaxes ſont toujours égales; bien entendu que la Lune ne s'approchera, ni ne s'éloignera de la Terre, ou qu'on tiendra compte de ce changement de diſtance. On ne conſidere que les changemens qui arriveront par les differentes poſitions de l'Obſervateur ſur la ſurface de la Terre, & parce que l'on ne concevoit la Terre que Sphérique, on n'a pas dû penſer juſqu'à préſent que ces differentes poſitions euſſent aucun effet par rapport à la Parallaxe de la Lune.

Si la Terre eſt un Sphéroïde allongé, & que l'Obſervateur, placé d'abord ſur un point de l'Equateur terreſtre, aille toujours enſuite vers un Pole, faiſant, ſi l'on veut, diverſes Stations, il eſt clair par ce qui a été dit, que la baſe de l'angle Parallactique qu'il obſervera, diminuera toujours; & que ce ſera le contraire, ſi la Terre eſt un Sphéroïde applati.

Donc on peut reconnoitre par les Parallaxes hori-

horizontales de la Lune observées en differens lieux, si la Terre est une Sphere ou un Sphéroïde, & si ce Sphéroïde est allongé ou applati.

Plus deux observations seroient faites dans deux lieux éloignés en latitude, plus la conclusion qu'on en tireroit seroit sûre. Il seroit même à souhaiter qu'ils eussent la même longitude. M. Manfredi juge que la meilleure méthode pour observer des Parallaxes, est celle des Parallaxes *horaires* inventée par feu M. Cassini, & que nous avons expliquée en 1706 *. C'est donc celle qu'il voudroit qu'on employât pour la Lune. Reste à savoir si elle donneroit une assez grande précision, & des résultats assez sensibles. M. Manfredi fait le calcul des erreurs inévitables aux meilleurs Observateurs, ou du moins des doutes qu'ils ne peuvent entierement lever, & on voit qu'il est permis d'esperer ici une exactitude suffisante; mais une méthode nouvelle & ingénieuse, demeurât-elle d'abord sans effet, a droit d'en attendre quelques-uns d'imprévus, ou au moins aura-t-elle toujours le prix que lui donnent sa nouveauté & sa finesse.

* p. 125.

SUR L'INCLINAISON DES ORBITES
DES PLANETES
Par rapport à l'Equateur de la Révolution du Soleil *.

PLACÉS fur la Terre comme nous fommes, il faut que toutes nos Obfervations, toutes nos Mefures partent de ce point de vue, de ce point fixe néceffaire, & que nous n'avons pas choifi. Nous avons voulu favoir fi les autres Planetes, qui auffi-bien que la Terre tournent autour du Soleil, fuivoient ou ne fuivoient pas la même route, la même Orbite que la Terre; & pour cela nous avons dû pofer la nôtre, notre Ecliptique, comme un plan unique ou principal auquel fe rapporteroient tous les autres: mais nous n'avons pas prétendu lui donner par-là aucun avantage, aucune prééminence réelle, & dès que l'on fait que le Soleil tourne autour de lui-même, comme toutes les Planetes tournent autour de lui, on fent même avant que de raifonner, & par une efpece d'inftinct philofophique, que le grand Cercle de la révolution du Soleil, fon Equateur, fera le plan dominant auquel il faudra rapporter ceux de toutes les autres révolutions.

On avoit déja la pofition, l'inclinaifon de tou-

* V. les M. p. 146.

toutes les Orbites des Planetes à l'égard de l'Ecliptique, & ce qui en eſt une ſuite néceſſaire, les lieux de tous leurs Nœuds, c'eſt-à-dire des points où l'Ecliptique eſt coupée par ces differentes Orbites. On a ſu par les Taches du Soleil, que ſon Equateur étoit incliné de 7° ½ ſur le plan de l'Ecliptique, & que leurs Nœuds étoient au 10me des Gémeaux, & à l'Oppoſite. Avec ces connoiſſances & le ſecours de la Géométrie, on parviendra aſſez facilement à tranſporter, pour ainſi dire, ſur l'Equateur du Soleil ces mêmes plans qu'on n'avoit déterminés que par rapport à l'Ecliptique, & on pourra même reconnoitre qu'on les a tirés d'un état qui ne leur étoit pas naturel pour les y remettre. En effet la rotation du Soleil ſur lui-même doit, ſelon toutes les apparences, être le principe de tout le mouvement de Tourbillon du Syſtême Solaire, & par conſéquent toutes les Planetes doivent ou circuler toutes dans le plan de l'Equateur du Soleil, ou ne s'en laiſſer que peu écarter par quelque eſpece de violence. Or les Orbites des Planetes rapportées à l'Equateur du Soleil s'en éloignent preſque une fois moins de part & d'autre, qu'elles ne s'éloignent de l'Ecliptique ſi on les y rapporte. Elles ſont plus ſerrées vers le plan d'où elles n'auroient pas dû ſortir. Il eſt à remarquer que c'eſt la Terre qui s'écarte le plus de cet Equateur, elle en eſt à 7° ½, & Mercure qui s'écarte le moins en eſt à 3° 10′. On entend aſſez que ces plans tranſportés à l'Equateur du Soleil ne le coupent pas dans les mêmes points où ils coupoient notre Ecliptique; que les Nœuds d'une

ne certaine Orbite qui étoient, si l'on veut, au 1er d'Ariès, lorsqu'on la rapportoit à l'Ecliptique, n'y sont plus, & en peuvent être même assez loin, lorsqu'on la rapporte à l'Equateur du Soleil.

Il s'agit maintenant de savoir, & c'est-là le plus fin de cette Théorie de M. Cassini d'après qui nous parlons, si ces Nœuds ont un mouvement sur cet Equateur, & quel est ce mouvement. Toute cette matiere des Nœuds est assez épineuse; ils pourroient être sans mouvement réel, & en avoir un apparent; ils pourroient en avoir un réel, & n'en avoir point d'apparent; ceux des Orbites des Planetes avec l'Ecliptique & leurs mouvemens sont très difficiles à constater, & la difficulté doit être sans comparaison plus grande pour les Nœuds de ces mêmes Orbites avec l'Equateur du Soleil. Tout cela va s'expliquer.

Nous avons dit assez au long en 1708 * comment l'axe de la Terre ou de l'Equateur terrestre tournant autour de l'axe immobile de l'Ecliptique, causoit l'apparence d'un mouvement que les Etoiles fixes auroient sur les Poles de l'Ecliptique, en conservant toujours & entre elles, & à l'égard de l'Ecliptique, les mêmes distances. Chaque point du Firmament, sans avoir aucun mouvement réel, paroîtra donc décrire en un certain tems ou l'Ecliptique, ou un Cercle parallele à l'Ecliptique. Or tout Nœud d'une Orbite de Planete avec l'Ecliptique est un point du Firmament;

* p. 113. & suiv.

ment; donc sans avoir aucun mouvement réel, il en aura un apparent. On sait que ce mouvement est d'Occident en Orient, & de 51″ seulement en une année.

Si l'on concevoit que les Nœuds eussent un mouvement réel égal à l'apparent que leur donne le mouvement de l'axe de l'Equateur terrestre autour de l'axe de l'Ecliptique, mais que ce mouvement réel fût en sens contraire de l'apparent, il y auroit un mouvement réel qui ne seroit nullement apparent.

Mais dans le 1er cas, tous les Nœuds n'auroient que le même mouvement, ce qui le rendroit bien légitimement suspect de n'être qu'une apparence; & dans le 2^d^ cas où tous les Nœuds seroient immobiles, on n'imagineroit guere qu'ils pussent avoir un mouvement réel, & il ne seroit nullement vraisemblable qu'ils eussent tous le même, & que de plus ils l'eussent tous directement en sens contraire du mouvement apparent des Fixes.

Que les Nœuds ayent un mouvement réel, mais inégal à l'apparent des Fixes, plus vîte ou plus lent que de 51″ en un an, & toujours du même sens, alors le mouvement réel se découvrira sûrement par son inégalité à l'apparent des Fixes. S'il est plus grand que de 51″ il sera toujours direct, ou d'Occident en Orient; s'il est moindre, il paroîtra rétrograde. Il suffit qu'il se démêle, qu'il se dégage de quelque façon que ce soit d'avec cet apparent qui pourroit l'effacer. D'ailleurs le mouvement réel des Nœuds sera different en differentes Orbites, plus ou moins vîte dans

les

les unes que dans les autres, ce qui ſera encore une grande marque de réalité.

Auſſi les Aſtronomes en ſont-ils communément perſuadés : cependant on eſt encore dans quelque incertitude ſur ce ſujet, faute de pouvoir déterminer aſſez exactement par les obſervations les mouvemens des Nœuds. Comme ils ne ſont certainement que fort lents, il n'y a qu'une ſuite de Siecles qui puiſſe les rendre ſenſibles ; & malheureuſement on n'a pas lieu de ſe fier aſſez aux anciennes obſervations, elles n'avoient pas la préciſion néceſſaire à cette recherche. Il n'y a peut-être rien dans l'Aſtronomie ſur quoi les Aſtronomes ſoient moins d'accord, parce qu'il eſt aſſez arbitraire d'adopter ou de rejetter certains Elémens qui entreront dans cette Théorie.

Tout ceci n'eſt que pour le mouvement des Nœuds des Orbites rapportées à notre Ecliptique : mais que ſera-ce quand elles ſeront rapportées à l'Equateur du Soleil ? Les Orbites des Planetes & l'Ecliptique ſont connues depuis un grand nombre de Siecles, il n'y a preſque qu'un Siecle que l'on connoit un Equateur au Soleil, & avec quelle ſubtilité a-t-il fallu parvenir à déterminer la poſition de l'Ecliptique par rapport à cet Equateur ? on en a vu l'hiſtoire en 1701 *, & pour peu qu'on y faſſe réflexion, on ſentira ſi les obſervations de ces differentes demi-Ellipſes, que les Taches paroiſſent décrire ſur le diſque du Soleil, peuvent donner une grande préciſion.

On

* p. 127. & ſuiv.

On n'a même eu aucun autre moyen qui pût servir concurremment avec celui-là, & y suppléer. Si l'on ne connoit qu'à peine, & sans une entiere assûrance, les Nœuds de l'Equateur Solaire avec notre Ecliptique, & par conséquent avec les autres Orbites, comment découvrira-t-on assez sûrement si ces Nœuds se meuvent ou non? ce ne sera du moins qu'à la faveur d'une longue suite de Siecles.

Si ces Nœuds sont immobiles, nous leur verrons le mouvement apparent de 51″ par an, que leur donnera, comme à tout le Firmament, le mouvement réel de l'axe de l'Equateur terrestre autour de l'axe immobile de l'Ecliptique.

Si ces Nœuds se meuvent réellement, il faudra concevoir que l'axe de l'Equateur terrestre se meut autour de l'axe de l'Ecliptique, non plus immobile, comme il l'étoit, mais qui se meut lui-même autour de l'axe immobile de l'Equateur Solaire. Il est aisé de voir la nécessité de ce changement, pourvu qu'on parte de cette considération, que ce n'est plus ici notre Ecliptique à laquelle on rapporte les positions & les Nœuds des Orbites des Planetes, mais l'Equateur du Soleil. Ainsi il n'appartient qu'à cet Equateur d'être immobile, & c'est à notre Ecliptique, comme à toute autre Orbite dont il s'agira, à se mouvoir autour de lui, puisqu'on suppose que les Nœuds qu'elle a avec lui, se meuvent réellement, c'est-à-dire, qu'elle va le couper successivement en differens points.

Dès que l'Ecliptique, ou plutôt son axe, se meut, il se fait un grand changement dans le

le Ciel. Le mouvement des Fixes de 51″ en un an, les laiſſe toutes ſur les mêmes Cercles paralleles à l'Ecliptique, parce qu'il ſe fait ſur l'axe immobile de l'Ecliptique. La latitude ou diſtance des Fixes à l'Ecliptique demeure donc toujours la même, mais non la longitude qui varie toûjours, & ne reviendra au même point qu'au bout de 25000 ans. Mais ſi l'axe de l'Ecliptique ſe meut, la latitude des Fixes change, quelque peu que ce ſoit en pluſieurs années, à cauſe de la grande lenteur du mouvement.

Tycho-Brahé s'étoit apperçu de quelques variations de la latitude des Fixes; & Kepler, pour expliquer ces variations, avoit imaginé l'hypotheſe d'une rotation du Soleil dont l'axe auroit une certaine poſition par rapport à l'axe de l'Ecliptique. Il déterminoit mal cette poſition & le lieu des Nœuds, faute d'avoir connu ou aſſez obſervé les Taches du Soleil; mais manquant de cette connoiſſance, il ne laiſſoit pas d'aller bien près du but, & de deviner l'eſſentiel par la force de ſon génie. On peut remarquer à ſa gloire, qu'il a beaucoup deviné, & merveilleuſement; les deux Loix, aujourd'hui ſi fameuſes & ſi bien établies dans l'Aſtronomie Phyſique, appartiennent à une eſpece d'inſpiration qu'il a eue.

On pourra donc un jour conclurre des mouvemens apparens des Fixes, les mouvemens réels, s'ils exiſtent, des Nœuds des Orbites Planétaires avec l'Equateur du Soleil. En attendant des déterminations bien conſtatées & irrévocables, M. Caſſini en tire de deux dif-

differentes hypotheſes, l'une de l'immobilité des Nœuds de l'Ecliptique, l'autre de leur mouvement égal en ſens contraire au mouvement apparent des Fixes. Certainement il arrivera de grands changemens dans le Ciel, & ce ſeront des ſpectacles intéreſſans pour les Aſtronomes; leur curioſité impatiente les prévient autant qu'elle peut.

SUR L'ATMOSPHERE DE LA LUNE.

LES Philoſophes inclinent aſſez unanimement à ne point donner d'Atmoſphere à la Lune; mais ce n'eſt pas encore une question tout-à-fait décidée, on y a fait entrer pluſieurs conjectures differentes, & M. Grandjean prétend l'amener à des termes plus précis, en ne la traitant que par Géométrie.

Si la Lune a une Atmoſphere, ſon diametre apparent, & pour mieux dire, la circonférence apparente de ſon diſque en eſt augmentée, ſur-tout quand elle eſt pleine, & cette augmentation ſera proportionnée à la hauteur de cette Atmoſphere. Si elle doit avoir un éclat different de celui du corps de la Lune, du moins lui verra-t-on une eſpece de bordure qui ſe fera remarquer. Or le diametre de la Lune pleine n'eſt jamais que ce qu'il doit être par rapport à la diſtance où la Lune eſt de la Terre, nulle augmentation d'ailleurs, point de bordure au diſque.

Si la Lune a une Atmoſphere, cette Atmoſphere ſera certainement plus denſe que l'Ether,

l'Ether, ſans quoi elle ne ſeroit pas Atmoſphere; elle rompra donc les rayons du Soleil en les approchant de la perpendiculaire, c'eſt-à-dire, en leur donnant plus de direction qu'ils n'en avoient vers le centre du globe total de la Lune & de ſon Atmoſphere; ces rayons ainſi rompus, entreront dans l'eſpace qui ne devroit être occupé que par l'ombre de la Lune éclairée de l'autre côté par le Soleil; l'eſpace occupé par l'ombre eſt donc diminué, & ſi la Terre y doit paſſer, ce qui arrive dans nos Eclipſes de Soleil, l'Eclipſe en commencera plus tard, & finira plus tôt, ou ſera plus courte qu'elle n'eût été naturellement. Or c'eſt ce qu'on ne remarque point, même en le cherchant; l'Eclipſe eſt toujours conforme au calcul Aſtronomique, qui n'a point ſuppoſé d'Atmoſphere à la Lune, ou ſi elle n'y eſt pas exactement conforme, on s'apperçoit aiſément qu'il a tenu à quelque autre choſe.

Si les Eclipſes de Soleil étoient accourcies par l'Atmoſphere de la Lune, il y auroit telles circonſtances où une Eclipſe qui auroit dû être très courte, ne ſeroit point.

Il en faut dire autant des Eclipſes des Fixes par la Lune, ſon Atmoſphere les accourciroit.

Rien de tout cela n'arrive, & par conſéquent la Lune n'a point d'Atmoſphere, ou elle en a une qui nous eſt inſenſible, ſoit par ſon peu de hauteur, ſoit par la foibleſſe de ſes réfractions.

Voilà les raiſonnemens ſur ce ſujet qu'on peut appeller géométriques, & qui le ſont en-

encore beaucoup plus de la maniere dont M. Grandjean les traite. Mais il y en a d'autres physiques, & qui par leur nature sont plus douteux. Nous avons rapporté en 1715 * un des plus forts qu'on ait encore faits pour l'Atmosphere de la Lune; nous rapportames aussi une réponse assez satisfaisante: mais il faut avouer que ce n'étoit-là que laisser ce point dans l'incertitude. Elle sera encore plus grande, si l'on y veut joindre ce qui a été dit en 1723 † sur la maniere dont l'Ombre se jette derriere les Corps éclairés. On y verra des accidens si imprévus, quoique réglés & constans, & tout le géométrique tellement dérangé par le physique, qu'on ne se pressera pas de prétendre rien déterminer de fixe sur l'existence ou la non-existence d'une Atmosphere de la Lune, & sur les changemens qu'elle apporteroit aux phénomenes.

SUR LA GRANDEUR DES SATELITES DE JUPITER. ‡

JUPITER, à cause de son grand éloignement, nous paroît si petit, même avec les meilleures Lunettes, & dans sa plus grande proximité de la Terre, qu'il a fallu que feu M. Cassini ait inventé une Méthode assez subtile pour déterminer précisément que son

* p. 62. & suiv. † p. 123. & suiv.
‡ V. les M. p. 499.

ſon diametre apparent étoit de 51 Secondes. Que ſera-ce donc de ſes Satellites, qui ſont beaucoup plus petits? Quelle induſtrie pourra ſaiſir les extrémités de leurs diametres, en ſorte qu'il y reſte un milieu ſenſible?

M. Caſſini, à qui l'Aſtronomie doit pluſieurs Méthodes très fines & très ingénieuſes, en a trouvé une pour la grandeur de ces Satellites. Ils paſſent tous devant le diſque lumineux de Jupiter, & diſparoiſſent effacés par ſa lumiere, quand ils y ſont entierement plongés; mais ils ſont quelque peu de tems à s'y plonger, & autant à s'en dégager entierement. Leur mouvement étant alors ſuppoſé uniforme, & il le ſera toujours aſſez pendant une ſi petite portion de leur révolution autour de Jupiter, il eſt certain que le tems qu'ils mettront à ſe plonger entierement dans le diſque de Jupiter, ou à en ſortir entierement, ſera au tems qu'ils mettront à paſſer inviſibles devant le diſque de Jupiter, ſi cependant ils ont paſſé devant ſon centre, comme leur diametre eſt à celui de Jupiter, que l'on connoitra d'ailleurs.

La circonſtance de paſſer devant le centre de Jupiter eſt rare. Il l'eſt fort auſſi, que Jupiter ſoit dans ſa plus grande proximi.é de la Terre, c'eſt-à-dire, en oppoſition avec le Soleil, & en même tems dans ſon Périhélie; car quand la Terre eſt entre lui & le Soleil, ce qui fait ſon oppoſition, & l'approche beaucoup de la Terre, il ne lui reſte plus, pour être le plus près de la Terre qu'il ſe puiſſe, que d'être auſſi le plus près du Soleil. La réunion de ces circonſtances, rares chacune

en

en particulier, étant encore beaucoup plus rare, & cependant presque absolument nécessaire pour la détermination des grandeurs des Satellites, il n'est pas étonnant que l'Astronomie hésite encore sur ce sujet.

M. Maraldi avoue qu'il y a travaillé sans succès. Souvent le Satellite qu'il suivoit n'étoit pas à moitié plongé dans le disque de Jupiter, qu'il devenoit invisible, parce que sa partie qui auroit dû encore se faire voir étoit trop petite étant seule. Souvent c'étoit la même chose renversée dans une Emersion, une partie déja sortie n'étoient pas assez grande pour être vue. Cependant M. Maraldi trouve dans les Registres de l'Observatoire des Observations assez exactes sur ces Immersions & Emersions, & principalement trois de feu M. Cassini en 1695 sur les trois 1ers Satellites. Par-là les diametres du 1er & du 2d sont à celui de Jupiter comme 1 à 20, & celui du 3me comme 1 à 18. Le 4me Satellite manque à cette Théorie, mais M. Maraldi supplée par un autre tour au défaut d'observations pareilles, & trouve le diametre de ce Satellite comme celui des deux 1ers. Le 3me Satellite est donc le seul inégal, & il est le plus grand. Si nous voyions de Jupiter les trois qui nous paroissent égaux, ils cesseroient apparement de l'être.

On ne doute plus présentement que le diametre de Jupiter ne soit dix fois plus grand que celui de la Terre, ainsi le diametre du plus grand Satellite est à celui de la Terre comme 10 à 18, ou 5 à 9. Il est en même tems beaucoup plus grand que celui de la Lune,

qui n'eſt à celui de la Terre qu'environ comme 1 à 4.

S'il eſt encore néceſſaire de prouver combien les obſervations des Satellites ſont délicates, nous rapporterons une remarque de M. Maraldi. De ces obſervations que l'on a faites en même tems à Greenwich & à l'Obſervatoire, on en a tiré la difference de ces deux Lieux, & il ſe trouve que cette difference eſt toujours plus grande par les Immerſions que par les Emerſions comparées enſemble, & c'eſt dans un très grand nombre de comparaiſons que cela ſe ſoutient toujours. Il y a de l'erreur de l'un des deux côtés, & une erreur d'habiles gens; c'eſt tout ce que nous voulons conclurre, quoique M. Maraldi conjecture aſſez finement de quel côté elle vient.

SUR UNE NOUVELLE METHODE POUR TROUVER LA HAUTEUR DU POLE. *

IL y a deux Méthodes principales pour déterminer la hauteur du Pole, ou la latitude d'un Lieu.

La 1re eſt par les hauteurs Méridiennes du Soleil, ou de quelque Etoile fixe. Le jour du Solſtice d'Eté, où l'on ſait que le Soleil eſt

* V. les M. p. 564.

est à 23 degrés de l'Equateur, car pour plus de facilité je ne prends que des nombres entiers, on a observé sa hauteur Méridienne de 63 degrés; de-là on conclud que le Soleil est éloigné du Zénit du Lieu de 27 degrés, 27 & 23 sont 50 degrés dont le Zénit du Lieu est éloigné de l'Equateur, & c'est-là sa latitude ou sa hauteur du Pole. Il est clair que toute Fixe servira au même usage que le Soleil, pourvu que l'on connoisse sa distance à l'Equateur, ou sa déclinaison, comme l'on connoissoit dans cet exemple celle du Soleil.

La 2de Méthode est bornée aux Fixes *circompolaires*, c'est-à-dire, dont on peut voir du Lieu où l'on est une révolution entiere autour du Pole, ou qui ne se couchent point. A une plus grande latitude on en voit toujours un plus grand nombre. Elles ont dans une seule révolution deux hauteurs Méridiennes, l'une supérieure par rapport au Pole, l'autre inférieure: on les a toutes deux par observation, on prend l'arc du Méridien compris entre elles, il est sûr que le point du milieu de cet arc est le Pole, & que la hauteur supérieure observée moins la moitié de cet arc, ou l'inférieure plus cette même moitié, est la hauteur du Pole sur l'Horizon.

Le défaut de la premiere Méthode est qu'elle demande la connoissance exacte des déclinaisons, soit du Soleil, soit des Fixes, & les meilleurs Astronomes ne sont pas d'accord entre eux sur ce point; sans compter que l'on commence à appercevoir dans les Fixes, des irrégularités, des changemens de position qui, jusqu'à présent, paroissent fort bizarres.

Il eſt clair auſſi que les hauteurs Méridiennes varient par les Réfractions, dont la juſte meſure ne pourra apparemment être jamais bien établie. Le ſeul remede feroit de prendre ces hauteurs ſi grandes que les Réfractions y puſſent être negligées.

La 2de Méthode eſt ſujette auſſi aux Réfractions, & c'eſt ſon ſeul défaut qui juſque-là lui eſt commun avec la 1ere; mais elle a de particulier, que comme il lui faut deux hauteurs differentes, elle tombe deux fois dans l'inconvénient des Réfractions, qui même ſont inégales.

Il ne faut pas croire cependant que quand les opérations ſont auſſi bien faites qu'elles peuvent l'être, ſur-tout quand on en a fait un grand nombre pour un même ſujet, il puiſſe reſter beaucoup d'incertitude. Mrs. Caſſini & Maraldi ont fixé la latitude de l'Obſervatoire à 48° 50′ 10″, M. de la Hire à 48° 50′ ſeulement; il ne s'agit que de 10″, de $\frac{1}{23780}$ du tout: mais M. Godin juge que comme une latitude eſt un élément très important qui entre dans une infinité de calculs, il eſt bon de l'avoir encore, s'il ſe peut, dans une plus grande préciſion, & il en a imaginé le moyen.

Il choiſit une Etoile circompolaire dont la plus grande hauteur Méridienne ſoit telle que la Réfraction y ſoit nulle ou inſenſible, & il prend exactement cette hauteur. L'Etoile étant en-deçà du Pole par rapport à l'Obſervateur, & plus élevée ſur l'Horizon, il eſt certain que ſi de ſa hauteur Méridienne connue on ôte ſa diſtance au Pole encore inconnue,

nuc, on aura la diſtance cherchée du Pole à l'Horizon.

Chaque Quart de l'Equateur, à compter d'un Méridien quelconque, eſt égal à la distance de l'Equateur au Pole; & de même à cauſe de l'uniformité de la Sphere, chaque Quart du Parallele décrit par une Etoile en 24 heures, eſt égal à la diſtance de cette Etoile au Pole, puiſqu'elle eſt toujours très exactement pendant 24 heures ſur la circonférence de ce Parallele, dût-elle avoir d'ailleurs de grandes irrégularités. On la voit pendant toute une révolution, on peut donc la prendre & 6 heures avant, & 6 heures après ſon paſſage par le Méridien; elle aura décrit préciſément la moitié de la circonférence de ſon Parallele; il n'y a plus qu'à meſurer par les Inſtrumens la quantité de degrés de cet arc, dont la moitié ſera la diſtance de la Fixe au Pole.

Il eſt vrai que quand elle a été dans ſes deux plus grands éloignemens du Méridien, elle a dû être aſſez baſſe pour être ſujette aux Réfractions, & alors par conſéquent on l'a vue trop élevée, & la moitié de ſon Parallele a paru plus courte qu'elle n'étoit réellement. M. Godin n'a garde d'en diſconvenir, mais il fait remarquer & prouve par un Exemple, que ſes opérations le mènent à un Calcul où l'erreur qui vient des Réfractions mal connues, eſt la moitié moindre que celle qui naitroit des opérations ordinaires. De plus il trouve la hauteur du Pole par une Etoile fixe, ſans avoir beſoin d'en connoitre auparavant la déclinaiſon. Il ſemble préſentement que tous les grands pas ſont faits dans les

Sciences, & qu'on ne peut plus avancer que par de petits pas, qui n'en feront que plus difficiles, & plus à eftimer.

SUR LA PERPENDICULAIRE A LA MERIDIENNE DE PARIS.*

CE qui fut commencé en 1733 pour la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris du côté de l'Occident †, a été continué & fini cette année du côté de l'Orient, quoiqu'au milieu d'une Guerre très vive. M. Caffini, parti de Paris à la tête de la même Troupe que l'année précédente, a pouffé cette Perpendiculaire jufqu'à l'extrémité Orientale de la France, jufqu'à Strasbourg.

Si l'on fe fouvient de ce qui a été dit en 1721 ‡ fur cette forte de travail en général, & des attentions qu'il y faut apporter, il ne reftera plus qu'à en faire l'application à quelques cas particuliers qui fe trouverent dans ce dernier ouvrage. Par exemple, quand on fut fur les confins de la Lorraine & de l'Alface, la Perpendiculaire jetta les Géometres dans de grands Bois, où il n'y avoit ni Objets remarquables qui puffent être diftingués des autres pour la formation des Triangles, ni Routes par où d'autres que des Chaffeurs puffent guere paffer: incommodités auxquelles

* V. les M. p. 537. † V. l'Hift. de 1733. p. 63.
‡ p. 84. & fuiv.

ſes on ne s'attendoit point dans des pays tels que ceux-ci, & qu'on n'avoit point encore éprouvées, du moins à ce point-là, dans de pareilles entrepriſes. Il fallut ſe faire & des Objets & des Routes, on ſe partagea pour allumer en differens endroits & en des tems dont on étoit convenu, de grands feux, qui, par l'éloignement, n'étoient preſque plus que des points où ſe formoient des ſommets d'angles. Quelquefois, quoiqu'il ſuffît de partir d'une baſe actuellement meſurée, après quoi tout le reſte ſe concluoit par le calcul Trigonométrique, on a meſuré actuellement d'autres baſes ou côtés de Triangles pour ſuppléer au défaut de quelque angle que l'on n'avoit pas; car ſi l'on n'a pas les trois angles d'un Triangle, il faut avoir plus d'un côté.

On eſt parvenu de Paris à Strasbourg par une ſuite de 39 Triangles, ce qui eſt remarquable, puiſqu'il en a fallu 30 pour aller ſeulement de Paris à Dunquerque. Nous avons dit en 1721 pourquoi le petit nombre de Triangles, & la grandeur des angles, ſont des avantages. Ici on a eu ces deux avantages à la fois, & ces grands Bois ſi incommodes y ont apparemment contribué. On a été obligé de ſe faire des Objets, & on ſe les eſt faits les plus éloignés qu'on a pu, & faiſant entre eux les plus grands angles.

On a fini ce travail de la même maniere que les autres, par la meſure actuelle d'une baſe qui, ſur une longueur de 3341 Toiſes 4 pieds, ne s'eſt trouvée que de 4 pieds plus courte que la baſe réſultante des 29 Triangles.

La diſtance de Paris à Strasbourg eſt de

205120 Toises en ligne droite, ce qui fait près de 90 Lieues communes de 2282 Toises. Cette même distance prise sur la Perpendiculaire n'est que de 204990. Strasbourg est au Midi de la Perpendiculaire, & en est éloigné de 7326 Toises, ou de plus de 3 Lieues.

Si aux 204990 Toises de distance de Paris à Strasbourg prises sur la Perpendiculaire, on joint les 148460 Toises ou 65 Lieues, qui font sur la même Perpendiculaire la distance de Paris à Granville, on aura 353450 Toises, ou près de 155 Lieues, pour la longueur de cette ligne qui s'étend sur toute la France de l'Ouest à l'Est en passant par Paris.

On avoit la distance terrestre de Paris à Strasbourg, il ne restoit plus qu'à avoir la distance céleste, c'est-à dire, la grandeur en degrés de l'arc d'un Parallele compris entre Paris & Strasbourg, ou entre leurs Méridiens. Pour cela les Satellites de Jupiter étoit nécessaires; mais le tems extrêmement pluvieux étoit très contraire à l'observation, & d'ailleurs on n'eût pas pu la suivre longtems, car Jupiter étoit prêt à se plonger dans les rayons du Soleil. Mais M. Hertenstein, fameux Professeur de Mathématique à Strasbourg, suppléa à ce défaut par de bonnes observations des Satellites, faites par M. Eisenschmid son Prédécesseur, & qu'il communiqua à M. Cassini.

Il parut bientôt par-là qu'à la latitude de Strasbourg, les degrés de longitude étoient plus petits qu'ils ne doivent être dans l'hypothese de la Terre Sphérique, & que cela emporte

porte que la Terre soit un Sphéroïde allongé. Nous avons trop traité cette matiere dans l'année précédente, pour en rien répéter ici. M. Eisenschmid n'étoit engagé dans aucun parti sur la Question de la figure de la Terre, & il n'y a pas d'apparence que dans ses observations des Satellites il ait songé à favoriser le Sphéroïde allongé, plutôt que l'applati; & d'ailleurs, quoique fort habile, il eût peut-être eu de la peine à trouver bien sûrement comment il devoit s'y prendre: mais enfin ces observations se sont trouvées si favorables au Sphéroïde allongé, que M. Cassini a eu la modération de n'en pas vouloir tirer tout l'avantage qu'il eût pu à la rigueur, & de s'en retrancher une partie.

SUR L'OBLIQUITÉ DE L'ECLIPTIQUE. *

QUAND l'obliquité de l'Ecliptique seroit toujours décroissante, comme quelques-uns commencent à le croire, ce seroit de si peu & si lentement, que l'on n'auroit pas tort d'en douter encore assez longtems. Nous avons déja traité le pour & le contre de cette matiere en 1716 †, & depuis ce tems-là nous ne pouvons pas avoir acquis de grandes lumieres sur un point de fait dont l'éclaircissement demande plusieurs Siecles. Cependant on peut avoir une impatience assez légitime de prévenir, autant qu'il sera possible,

* V. les M. p. 491. † p. 59. & suiv.

ble, un éclairciſſement ſi tardif, & ceux qui la ſentiront le plus, auront apparemment déja pris le parti du décroiſſement de l'obliquité de l'Ecliptique; car pour les autres, leur hypotheſe eſt la dominante, ils ſont en poſſeſſion, & ils peuvent y demeurer encore longtems tranquillement.

M. Godin, comme pour tenir les choſes prêtes au Syſtême du décroiſſement, a voulu voir de quelles cauſes il pourroit procéder, quels effets il produiroit, quelles ſeroient toutes les marques qui le feroient reconnoitre. Pour bien entendre toute cette Théorie aſſez neuve, & peut-être un peu abſtraite, il faut remonter juſqu'à la *Préceſſion des Equinoxes*, que nous avons expliquée en 1708 *, ſelon le Syſtême de Copernic.

L'axe de l'Equateur & celui de l'Ecliptique, partans tous deux du centre de la Terre, perpendiculaires chacun au plan de ſon Cercle, ſont inclinés l'un à l'autre du même angle, dont l'Equateur & l'Ecliptique le ſont l'un à l'autre, de 23° ½ à-peu-près. Si l'on conçoit que ces deux axes ſoient immobiles l'un par rapport à l'autre, nous ne verrons jamais aucun changement dans l'inclinaiſon de l'Equateur & de l'Ecliptique, ni dans toutes les poſitions des Etoiles entant qu'elles ſe rapportent à l'un ou à l'autre de ces deux Cercles; toutes les déclinaiſons qui ſe rapportent à l'Equateur, toutes les latitudes qui ſe rapportent à l'Ecliptique, ſeront invariables; les Fixes, quelque mouvement qu'elles puiſſent

* p. 113. & ſuiv.

ſent avoir d'ailleurs, ſeront toujours à la même diſtance de ces deux Cercles, & ne ſe mouvront que parallelement à eux. Il eſt évident que ce ſera le mouvement en longitude qui leur ſera entierement libre.

Mais ſi l'on ſuppoſe que des deux Axes l'un ſe meuve par rapport à l'autre, que ce ſoit l'Axe de l'Equateur qui ſe meuve par rapport à celui de l'Ecliptique immobile, décrivant un cercle autour de lui sans changer l'angle de 23° $\frac{1}{2}$ qu'il fait avec lui, nous avons expliqué en 1708 comment alors on verroit les Fixes changer de délinaiſon, puiſque l'axe de l'Equateur ſe meut, & non pas de latitude, puiſque l'axe de l'Ecliptique ne ſe meut pas. En même tems les Fixes auront un mouvement en longitude d'Occident en Orient ſur les poles immobiles de l'Ecliptique, ou plutôt l'apparence de ce mouvement cauſée par le mouvement circulaire réel de l'axe de l'Equateur autour de celui de l'Ecliptique. La vîteſſe de ce mouvement réel déterminera celle de l'apparent. On a vu comment de-là venoit la préceſſion des Equinoxes. C'eſt uniquement pour l'expliquer, que tout ce que nous venons de dire a été imaginé. On y a toujours conſidéré l'angle de l'Ecliptique avec l'Equateur comme conſtant.

S'il ne l'eſt pas, & c'eſt de quoi il s'agit ici, quelle addition faut-il faire à cette Théorie? car ce ſera une addition, & non pas un changement; la préceſſion des Equinoxes, & tout ce qui en dépend, doit ſubſiſter en entier.

Puiſque l'angle diminue, les deux axes ne conſervent plus entre eux cette même diſtance

 ce

ce qu'ils conſervoient auparavant, ou, ce qui eſt le même, leurs plans ne la conſervent plus. Mais lequel des deux ſe met en mouvement vers l'autre? Voilà ce que M. Godin fait reconnoitre par les phénomenes qui arriveront.

Si l'Equateur ſe meut vers l'Ecliptique immobile, tout ce qui ſe rapporte à l'Equateur, les déclinaiſons des Fixes changeront, & non les latitudes. Il ſemble que nous venions déja de le dire dans une autre hypotheſe, mais au fond ce n'eſt nullement la même choſe. Quand l'axe de l'Equateur tourne autour de celui de l'Ecliptique ſans changer d'angle, les Fixes prennent néceſſairement par cette cauſe un mouvement apparent en longitude, parallele à l'Ecliptique, & qui par conſéquent ne l'étant pas à l'Equateur, fait changer les déclinaiſons. Mais ſi outre cela l'Equateur ſe meut en s'approchant de l'Ecliptique, tout ce qui ſe rapporte à l'Equateur, & par conſéquent les déclinaiſons ſont encore en mouvement, & changent par ce nouveau principe; mais c'eſt un changement qui s'ajoute au premier, & n'en change pas la nature. On ne doit pas manquer d'y faire attention.

Si l'Ecliptique ſe meut vers l'Equateur immobile, les latitudes changent, puiſqu'elles ſe rapportent à l'Ecliptique, & les déclinaiſons ne changent que par le premier principe, par le ſimple mouvement de l'Axe de l'Ecliptique autour de celui de l'Equateur.

Par les obſervations que l'on peut avoir juſqu'à préſent, M. Godin croit pouvoir conclurre que l'obliquité de l'Ecliptique a diminué

nué de 55″ en 80 ans, ce qui fera à très peu près 1′ en 90 ans. C'eſt-là le mouvement qui appartiendra ou à l'Equateur vers l'Ecliptique, ou à l'Ecliptique vers l'Equateur. Le premier ou l'ancien mouvement par lequel l'Axe de l'Equateur tournoit autour de celui de l'Ecliptique ſans s'en approcher, ni s'en éloigner, ſubſiſte toujours tel que M. Caſſini l'a déterminé de 1 degré en 70 ans. Il eſt donc au ſecond ou nouveau, comme 105 à 1. Le ſecond eſt d'une prodigieuſe lenteur, s'il n'eſt que la $\frac{1}{105}$ partie du premier, qui étoit déja bien lent, & il ne faut pas s'étonner que ce ſecond ait attendu toute la juſteſſe & toute la ſubtilité de l'Aſtronomie moderne pour ſe faire ſeulement ſoupçonner. On avoit peine à concevoir, & nous l'avons dit en 1708, que l'Axe de l'Equateur tournant autour de celui de l'Ecliptique, pût conſerver le parallelisme avec lui-même qu'il eſt obligé de garder dans toutes ſes ſituations ſelon le Syſtême de Copernic: cette difficulté ne ſubſiſte plus dès que le parallelisme n'a plus beſoin d'être exact, & qu'au contraire il faut qu'il ne le ſoit pas.

La diminution de l'obliquité de l'Ecliptique étant admiſe ou ſuppoſée, ou l'axe de l'Equateur ſe meut vers l'Ecliptique d'un mouvement de 1′ en 90 ans, outre le mouvement de rotation qu'il a autour de ce même Axe de 1 degré en 70 ans, ou bien l'Axe de l'Ecliptique a un mouvement de 1′ en 90 ans vers l'Equateur: on a maintenant à ſe déterminer entre ces deux partis.

Il eſt plus naturel que ce ſoit pour le ſecond. L'Axe de l'Equateur eſt déja chargé d'un mouvement, & s'il falloit que l'autre lui appartînt encore, l'Axe de l'Ecliptique ſeroit d'une immobilité difficile à admettre dans la Nature, vu tout ce que l'on en connoit aujourd'hui. Mais M. Godin employe un raiſonnement plus ſavant & plus ingénieux, qu'il reconnoit avoir tiré de Tycho.

Si l'Ecliptique ſe meut vers l'Equateur, les latitudes des Fixes changent toujours, & comme il faut des tems extrêmement longs pour donner en cette matiere quelque choſe de ſenſible, les plus anciennes latitudes obſervées avec aſſez de ſûreté, ſeroient celles que l'on compareroit aux latitudes d'aujourd'hui. Mais ce que nous avons de plus ancien ſur ce ſujet, ce ſont ſeulement les déclinaiſons de quelques Fixes données par Ptolémée ſans leurs latitudes. M. Godin a ſuppléé à ce défaut pour la Claire de l'Aigle, en tirant ſa latitude au tems de Ptolémée de la déclinaiſon qu'elle y avoit, du mouvement connu des Fixes, de l'obliquité qu'avoit alors l'Ecliptique, & des obſervations de M. Godin lui-même ſur la longitude de cette Etoile. Le Calcul vient enfin à donner ſa latitude plus grande au tems de Ptolémée qu'elle n'eſt aujourd'hui, &, ce qu'il y a de remarquable, plus grande preſque préciſément autant que l'étoit l'obliquité de l'Ecliptique, parce que la Claire de l'Aigle eſt placée preſque ſur le Colure des Solſtices, au point où la meſure de ſa latitude & celle de l'obliquité de l'Ecliptique ne ſont que la même.

Dans-

Dans ces ſortes de Calculs M. Godin a égard aux Réfractions, que les Anciens ne connoiſſoient pas. Il a même égard aux différens Lieux où les Anciens ont obſervé, car c'eſt encore là un principe de variation pour les Réfractions, & feu M. le Chevalier de Louville paroît n'en avoir pas tenu compte, quoiqu'on le doive dans une matiere où il n'eſt queſtion que de fort petites grandeurs, qui échaperont, ſi l'on en perd rien.

Par toutes les preuves de M. Godin, l'apparence eſt juſqu'ici, car peut-être ſuffit-il de dire apparence, que l'angle de l'Equateur & de l'Ecliptique diminue, & que c'eſt l'Ecliptique qui s'approche de l'Equateur. Mais ſi cela eſt, voici un grand changement dans le Ciel. Tout le monde ſait ce que c'eſt que les Nœuds de l'Ecliptique avec toutes les Orbites des Planetes: rien n'eſt plus important ni plus néceſſaire dans l'Aſtronomie que la détermination de ces Nœuds, de leurs lieux, de leurs mouvemens, parce que ces points étant les ſeuls communs à notre Orbite & aux autres, c'eſt dans ces points que les mouvemens des Planetes doivent être mieux comparés à celui de la Terre, & c'eſt de-là que nous devons partir pour ſuivre tous ces mouvemens étrangers, ou du moins ce ſont dans tous ces mouvemens des points principaux & très remarquables. Si l'on ſe repréſente l'Ecliptique coupant chaque Orbite de Planete en deux points placés differemment en chaque Orbite, on concevra auſſi-tôt que ſi l'Ecliptique étoit immobile, tous ces differens Nœuds le ſeroient auſſi, & paroîtroient fixes,

fixes, du moins *de ce chef*, & que s'ils avoient ou paroissoient avoir du mouvement, cela leur viendroit d'ailleurs; mais que si l'Ecliptique se meut, il est impossible que devenant successivement differens plans differemment posés, elle ne vienne à couper toujours en d'autres points les Orbites des Planetes, & que par-là les Nœuds n'ayent un mouvement apparent. Or ce mouvement des Nœuds causé par celui de l'Ecliptiqne n'a jamais été connu, & ce seroit une réforme importante à faire dans leur Théorie.

Il est vrai que cette Théorie n'est pas encore bien assurée. Elle l'est si peu, que quelques Astronomes font le mouvement de certains Nœuds direct, & celui de quelques autres rétrograde, ce qui manque absolument de vraisemblance, & auroit besoin d'être, pour ainsi dire, plus que prouvé. C'est l'extrême lenteur du mouvement des Nœuds, & la grande rareté d'Observations heureuses, qui causent l'incertitude où l'on demeure sur ce point.

Dans cet état, M. Godin prend le parti de croire que les Nœuds n'ont aucun mouvement réel, mais un apparent causé par le mouvement réel de l'Ecliptique vers l'Equateur terrestre. Le physique de cette Théorie est extrêmement simple, dégagé de toute idée forcée, ou ajustée au besoin, nécessaire même supposé la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique & le mouvement de l'Ecliptique vers l'Equateur. Mais ce ne seroit pas assez, il faut encore que les Observations s'accordent avec l'hypothese, qui paroît d'abord hardie;

hardie; & c'eſt ce que M. Godin s'attache à faire voir d'une maniere aſſez ſatisfaiſante. Il promet d'étendre encore cette recherche plus loin ſur les mêmes vues. Nous l'avons déja dit, il s'en faut bien que les faits de l'Aſtronomie ne ſoient aſſez conſtatés. On ne doutoit pas que l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur ne fût toujours le même; s'il ne l'eſt pas, c'eſt dans tout le corps de l'Aſtronomie un changement preſque incroyable.

MECHANIQUE.

*SUR LES FIGURES QUE LES PLANETES PRENNENT PAR LA PESANTEUR.**

QUAND on recherche en Philoſophe les figures des Planetes, il eſt aſſez ordinaire & fort naturel de conſidérer ces Corps, quoique ſolides, au moins dans une grande partie de leur tout, comme ayant été originairement de grands Fluides, ou des eſpeces de Pâtes très molles, que la Peſanteur a, pour ainſi dire, pétries, en les obligeant de prendre les figures que ſon action demandoit, pour s'exercer enſuite continuëment, également, & ſans obſtacle. Il a donc fallu que

* V. les M. p. 27.

que toutes les parties de la Planete ayent été amenées à un équilibre, qui eſt le ſeul état permanent; il faut, pour cet équilibre, que toutes les Colomnes du Liquide ſe diſpoſent entre elles de façon à ſe ſoutenir les unes les autres, & à ſe contrebalancer exactement. Cette exactitude n'eſt néceſſaire que dans le tems où le Corps de la Planete ſeroit en liqueur, ou en pâte; car alors le moindre excès de Peſanteur qu'une Colomne auroit ſur les autres les feroit ſoulever, & altéreroit la figure du tout; ce ne ſera plus la même choſe, quand cette liqueur ſe ſera, ſi l'on veut, congelée, ou que cette pâte ſe ſera durcie; l'équilibre eſt exact entre les parties de nos Mers, mais non pas entre celles des Terres, qui pourroient n'avoir été originairement qu'une pâte.

Pour déterminer l'équilibre des Colomnes, il eſt beſoin de connoitre, du moins géométriquement, c'eſt-àdire, de pouvoir réduire aux expreſſions, & au Calcul de l'Algebre, tout ce qui appartient à la Peſanteur, priſe ou en elle-même, ou par rapport à ſon action, ou par rapport à l'altération qu'elle peut recevoir de cauſes compliquées avec elle.

Elle peut être en elle-même ou conſtante ou variable. Conſtante, elle agira toujours avec la même force, à quelque diſtance que ſoit le point vers lequel elle pouſſe un Corps; variable, elle agira avec plus ou moins de force, ſelon une proportion quelconque à cette diſtance. Conſtante, elle agira toujours de même, ſelon quelque direction qu'elle agiſſe

ſur

ſur ce corps; variable, elle agira differemment, ſelon differentes directions.

Et de-là naiſſent deux differentes manieres dont la Peſanteur peut être conſtante en un ſens, & variable en un autre. Si ſon action eſt la même à quelque diſtance que ſoit le point où elle tend, & ſi en même tems elle eſt differente ſelon la differente direction; ou ſi, au contraire, l'action eſt la même pour toutes les directions, mais non pas pour toutes les diſtances du point où elle tend, la Peſanteur ſera imparfaitement conſtante & variable, & il eſt aiſé de voir quand elle ſera parfaitement l'un ou l'autre.

Elle peut ne pouſſer toutes les parties du Corps qu'elle meut que vers un point unique, qui ſera alors un centre; ou les pouſſer chacune vers un point different d'une même ligne, qui ſera un axe.

Quand le Corps ſuppoſé ſe meut ſur ſon centre, ou, ce qui eſt le même, ſur un axe, la Peſanteur qui tend toujours ou vers ce centre, ou vers cet axe, ſe complique néceſſairement avec la force Centrifuge qui tend à s'en éloigner. Mais pour conſidérer ces deux forces comme contraires, il ne faut prendre que ce qu'elles ont d'abſolument oppoſé dans leurs directions, décompoſées s'il en eſt beſoin. Si dans le Fluide qui tourne, la force Centrifuge étoit plus grande que la Peſanteur, tout ce Fluide ſe diſſiperoit, & ſeroit bien éloigné de pouvoir prendre une figure durable. Si les deux Forces étoient égales, elles ſe détruiroient l'une l'autre, & il ne ſe formeroit point encore de figure. Il faut pour

cela que la Pesanteur soit la plus grande; ce n'est que ce qui n'est pas détruit par l'action de la force Centrifuge, son antagoniste, ce n'est que ce qu'elle peut encore conserver, qui agit pour produire une figure; ce n'est que cet excès, ce reste, qui est le poids *actuel* des Corps.

M. Bouguer exprime algébriquement dans la plus grande généralité possible, & la Pesanteur, & son action, & sa modification. Il y a quelquefois dans ces sortes d'expressions plus que l'art ordinaire; par exemple, on peut remarquer celui qu'employe M. Bouguer pour désigner differemment la Pesanteur variable par une differente distance au point où elle tend, ou par une differente direction.

Le Fluide indéterminé, que M. Bouguer considere, tourne sur son axe vers lequel la Pesanteur pousse toutes les Colomnes qui le composent; & puisque leur équilibre déterminera la figure que le Fluide total prendra, il faut trouver une Equation où une certaine Colomne déterminée contrebalance toute autre Colomne quelconque, ou, ce qui est le même, lui soit égale en force. Il y a dans ce Fluide, une Colomne unique, dont la Pesanteur n'est point altérée par la force Centrifuge, c'est celle qui est l'axe du mouvement de circulation du Fluide; elle comprend tous les points d'où les forces Centrifuges tendent à s'éloigner, & par conséquent elle ne peut avoir elle-même de cette espece de force. Cette Colomne déterminée mise en égalité avec toute autre indéterminée soumi-

se

ſe à toutes les conditions du Problême, fournira l'Equation que l'on cherche, ſuſceptible enſuite de toutes les déterminations particulieres poſſibles. On entend aſſez qu'il ſortira de-là des valeurs d'Abſciſſes & d'Ordonnées d'une Courbe, qui ſera toujours celle de la figure cherchée du Fluide, & qui variera ſelon les differentes hypotheſes qu'on aura faites arbitrairement.

Il ſeroit aſſez naturel de croire qu'après cela tout eſt fait; mais le Problême bien approfondi, renferme encore une conſidération qui en augmente la difficulté, & par conſéquent la beauté, & qui pourroit échaper à moins que d'une grande attention.

L'équilibre des Colomnes aſſure bien, dit M. Bouguer, le repos *intérieur* de toute la maſſe du Fluide, mais non pas l'*extérieur*, celui de ſa ſurface, qui peut encore n'être pas de niveau, & par conſéquent couler de côté & d'autre, & n'avoir pas une figure arrêtée. Mais, dira-t-on, ce qu'on appelle ici l'extérieur, n'eſt-ce pas l'intérieur même *finiſſant*; & ſi tout l'intérieur eſt tranquille, comment cet extérieur ne le ſera-t-il pas? C'eſt que l'équilibre des Colomnes n'a fait qu'en régler les differentes longueurs, telles qu'elles devoient être, afin que l'une d'entre elles n'en ſoulevât pas une autre par un plus grand poids; c'eſt que l'action quelconque de la Peſanteur n'a été diſtribuée que par rapport à ces longueurs, & n'a eu, pour ainſi dire, d'autre objet que de les déterminer. Pour cela il n'étoit pas néceſſaire que les directions de cette action fuſſent perpendicu-

lai-

laires à la ſurface qui ſe formoit, mais il faut qu'elles le ſoient à cette ſurface formée, ſi l'on veut qu'elle ſe maintienne; car autrement de deux Colomnes qui préciſément par leur longueur faiſoient équilibre, ſi la premiere reçoit perpendiculairement l'action de la Peſanteur, tandis que la ſeconde ne la reçoit qu'obliquement, il eſt certain que la premiere l'emportera ſur la ſeconde, & la ſoulevera.

M. Bouguer cherche une nouvelle Equation, qui exprime la figure ou la ſurface d'un Fluide dont tous les points ſoient preſſés perpendiculairement par la Peſanteur, ou, ce qui revient au même, ſoient de Niveau. Il lui vient une Equation aſſez differente de celle qui donnoit l'Equilibre des Colomnes, ce qui marque déja que les deux cas ſont plus differens qu'on n'auroit cru. Ils le ſont au point que l'un exclud quaſi toujours l'autre, & qu'il n'y a que peu de moyens de les réunir, c'eſt-à-dire, que quand on veut que les deux Equations deviennent la même, ce qui ne ſe peut qu'en égalant entre elles les quantités par où elles diffèrent, on voit qu'il n'y a qu'un petit nombre d'hypotheſes qui puiſſent produire cette égalité. Une de ces hypotheſes eſt celle de la Peſanteur conſtante ſelon quelque direction qu'elle agiſſe, & à quelque diſtance que ſoit le point où elle tend; alors la Planete eſt une Sphere. Ce n'eſt plus la même choſe, ſi on met la moindre variation dans la Peſanteur. Combien étoit-on éloigné du vrai, & combien étoit-on éloigné de s'en douter, quand à cauſe de la nobleſſe

de

de la figure Sphérique, on croyoit que les Corps Céleſtes ne pouvoient être que Sphériques?

Les figures du Solide formé ſur le ſeul principe de l'Equilibre des Colomnes, ou ſur le ſeul principe du Niveau, peuvent aller juſqu'à differer autant que celles d'un Solide infini en étendue & d'un autre fini, tous deux d'une maſſe finie.

Apparemment il eſt rare dans l'Univers qu'il y ait des Planetes parfaitement Shériques, & par conſéquent des Peſanteurs parfaitement conſtantes; car, ſelon la préſente Théorie, elles auroient arrondi entierement ces Planetes, ſuppoſé qu'elles les euſſent trouvées dans leur premiere origine parfaitement obéiſſantes à leur impreſſion. Mais comme ce point-là demeurera toujours indécis, & que le Problême de M. Bouguer n'a pas compté ſur aucune réſiſtance de la matiere des Planetes à l'action de la Peſanteur, il ne ſera pas poſſible d'arriver par cette voye à une grande certitude ſur leurs figures.

Toujours peut-on penſer avec beaucoup de vraiſemblance, qu'il eſt très difficile que jamais l'action de la Peſanteur ſur la ſurface d'aucune Planete lui ſoit auſſi géométriquement perpendiculaire qu'il le faudroit pour tenir dans un parfait repos les Liquides, les Mers qui s'y trouveront; & ſi ce repos n'eſt pas parfait, la ſurface de ces Mers ſera elle-même, & ſans aucune cauſe étrangere, dans une petite agitation continuelle. Seroit-il bien incroyable que ce mouvement de liquidité, dont on ne connoit peut-être pas enco-

re tout-à-fait la véritable origine, eût en partie celle-là ? En ce cas, ce seroient les Calculs d'Algebre qui auroient conduit à des vues de Physique, où les faits ni les expériences ne conduisoient pas.

M. de Maupertuis * qui avoit déja traité ce sujet dans son Livre de la Figure des Astres † le reprit à l'occasion de la Théorie de M. Bouguer, & tomba dans les mêmes conclusions. Il avoit embrassé la matiere dans toute son étendue, en appliquant à la Question de la Figure des Planetes toutes les hypotheses sur la Pesanteur qui ont été jusqu'à présent reçues par les plus grands Philosophes.

Galilée, Descartes & Huygens l'ont regardée comme tendant vers un centre, & avec une force égale à quelque distance qu'il fût. C'est la premiere idée qu'on a dû prendre sur toutes les expériences faites autour du Globe terrestre, les seules qu'il nous soit permis de faire. C'est-là le premier Systême.

Lorsqu'ensuite on a conçu que ce qui faisoit tourner tous les Corps célestes autour de quelque centre, ou plutôt ce qui les empêchoit de s'en écarter, quoiqu'ils le dûssent naturellement, ce qui les y rappelloit toujours, devoit être une Pesanteur, non seulement analogue à celle qui s'exerce sur la Terre, mais précisément de la même nature, l'idée de la Pesanteur est devenue & plus générale & plus vraye; & comme on la prenoit sur les mouvemens des Corps célestes réglés par les

* V. les M. p. 75.
† V. l'Hist. de 1732. p. 121. & suiv.

les Loix de Kepler, on a vû qu'il ſuivoit de ces Loix que la Peſanteur agit en raiſon renverſée des quarrés des diſtances au centre *. 2d Syſtême.

Le 3me eſt que toutes les parties de la matiere s'attirent mutuellement les unes les autres, mais différemment ſelon les maſſes & les diſtances, & que la Peſanteur ne conſiſte ou ne paroît conſiſter que dans la ſupériorité de tendance que les unes prennent ſur les autres vers certains points, à la fin, pour ainſi dire, de ce combat général. C'eſt-là proprement le Syſtême de M. Newton. Il eſt bien vrai que tout le 2d y entre, & s'il y entroit ſeul, il ſeroit très raiſonnable de dire qu'en attendant la connoiſſance des cauſes Phyſiques ou Méchaniques de ces Peſanteurs, on en conſidere les effets, & qu'on eſt en droit de donner à ces cauſes inconnues des noms commodes. Mais outre tout ce que nous appellons le 2d Syſtême, celui de M. Newton comprend les véritables attractions, il demande que des Corps peſans ſe meuvent plus rapidement vers des centres, parce que ces centres ſont occupés par de plus gros corps, qui attirent plus puiſſamment. Croit-on de bonne foi qu'il ſe puiſſe jamais trouver de cauſe Méchanique à cet effet, & une objection très légitime & très fondée contre M. Newton, ne tâche-t-on pas adroitement à l'éluder en la payant d'une réponſe qui ne convient qu'à une autre objection qu'on ne lui fait pas, ou qu'on ne doit pas lui faire ? Tout cela bien mis

* V. l'Hiſt. de 1728. p. 134. & ſuiv.

mis au net, on sera plus en état d'entendre ce que nous avons à dire.

On ne peut traiter la question de la Figure des Astres ou Planetes qu'en employant l'action de la Pesanteur, & par conséquent cette question ne peut être traitée dans le 1er Systême, où la Pesanteur seroit la même par tout l'Univers que sur la Terre, & il y a tout lieu de croire qu'elle ne l'est pas. De plus elle seroit toujours la même dans son action, indépendante des distances du point central, & il est certain que dès qu'on la transporte aux Corps célestes, elle n'est plus constante dans son action, mais variable en raison renversée des quarrés des distances.

En se renfermant donc dans ce 2d Systême, on trouve que la figure des Corps célestes soit toujours fluides, comme les Soleils, soit d'abord fluides, & ensuite endurcis, comme les Planetes, est uniquement le résultat de la combinaison de deux Elémens qui se combattent, de la Pesanteur qui tend à rassembler toutes les parties d'un Corps autour d'un centre, & de la Force Centrifuge qui tend à les en écarter, parce que ce Corps est toujours supposé circuler. Nous avons déja dit que si la Force Centrifuge étoit plus forte que la Pesanteur, les parties du Corps se dissiperoient, & la figure se détruiroit; si elle étoit égale, il ne se formeroit point de figure: il faut donc qu'elle soit plus foible, & alors l'Equateur de la circulation ou rotation est nécessairement plus grand que son axe, c'est-à-dire, que la figure est celle d'un Sphéroïde applati.

Les

Les Soleils autour desquels tournent des Planetes, des Planetes autour desquelles tournent d'autres Planetes subalternes, portent avec eux & nous offrent des indices bien marqués de la Pesanteur qui regne dans les Régions de l'Univers où ils se trouvent. La Force des mouvemens dont ils sont les centres, ou plutôt celle dont les Corps qui tendent vers eux y tendent, est la mesure de cette Pesanteur, & pour la connoitre il n'y a qu'à décomposer leur mouvement de circulation, & comparer la Force qui leur feroit décrire, si elle étoit seule, un certain mouvement en ligne droite en un certain tems, & la Force qui dans le même tems les empêche de suivre cette droite, & les retire d'une certaine quantité vers un centre. Plus est grand ce rapport de la 2de Force à la 1re, plus la Pesanteur est grande, & il est visible que la Géométrie fera aisément cette détermination.

Si nous étions sur une autre Planete que celle où nous sommes, nous reconnoitrions par le mouvement de la Lune autour de la Terre quelle seroit la Pesanteur à la Région de la Terre. Mais parce que nous y habitons, nous la connoissons, nous la mesurons par des expériences plus immédiates. On voit par-là qu'il n'y a de Pesanteurs étrangeres, pour ainsi dire, dont nous puissions avoir connoissance, que celles du Soleil, de Jupiter & de Saturne, parce qu'il se fait autour d'eux des révolutions connues. Mercure, Vénus & Mars nous échapent.

Il est bon de pouvoir rapporter ces Pesan-

 teurs

teurs étrangeres à notre Pesanteur terrestre, dont l'effet bien constaté est de faire parcourir à un Corps, qui tombe proche de la surface de la Terre, 15 pieds dans la 1re Seconde de sa chute. On sait quelle est la quantité dont Jupiter, par exemple, est tiré vers le Soleil par sa Pesanteur en une Seconde; & puisque la Pesanteur croît en raison inverse des quarrés de la distance, on sait quel chemin il feroit en une Seconde, si au-lieu de tendre simplement vers le Soleil, il étoit réellement transporté sur sa surface: or il feroit alors environ 360 pieds, au-lieu qu'il n'en eût fait que 15 sur la surface de la Terre. Donc la Pesanteur est 24 fois plus grande sur la surface du Soleil. On trouvera de même en transportant un Satellite sur la surface de Jupiter, que la Pesanteur y est à-peu-près double de ce qu'elle est sur la surface de la Terre.

Avec la Pesanteur d'un Soleil ou d'une Planete, il faut, pour avoir leur figure, connoitre aussi leur Force Centrifuge, qui dépend, comme on sait, du rapport de la grandeur de l'Equateur de la rotation à la vîtesse de cette rotation. De la combinaison de ces deux principes résulte la Figure cherchée, qui est toujours celle d'un Sphéroïde applati, puisque la Pesanteur est toujours plus grande que la Force Centrifuge, mais d'un Sphéroïde plus ou moins applati. La Force Centrifuge est dans le Soleil environ 6 fois plus petite, & dans Jupiter 60 fois plus grande que sur la Terre. On sait par expérience que sur la Terre

Terre elle eſt 289 fois moindre que la Peſanteur.

Afin que la figure d'un Corps céleſte puiſſe être déterminée par cette Théorie, il faut donc qu'il ait ces deux conditions, & que d'autres Corps faſſent autour de lui des révolutions connues, & qu'il en ait une ſur lui-même. Le Soleil & Jupiter ont les deux conditions, on y peut mettre la Terre, ſi l'on veut; Saturne n'a que la 1ere condition; Vénus & Mars n'ont que la 2de, encore Vénus ne l'a-t-elle pas encore bien ſûrement; Mercure manque de toutes les deux.

M. de Maupertuis a été ſurpris de ſe trouver arrivé par ſa Théorie & ſon calcul à la même proportion de 15 à 14 que M. Caſſini avoit trouvée, par des obſervations très délicates, entre l'Equateur & l'Axe de Jupiter. Selon la même Théorie, cette proportion des deux diametres doit être abſolument inſenſible dans le Soleil, quoique non pas nulle; auſſi aucune obſervation ne la peut-elle découvrir. Quand une Théorie abſtraite, compliquée de pluſieurs principes differens, vient de ſi loin rejoindre juſte des faits où il n'étoit pas trop néceſſaire qu'elle arrivât, ce ne peut guere être un effet du hazard.

Il eſt à propos d'obſerver que ſi d'un côté les deux diametres des Corps céleſtes ne peuvent aller juſqu'à l'égalité parfaite, ce qui auroit fort étonné les Anciens, d'un autre côté l'Equateur toujours plus grand que l'Axe, ne peut être plus grand que ſelon la raiſon de 3 à 2, du moins dans le Syſtême où nous ſommes préſentement.

Il pourroit naitre de cette Théorie de M. de Maupertuis un avantage imprévu, & que l'on jugeroit même impossible, celui de déterminer quelle est une rotation que l'on ne voit point du tout, celle de Saturne: par exemple, que Saturne eût ses deux diametres d'une inégalité sensible, & bien observée, on auroit par eux le rapport de la Pesanteur de Saturne connue d'ailleurs à sa Force Centrifuge, & par sa Force Centrifuge connue alors la vîtesse de sa rotation. S'il arrivoit que l'on vînt ensuite à avoir d'autres preuves, ou seulement d'autres indices de cette même rotation, ce seroit bien alors qu'une Théorie auroit droit de triompher.

Dans le Livre que nous avons cité, M. de Maupertuis avoit expliqué selon ses principes, la formation de l'Anneau de Saturne, phénomene le plus singulier de tout le Ciel connu. Il y revient encore pour en donner un nouveau Calcul algébrique, & il passe delà à d'autres phénomenes qu'on pourroit appeller *récens*, parce que depuis peu ils ont été plus curieusement & plus exactement observés que jamais par l'illustre M. Derham, de la Société Royale de Londres.

Ce sont les Etoiles qu'on nomme *Nébuleuses*. Si ce n'étoient ou que des Etoiles envelopées d'une Atmosphere fort grande par rapport à elles, & fort lumineuse, ou differens amas de petites Etoiles qui, comme celles de la Voye Lactée, ne se rendroient visibles que par leur nombre, il n'y auroit rien à cela de fort remarquable. Mais M. Derham trouve qu'il y en a plusieurs auxquelles ces deux idées

ne

ne peuvent convenir. Leurs prétendues Atmoſpheres ſont trop grandes pour n'être que des Atmoſpheres, ou de petites Etoiles qui devroient être en nombre infini. Il vaut mieux que ce ſoient de grands eſpaces, de grandes Régions lumineuſes par elles-mêmes, & d'une maniere peut-être dont nous n'avons point d'exemple ailleurs; car qui ſait ſi cette énorme étendue de l'Univers viſible à nos yeux en eſt plus d'un point par rapport à tout ce que nous n'en voyons pas; & en ce cas-là, quelle infinité de choſes dont nous n'aurions pas d'idée? M. Derham ne croit pas même aller trop loin dans le pays immenſe de la poſſibilité, en conjecturant que ces grandes Régions lumineuſes pourroient n'en être pas, mais ſeulement de grands Vuides, par où l'on appercevroit des portions du Ciel Empirée qui eſt au-delà, tout brillant de ſa propre lumiere. Il croit bien que les Théologiens ne l'en dédiront pas, mais du moins les Géometres ne lui paſſeront pas avec tant de facilité, de mettre aſſez arbitrairement ſes Nébuleuſes, quelles qu'elles ſoient, autant au-delà des Etoiles fixes, que celles-ci ſont au-delà de la Terre.

En ſuppoſant qu'entre ce qu'on appelle *Nébuleuſes*, il y en ait qui ſoient des amas, des Tourbillons tout lumineux, ces Tourbillons prendront des figures, ſoumiſes comme toutes les autres à la Théorie de M. de Maupertuis, puiſqu'il ſe trouvera là & Peſanteur & Force Centrifuge. Mais il n'eſt pas ſûr que cette Peſanteur ſoit la même que celle ſur laquelle nous avons raiſonné juſqu'ici, & qui ap-

appartient à ce que nous avons nommé le 2d *Systême*, celle qui n'agit que selon un rapport des distances des points centraux où elle tend, & qui en particulier dans tout notre Tourbillon Solaire est déterminée à agir dans la raison inverse de ces distances. Quant à la Force Centrifuge, on ne la peut concevoir que d'une seule espece.

Si, pour tout embrasser, on prend la Pesanteur telle que nous l'avons représentée dans le 3me Systême, car c'est tout ce qui reste à imaginer, s'il peut s'imaginer, il est vrai qu'on aura plus de facilité à expliquer certaines choses, parce qu'on auroit, outre l'action des principes déja posés, tout ce qui pourroit naitre de l'attraction mutuelle des Corps. Dès que certains Corps passeroient plus près de quelques autres, il se feroit des changemens considérables dans les mouvemens, dans les directions, dans les vîtesses, dans les positions des Centres de gravité, quelquefois même dans les Figures; mais ce sera alors employer la véritable attraction bien dévoilée, dont nous avons ébauché une petite Théorie en 1732 *. Il n'est presque pas croyable combien ce seul principe de plus rend les calculs plus longs & plus difficiles. Si l'attraction Newtonienne n'étoit pas vraye, on seroit en droit d'avoir regret au surcroît de peines qu'elle donne. M. de Maupertuis a déterré un fait curieux, & qui peut surprendre. Dans le Siecle passé, & avant M. Newton, deux de nos plus illustres François ont eu la mê-

* p. 158. & suiv.

même idée que lui sur la Pesanteur. Ils ne l'ont pas embrassée, ni réduite en Systême, mais enfin ils l'ont eue, l'ont jugée possible, & s'en sont même expliqués en termes plus forts que M. Newton & ses Disciples. M. de Maupertuis a-t-il voulu revendiquer une gloire à sa Patrie, ou justifier un peu les Anglois à nos dépens ?

CEtte année 1734, M. l'Abbé de Molieres publia le commencement d'un Recueil de *Leçons de Physique* dictées par lui au College Royal, comme il avoit déja publié en 1726 ses *Leçons de Mathématique* *.

Les Leçons de Physique en contiennent *les Elémens déterminés par les seules Loix des Méchaniques*, & ces expressions mises en titre, où il peut paroître une affectation inutile & vicieuse, car ne sait-on pas bien que les Elémens de la Physique ne peuvent être déterminés que par les loix des Méchaniques ? ne disent pourtant rien que de raisonnable & même de remarquable, depuis que de très grands Philosophes ont voulu introduire dans la Physique des Principes qu'ils reconnoissoient eux-mêmes pour n'être nullement Méchaniques. On aura donc ici une Physique entierement purgée des principes hétérogenes, pour ainsi dire, qui la défigureroient ; non pas cependant une Physique tout-à-fait Cartésienne, mais établie sur les fondemens de Descartes, qui sont

* V. l'Hist. de 1726. p. 60.

font les feuls, mieux employés feulement, & mieux mis en œuvre.

Nous ne nous arrêterons pas aux Loix générales du Mouvement, que M. l'Abbé de Molieres pofe telles que tous les Modernes les adoptent, après avoir rectifié les erreurs de Defcartes. C'eft prefque uniquement des Tourbillons Cartéfiens dont il s'agit, de ces Tourbillons qui fe préfentent fi agréablement à l'efprit philofophique, qui en effet ont eu d'abord tant d'approbateurs, & de partifans zélés, & enfuite des ennemis fi redoutables.

Tous les mouvemens céleftes fe font par des Cercles, ou au moins par des Courbes rentrantes en elles-mêmes; de plus ils fe font tous en même fens, tous d'Occident en Orient; de-là l'idée très naturelle d'un grand Tourbillon de matiere fluide qui, tournant d'un certain fens, emporte avec lui tous les corps plus folides, que nous appellons *corps céleftes*. Sans cela, pourquoi iroient-ils tous du même côté? Qu'on les imagine difperfés dans un grand Vuide, d'où tireront-ils cette direction de mouvement commune?

Certainement l'Auteur de l'Univers y a voulu introduire le mouvement d'une maniere durable. S'il eût donné à fes differentes parties des mouvemens en ligne droite du même fens, où feroient-elles enfin parvenues? elles ne pouvoient pas fortir de l'Univers. S'il leur eût donné des mouvemens en differens fens, les mouvemens contraires fe feroient détruits, & bientôt tout feroit tombé dans un repos général, ou du moins dans une langueur

gueur toujours plus grande. Le ſeul expédient étoit que la matiere fût diviſée en une infinité de grandes maſſes rondes, qui ſans ſortir de la portion de l'eſpace où elles étoient placées, & ſans ſe troubler les unes les autres, ſe mûſſent chacune ſur ſon centre avec la vîteſſe néceſſaire pour produire, chacune dans ſon enceinte, les phénomenes ordonnés par l'Auteur de la Nature. A ce moyen, il y a le moins de mouvemens contraires qu'il ſe puiſſe, & le plus de directions en même ſens, d'où ſuit le moindre dépériſſement poſſible de la quantité de mouvement primitivement imprimée.

Puiſque tout ſe réduit à des Tourbillons, M. l'Abbé de Molieres entreprend une Théorie démontrée de tout ce qui leur appartient, & c'eſt-là proprement une Phyſique générale qui procedera par démonſtration. Deſcartes lui-même s'eſt mépris à cette Théorie, peut-être parce qu'il en étoit l'inventeur; après lui pluſieurs autres l'ont ou attaquée ou défendue, & M. de Molieres a paru ſouvent dans nos Hiſtoires comme défenſeur, ſans compter tout ce que nous avons rapporté d'ailleurs ſur le même ſujet: mais tout cela, ce ne ſont que des morceaux détachés & épars, qui ne peuvent guere produire de conviction ni d'éclairciſſement en comparaiſon d'une Théorie entiere, dont toutes les parties ſe ſoutiendroient par leur mutuelle liaiſon.

Nous avons vu en 1728 *, qu'un Tourbillon

* p. 134. & ſuiv.

lon quelconque, comme notre Tourbillon Solaire, étant néceſſairement en équilibre, puiſque s'il n'y étoit pas, il faudroit qu'il s'y mît bientôt, cet équilibre emporte que les forces centrifuges des differentes Couches Sphériques qui le compoſent, car le Tourbillon eſt ſuppoſé de cette figure, ſoient toutes égales entre elles. On peut partir de là pour toute la Théorie de M. l'Abbé de Molieres.

De cette égalité des forces centrifuges des Couches Sphériques, on voit naitre auſſi-tôt les rapports des vîteſſes des differentes Couches entre elles, & ceux que les diſtances au centre du mouvement ont avec les tems des révolutions. Il eſt ſurprenant que les faits Aſtronomiques ſoient auſſi exactement conformes qu'ils le ſont à des conſéquences tirées d'une pure ſpéculation; & il n'eſt pas peut-être moins ſurprenant qu'on ait fait entrer des Attractions inintelligibles dans une matiere où l'on pouvoit voir que les ſeules Forces Centrifuges bien connues & bien avérées ſuffiſoient.

La preſſion que chaque Couche Sphérique, en vertu de ſa Force Centrifuge, exerce ſur celle qui lui eſt immédiatement ſupérieure, eſt dirigée ſelon un rayon de la Sphere; & de-là vient qu'un Tourbillon, qui tend toujours à s'étendre ou à s'aggrandir, n'y tend pas avec plus de force du côté de l'Equateur, que du côté des Poles, ou que, ce qui revient au même, il réſiſtera également de tous côtés à une compreſſion extérieure. Ainſi l'Univers étant conçu comme formé de grands Tourbillons diſpoſés entre eux par une

une eſpece de hazard, & ſans aucune régularité, ils ſe ſoutiendront toujours, quelle que ſoit cette diſpoſition, en s'arcboutant les uns contre les autres par leurs points d'attouchement; & ſi quelqu'un en enfonce un autre, ce ne ſera pas préciſément en vertu de leur diſpoſition, ou parce que l'Equateur de l'un aura attaqué les Poles de l'autre.

Quand un Tourbillon s'aggrandit, c'eſt que ſes dernieres Couches ayant plus de vîteſſe que les dernieres d'un Tourbillon voiſin, celles-ci ont été forcées à ſuivre le mouvement & la direction des autres. Mais alors le Tourbillon aggrandi a donc ſes dernieres Couches plus éloignées du centre qu'auparavant, & par conſéquent mues avec moins de vîteſſe que les dernieres Couches précédentes, & le Tourbillon aggrandi eſt affoibli à cet égard, & il pourroit être plus aiſé à enfoncer par un autre, & peut-être par celui-là même qui lui avoit cedé, & qui étant devenu plus petit en eſt devenu plus fort par ſes dernieres Couches. Puiſque l'affoibliſſement ſuit toujours ainſi l'aggrandiſſement, & au contraire, il eſt aiſé de voir combien la forme de l'Univers diviſé en Tourbillons doit être durable, combien elle eſt propre à maintenir l'équilibre, ou à le rétablir promptement, ſi quelques accidens ſinguliers l'interrompoient.

En cas qu'un Tourbillon Sphérique ſoit preſſé ſelon un de ſes diametres plus qu'en tout autre endroit par deux Tourbillons voiſins, & oppoſés, il eſt certain qu'il s'allongera ſelon le diametre perpendiculaire au diametre preſſé, & deviendra Elliptique; mais

il ne conſervera pas cette figure, les deux extrémités du grand axe plus éloignées du centre que celles du petit ayant moins de Force Centrifuge qu'elles, leur céderont, seront par conſéquent obligées à ſe rapprocher du centre, & le Sphéroïde Elliptique redeviendra une Sphere. On devinera ſans doute que c'eſt-là le principe de l'Elaſticité qui vient s'offrir de lui-même.

Un Corps ne pouvant jamais communiquer du mouvement qu'à un autre Corps qui en a moins que lui, & les Couches inférieures d'un Tourbillon ayant toujours plus de vîteſſe réelle que les ſupérieures, il n'y a que les inférieures qui puiſſent agir ſur les ſupérieures, ou augmenter leur mouvement, ſi elles n'en ont pas aſſez pour l'équilibre; ou, pour le dire en autres termes, le mouvement ne peut ſe communiquer dans un Tourbillon que du centre à la ſuperficie.

Tout cela appartiendroit au Syſtême de Deſcartes, quoique bien rectifié; mais voici une addition très conſidérable que le feu P. Malebranche y a faite: addition, & non correction, au contraire ſimple extenſion, mais preſque infinie, & ſi naturelle d'ailleurs, qu'on a quelque peine à pardonner au premier Inventeur de n'y avoir pas penſé.

Notre grand Tourbillon Solaire, l'un de ce nombre infini de Tourbillons qui compoſent l'Univers, contient bien certainement d'autres Tourbillons moindres, & pareils à lui, ceux de la Terre, de Jupiter & de Saturne. Cet exemple ſi réel, que la Nature nous préſente, n'invite-t-il pas les Philoſophes à imaginer

giner encore des Tourbillons plus petits, toutes les fois que l'explication des Phénomenes les y conduira? Et quelles bornes prescrira-t-on à leur petitesse? on n'en connoit point de nécessaires à la division de la matiere. M. l'Abbé de Molieres dit que comme les Géometres poussent les differens Ordres d'Infiniment grands ou petits aussi loin que le demande la Solution des differens Problêmes, ainsi il sera permis aux Physiciens d'établir differens Ordres de Tourbillons selon le besoin des explications. Tout l'Univers ne sera donc que de la matiere divisée & subdivisée en Tourbillons presque à l'infini; & en effet les raisons que nous avons d'abord apportées en faveur des grands Tourbillons, la durée qu'ils assurent au mouvement général, ces équilibres qu'ils maintiennent si facilement, & qu'ils sauroient rétablir si vîte, sont des raisons aussi fortes pour les petits Tourbillons que pour les grands. Nous avons vu en 1715 * & 1729 † en quels embarras Descartes s'étoit jetté pour n'avoir pas suivi jusqu'au bout l'idée des Tourbillons, & comment un léger changement de ses Globules élémentaires durs en petits Tourbillons remédioit à tout dans le moment.

Le Tourbillon simple seroit celui qui seroit formé d'une matiere fluide, dont chaque particule élémentaire seroit solide ou dure: c'est ainsi que nous avons conçu jusqu'à présent les grands Tourbillons du 1er ordre, ou qui font la 1re division de toute la masse de la matiere. Mais ces Tourbillons simples ou n'existent

* p. 144. & suiv. † p. 121. & suiv.

n'existent point, parce qu'il n'y a point de particules élémentaires dures, ou s'ils existent, nous n'avons pas besoin de pousser notre spéculation jusque-là ; tous les Tourbillons seront composés de Tourbillons moindres disposés par Couches concentriques, comme auroient été des Globules durs, & qui circulent chacun autour de son centre particulier, en suivant les mêmes loix que nous avons reconnues dans le Tourbillon simple. M. l'Abbé de Molieres donne les loix du Tourbillon composé, & en voici les principales.

Chaque petit Tourbillon aura deux mouvemens ; l'un commun, qui lui viendra du grand Tourbillon, & aura la vîtesse déterminée par la distance du centre du petit Tourbillon au centre du grand ; l'autre particulier, indépendant du général, & qui aura la vîtesse quelconque dont le petit Tourbillon tournera autour de son centre. Le 1er mouvement ne sera que celui du centre du petit Tourbillon, le 2d peut être considéré comme appartenant à sa superficie. Il faut qu'il y ait équilibre dans le Tourbillon composé, aussi-bien que dans le simple ; or cet équilibre se trouvera certainement, si un Tourbillon simple formé de Globules durs étant conçu en équilibre, parce que les Couches concentriques de ces Globules auront les vîtesses requises, on conçoit à la place de chaque Globule dur un petit Tourbillon égal, dont le centre & la superficie ayent la même vîtesse qu'avoit le centre du Globule, car on n'a rien changé à ce qui causoit l'équilibre. Puisque l'équilibre est une chose unique, & qui ne se fait pas de

deux

deux façons, si l'équilibre se trouve dans ce cas-là, il ne se trouve dans aucun autre; & par conséquent dans un Tourbillon composé la vîtesse de la superficie de chaque petit Tourbillon est la même que celle de son centre, c'est-à-dire, que si le diametre du petit Tourbillon est la 100me partie du diametre du Cercle que le centre du petit Tourbillon décrit dans le grand en 100 Secondes, un point de la superficie du petit Tourbillon circulera en une Seconde.

Il suit de-là que dans le Tourbillon composé il y a plus de mouvement, plus de force que dans le simple. M. l'Abbé de Molieres démontre que chaque petit Tourbillon a deux fois plus de Force Centrifuge que n'auroit eu le Globule dur, qui auroit tenu sa place dans un Tourbillon simple.

S'il arrive qu'une Couche de petits Tourbillons ait plus de vîtesse qu'elle n'en devroit avoir à raison de sa distance au centre du grand Tourbillon, elle communiquera de son mouvement aux Couches inférieures, qui quoiqu'elles ayent naturellement le plus de vîtesse, n'en ont pas alors assez pour l'équilibre, puisque celle dont il s'agit en a trop. Ainsi le mouvement passera de la superficie au centre, au-lieu que dans le Tourbillon simple il ne pouvoit passer que du centre à la superficie.

Le Tourbillon composé ne perd pas, pour être composé, les propriétés qu'il auroit eues étant simple. Ainsi dans le Tourbillon composé le mouvement peut passer & du centre à la superficie, & de la superficie au centre;

&

& par conséquent de quelque maniere que l'équilibre vînt à se rompre, il seroit promptement rétabli. C'est une des choses à quoi ceux qui construisent l'Univers doivent avoir le plus d'attention, qu'à se ménager des ressources pour la longue durée de ce grand Edifice. Il ne leur siéroit guere de dire que le souverain Architecte y remettra la main dans le besoin.

Si les petits Tourbillons d'un même Tourbillon composé sont de differentes grandeurs ou masses, il faudra, pour l'équilibre, que puisque les petits Tourbillons plus éloignés du centre commun auront moins de vîtesse, ils ayent en récompense plus de masse; & par conséquent les plus petits Tourbillons seront plus proches du centre commun, & les plus grands plus éloignés.

Nous avons toujours supposé que les Tourbillons tant grands que petits étoient Sphériques, mais du moins les grands ne le sont certainement pas, & cela même a fait naitre une grande difficulté dont nous avons rendu compte d'après M. de Molieres, à l'endroit de 1729 ci-dessus cité. On y a vu que les petits Tourbillons substitués aux Globules durs, faisoient disparoître tout d'un coup l'inconvénient terrible que produisoit la forme Elliptique de notre grand Tourbillon Solaire; c'est leur extrême facilité à s'aggrandir, ou à s'appetisser, à acquérir, ou à perdre de la vîtesse, toujours selon les Règles générales prescrites; c'est le sassement & resassement perpétuel qu'ils causent dans la matiere du Tourbillon, qui les rend si propres à y entre-

tretenir, pour ainsi dire, une vie immortelle.

Au reste, notre grand Tourbillon Elliptique l'est si peu, qu'il peut toujours passer pour Sphérique, hormis dans les cas où l'extrême précision seroit nécessaire, & où il seroit permis d'y atteindre.

Nous n'avons consideré jusqu'ici qu'une matiere divisée & subdivisée en Tourbillons, & à proprement parler, une matiere fluide qui composeroit l'Univers; mais elle ne le compose pas entierement, il y a aussi des Corps solides & durs, quoiqu'à la vérité ils ne fassent tous ensemble qu'une partie de cet Univers presque infiniment petite. Quand des particules de matiere sont en repos les unes auprès des autres, & se touchent immédiatement, elles sont comprimées en tous sens par les Forces Centrifuges des petits Tourbillons qui les environnent, & auxquels elles ne résistent par aucune Force; c'est-là le principe de la Dureté & de la Solidité, & il est facile de voir quelles en seront les modifications.

Si l'on imagine un Corps parfaitement dur, posé dans une Couche quelconque d'un Tourbillon simple, il n'y a rien qui l'empêche de suivre le mouvement circulaire de cette Couche, il le suivra; rien ne l'empêche de prendre sa Force Centrifuge, il la prendra, & sera enfin comme une portion de cette Couche de même volume que lui. Mais si le Tourbillon où il nage étoit composé, alors le volume de matiere égal au Corps dur auroit deux Forces Centrifuges, l'une comme portion d'une Couche qui circule autour du cen-

centre de tout le Tourbillon, l'autre comme étant un amas de petits Tourbillons qui circulent chacun autour de leur centre particulier, ainsi que nous l'avons vu. Le Corps dur, qui n'est point formé de petits Tourbillons, ne pourroit prendre que la 1re Force Centrifuge, & faute de prendre la 2de il auroit moins de tendance vers la circonférence du Tourbillon qu'un volume égal de sa Couche, & par conséquent seroit poussé vers le centre, & y tomberoit actuellement. Voilà la Pesanteur bien naturellement déduite des petits Tourbillons du P. Malebranche, & il est à remarquer qu'ils donnent avec une égale facilité, & pour mieux dire, avec une égale nécessité, le Ressort, la Dureté, & la Pesanteur, trois propriétés des Corps si bien liées ensemble dans ce Systême, qu'il ne paroît pas que la Nature elle-même ait pu y mettre une plus forte liaison.

Pour nous en tenir à la Pesanteur avec M. l'Abbé de Molieres, on voit par-là que s'il n'y avoit point de petits Tourbillons, il n'y auroit point de Pesanteur; & par conséquent elle n'est pas essentielle aux Corps. Et en effet sa seule définition ne le dit-elle pas? n'est-ce pas une tendance des Corps vers un certain point? & comment veut-on qu'ils tendent essentiellement vers ce certain point quel qu'il soit? ne saute-t-il pas aux yeux que cette tendance ou le mouvement qu'elle produit, ne peuvent être que la suite & l'effet de quelque arrangement, de quelque disposition particuliere du Monde?

Il y a donc de la matiere qui pese, & de

la

la matiere qui ne pese point. L'Ether, ce grand Fluide immense, composé d'une infinité de petits Tourbillons, & qui par son mouvement général de Tourbillon emporte toutes nos Planetes, ne pese point, au contraire toutes ses parties tendent à sa circonférence au-lieu de tendre au centre; mais des Corps, étrangers en quelque sorte, qu'il renferme, nos Planetes, ne peuvent pas, à cause de leur contexture, avoir autant de force Centrifuge que lui, & par-là ils sont poussés vers le centre, & nommés *pesans*. Qui les retient toujours à une certaine distance de ce centre vers lequel ils sont toujours poussés? Pourquoi Saturne, Jupiter, &c. ne tombent-ils pas dans le Soleil? c'est ce qui sera éclairci dans la suite que M. l'Abbé de Molieres donnera de sa Théorie.

On peut voir comment en 1731 *, il satisfit pleinement selon les idées que nous venons d'exposer, à la plus formidable objection de M. Newton contre le Systême Cartésien. L'Ether non pesant ne résiste point au mouvement horizontal ou circulaire des Corps pesans, ou des Planetes.

De ce que la Pesanteur est une modification accidentelle des Corps, il s'ensuit qu'elle doit être susceptible de plus ou de moins, non pas dans le sens que de l'Or est plus pesant que du Bois, mais dans ce sens que le même Corps qui, sur la surface de la Terre, parcourt par sa pesanteur 15 pieds dans la 1re Seconde de sa chute, pourroit, s'il étoit placé

* p. 92. & suiv.

cé ailleurs, parcourir dans le même tems plus ou moins de 15 pieds. Comme sa vîtesse vers un centre lui est imprimée par la Couche du Tourbillon où il est contenu, & que les vîtesses des differentes Couches sont differentes selon leurs distances au centre, il aura dans la 1re Seconde de sa chute moins de vîtesse s'il part d'une Couche plus éloignée, & au contraire. On voit d'un coup d'œil toutes les conséquences.

Quand on a bien saisi ce Systême Cartésien tel qu'il est ici rédigé & rectifié par M. l'Abbé de Molieres, quand on a conçu cette matiere immense divisée en Tourbillons, où s'exercent à la fois une infinité de mouvemens qui ne s'embarrassent, ni ne se troublent, où tout est plein d'action, de vie, & de ressources, s'il en est besoin, où rien n'agit que par des causes, dont l'existence nous est bien constante, & l'idée bien familiere; il semble qu'on ne puisse plus, sans se faire quelque violence, se figurer un Univers qui n'est qu'un Vuide, un Néant infini en comparaison de quelques Atomes en très petit nombre qui y sont dispersés çà & là, & qui n'ont d'autre moyen d'agir les uns sur les autres qu'une propriété incompréhensible qu'on leur attribue.

M. Gobert présenta à l'Académie, un Mémoire dans lequel il déterminoit la vîtesse que doit prendre une Roue de Moulin, celle de la Riviere, & le Poids que la

Ma-

Machine met en mouvement, étant connus. On trouva que l'Auteur entendoit très bien cette partie de la Méchanique, tant par la maniere dont il résolvoit son Problême, que par l'application qu'il en faisoit à quelques cas particuliers, entre autres aux Machines propres à remonter les Bateaux, dont il comparoit très bien la force avec celle des Machines immobiles.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. d'Ons-en-Bray, sur un *Anémometre*.

† Celui de M. de la Condamine, sur le Tour.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXXIV.

I.

UNE espece de Vielle ou petite Epinette à jeu de Viole, du Sr François Cuisinier, ci-devant Facteur d'Instrumens. Dans celui-ci il y a une Roue qui fait l'office d'Archet, & qu'on fait tourner de la main gauche

* V. les M. p. 169. † p. 299. & 407.

che avec une manivelle, pendant qu'on joue de la main droite ſur les touches, comme ſur un Clavecin. Cet Inſtrument va à deux Octaves entieres, & a un ton de plus, & joue ſur cinq tons differens. Il a paru commode, & d'une harmonie agréable, avec plus d'étendue & de variété qne la Vielle ordinaire.

I I.

Un Inſtrument de M. de Quercineuf pour trouver en Mer la variation de l'Aiguille aimantée. On n'a point beſoin d'attendre l'inſtant du lever ou du coucher du Soleil, on peut avoir la variation à toutes les heures du jour, parce que cet Inſtrument donnera toujours la Méridienne du Lieu, pourvu que la latitude en ſoit connue. Il a paru ingénieux, & digne qu'on s'en aſſûrât encore par des expériences faites en Mer, ſur-tout l'Auteur étant en état de lever les petits inconvéniens qui pourroient ſe rencontrer dans l'uſage, & de porter ſon invention à toute la perfection dont elle eſt capable.

I I I.

Un Inſtrument univerſel de M. le Carlier, Lieutenant particulier au Bailliage de Laon, pour connoître la hauteur du Soleil dans l'inſtant qu'il marque l'heure pour telle latitude qu'on voudra depuis o juſqu'à 60 degrés. Cet inſtrument a été trouvé ingénieux. Sa préciſion dépendra de celle avec laquelle il aura été diviſé.

I V.

Une Pendule ſonnante & à répétition de M. Larſé, Maitre Horloger à Paris. Il y a deux

deux sortes de Pendules qui font ces deux fonctions, les unes ne les font qu'avec deux Rouages, les autres avec un seul; les 1res sont plus composées, cependant on les préfere communément aux 2des, dont la simplicité a beaucoup d'inconvénient dans l'usage. Celle que M. Larsé a proposée est du moins aussi simple, & exempte d'inconvénient. On y en soupçonnoit quelqu'un, qu'on a trouvé compensé par un avantage. L'invention a paru nouvelle.

V.

Un Vaisseau de M. Limosin qui iroit en tems calme par le moyen de Rames. Les Rameurs n'y seroient pas appliqués immédiatement, comme ils le sont d'ordinaire, mais à des Manivelles qui les feroient mouvoir, moyennant quoi ils agiroient tous également. On est convenu de cet avantage qu'auroit la Manœuvre de M. Limosin sur la Manœuvre commune, le nombre des Hommes étant égal de part & d'autre; mais l'avantage seroit anéanti, & au-delà, par la difficulté d'employer un nombre suffisant de Rameurs, par les frottemens inévitables de cette Machine, par la force perdue à mettre de grandes Pieces de bois en mouvement, par le coup de Rame qu'une Machine donne toujours plus imparfaitement que la main des Hommes, & enfin par les difficultés d'emmancher & d'ôter des Rames, & de manœuvrer commodément pendant un gros tems, ou un Combat. Ces défauts n'ont pas empêché de reconnoitre beaucoup d'art & de génie dans cette Méchanique.

ELOGE
DE M. DE LAGNY.

THOMAS FANTET DE LAGNY nâquit à Lyon de Pierre Fantet, Sécrétaire du Roi à la Chancellerie de Grenoble, & de Jeanne d'Azy, Fille d'un Docteur en Médecine de Montpellier. Il fut élevé dans sa premiere jeunesse par un Oncle paternel, Chanoine & Doyen de Jouarre, & continua ses études aux grands Jésuites de Lyon, toujours le premier de sa Classe. Il composoit des vers Grecs dès la Quatrieme, lorsqu'à peine ses Camarades savoient lire le Grec. Il ne se saisissoit pas seulement mieux que les autres l'instruction générale qu'on leur donnoit à tous, il la prévenoit souvent, & les Leçons qu'il avoit reçues lui faisoient deviner celles qui alloient suivre. Il acheta un jour par hazard, ou par instinct, si on veut, l'Euclide du P. Fournier, & l'Algebre de Jaques Pelletier du Mans. Dès qu'il eut vu de quoi il s'agissoit dans ces deux Livres-là, il ne s'occupa plus d'autre chose, mais secrettement. La grande avance qu'il avoit dans ses Classes, le don de retenir par cœur ce qu'il avoit entendu réciter une fois, celui de composer en Latin à mesure qu'on lui dictoit le sujet de la composition en François, tout cela lui faisoit trouver beaucoup de tems pour son plaisir, c'est-à-dire, pour cette étude cachée, bien plus difficile que l'autre.

S'il sacrifioit les Belles-Lettres aux Mathématiques, on peut aisément juger qu'il ne traita

traita pas mieux la Philosophie de l'Ecole, au moins celle de ce tems-là, d'autant plus insupportable à un esprit Géometre, qu'elle prétend raisonner, au-lieu que l'Eloquence & la Poësie ne prétendent guere que flatter ou remuer l'imagination. La Jurisprudence, à laquelle on le destinoit, car quel est le Pere qui aimât assez peu ses Enfans pour les destiner aux Mathématiques? la Jurisprudence n'eut pas plus d'attraits pour lui. Après avoir fait trois années de Droit à Toulouse, il résista aux promesses les plus flateuses d'une puissante protection que lui fit M. de Fieubet, Premier Président de ce Parlement, pour l'attacher à son Barreau. Il résolut de se livrer entierement à son goût, & de venir à Paris, où il avoit en vue une place dans l'Académie des Sciences.

Il étoit déja digne d'y penser. A l'âge de 18 ans, avec les deux Livres Elémentaires que nous avons nommés, & que l'on ne connoit presque plus, parce que d'autres plus parfaits & plus instructifs ont pris leur place, sans aucun autre guide, sans Maitre, sans un ami à qui il pût seulement parler sur ces matieres, il avoit jetté les fondemens des grandes Théories qu'il a depuis étendues & perfectionnées, d'une nouvelle Méthode pour la résolution des Equations réductibles du 3me & du 4me degré, de la Quadrature du Cercle infiniment approchée, de la Cubature de certaines portions Sphériques. Il est vrai que quand il lui fut ensuite permis d'avoir des Livres, & qu'après avoir étudié la Géométrie, il étudia les Géometres, il trouva, peut-être avec autant de joye que de déplaisir, qu'il

qu'il avoit été prévenu, mais ſeulement en partie, ſur quelques-unes de ſes découvertes. La gloire en étoit un peu diminuée, mais non pas le mérite, & il rapporta toujours à Paris ce fonds qui avoit tant produit de lui-même, & qui ne pouvoit que devenir plus fécond par les ſecours étrangers.

Les talens dénués de fortune aſpirent tous à Paris, s'y rendent preſque tous, & s'y nuiſent les uns aux autres. Il arrive le plus ſouvent qu'on y trouve toutes les places priſes. M. de Lagny ne put entrer dans l'Académie qu'en 1695; mais parce que ſon poſte pouvoit être encore longtems infructueux, M. l'Abbé Bignon, le Protecteur général des Lettres, le fit nommer en 1697 Profeſſeur Royal d'Hydrographie à Rochefort. Il ſe défendit d'abord d'accepter cet emploi, en repréſentant qu'il n'entendoit pas la Marine; mais ſon Bienfaicteur, qui ſentit bien le prix d'un refus ſi modeſte & ſi deſintereſſé, le raſſûra contre ſa prétendue ignorance, & lui garantit qu'il l'auroit bientôt ſurmontée. Cependant M. de Lagny, pour une plus grande ſûreté, & par un extrême ſcrupule ſur ſes devoirs, demanda au Roi la permiſſion de faire une Campagne ſur Mer, afin de connoitre par lui-même le Pilotage. Le Roi le lui accorda, & de plus, reſpectant en quelque ſorte un Génie né pour de plus grands objets que l'Hydrographie, il eut la bonté de lui donner un autre Hydrographe qui travaillât ſous lui, & c'eſt le même qui dans la ſuite lui a ſuccédé.

Superieur à ſon emploi autant qu'il l'étoit, il eut tout le tems néceſſaire pour de plus

hautes

hautes ſpéculations. Il envoyoit ſes découvertes à l'Académie, dont il étoit toujours membre: mais les circonſtances, quoique légeres, ont toujours un certain pouvoir dans les choſes mêmes qui ſembleroient en devoir être les plus indépendantes. On liſoit peut-être ſes Mémoires avec moins d'attention, que ſi on les lui avoit entendu lire. C'étoit aſſez ſa coutume de ſuppoſer dans un Mémoire ce qui étoit établi dans un autre que l'on n'avoit pas; tout étoit bien lié, mais ſeulement pour lui, & on ſuſpendoit ſon jugement, on arrêtoit l'impreſſion naturelle que chaque partie auroit faite, juſqu'à ce qu'on eût vu le tout-enſemble. Il m'a pluſieurs fois avoué lui-même que ce tout-enſemble, il eût eu bien de la peine à le former; ſes nouvelles idées étoient en trop grand nombre, trop vives, trop impatientes de ſe placer, pour ſouffrir un arrangement bien régulier & bien tranquille. Enfin dans le tems du ſéjour de M. de Lagny à Rochefort, l'Académie commençoit à s'occuper beaucoup de la Géométrie nouvelle, & tout ce qu'il donnoit appartenoit à l'ancienne, quoique pouſſée plus loin. Il ne parloit que de choſes dont les autres avoient parlé, & quoiqu'il en parlât fort differemment, la curioſité étoit moins piquée que ſi les choſes elles-mêmes avoient été plus neuves. La nouveauté ne perd guere ſes droits ſur nous, & il faut convenir qu'elle en avoit en cette occaſion des plus forts qu'elle puiſſe jamais avoir.

M. de Lagny ennuyé de Rochefort, malgré les occupations de ſa place, malgré ſes études particulieres, malgré le plaiſir d'y réuſſir

ſelon ſes ſouhaits, car le moyen qu'il ne ſe ſentît toujours propre à un plus grand Théatre? faiſoit de tems en tems des voyages à Paris, pour épier les occaſions d'y reſter. Ce ne fut qu'au commencement de la Régence que feu M. le Duc d'Orleans l'y arrêta, en le faiſant Soudirecteur de la Banque Générale, de la même maniere à-peu-près, & par les mêmes motifs que l'on donna en Angleterre la Direction de la Monnoye de Londres à M. Newton. On jugea, & là & ici, que la grande Science du Calcul, ordinairement aſſez ſtérile par rapport à l'utilité des Etats, ſeroit tournée avantageuſement vers ce grand objet, & qu'en même tems les deux Géometres, à qui elle avoit coûté de longs travaux, en ſeroient récompenſés par de ſemblables poſtes. Tous deux ſe trouverent tout à coup dans une richeſſe qui leur étoit nouvelle, tranſportés du milieu de leurs Livres ſur des tas d'Argent; & tous deux y conſerverent leurs anciennes mœurs, cet eſprit de modération & de deſintéreſſement, ſi naturel à ceux qui ont cultivé les Lettres. Mais la fortune de M. Newton fut durable, & celle de M. de Lagny ne le fut pas; les affaires changerent en France, la Banque ceſſa, mais avec honneur pour M. de Lagny; tous ſes Billets furent acquittés, & il laiſſa dans l'ordre le plus exact tout ce qui avoit appartenu à ſon adminiſtration. Le Philoſophe fut heureux de n'avoir pas perdu dans une ſituation paſſagere, le goût de ſimplicité qui lui devoit être d'un plus long uſage.

Rendu entierement à l'Académie, il ne lui fut pas difficile d'en bien remplir les devoirs.

Il ſe trouvoit riche de plus de 20 gros Porte-feuilles *in-folio*, pleins de ſes réflexions, de ſes recherches, de ſes calculs, de ſes nouvelles Théories; il n'avoit qu'à y choiſir ce qu'il lui plaiſoit, & à l'en détacher. Tout cela tendoit principalement à une réforme, ou refonte entiere de l'Arithmétique, de l'Algebre, & de la Géométrie commune. Il s'étoit rencontré avec M. Leibnitz, car les preuves de la rencontre ont été bien faites, ſur l'idée ſinguliere d'une Arithmétique qui n'auroit que 2 Chiffres, au-lieu que la nôtre en a 10. L'Algebre, ſans comparaiſon plus étendue & plus compliquée, & qui l'eſt d'une maniere à effrayer, changeoit entierement de forme entre ſes mains; tout ſe réſolvoit par des Progreſſions arithmétiques de ſon invention, qui naiſſoient des Equations propoſées; le fameux Cas irréductible, ce Nœud Gordien, cet Ecueil qui ſubſiſtoit depuis la naiſſance de l'Algebre, ou diſparoiſſoit, ou n'embarraſſoit plus. La Meſure des Angles, dont il faiſoit une Science à part ſous le nom de *Goniométrie*, méritoit cet honneur par la nouveauté de la Théorie qui l'établiſſoit; & de-là ſe tiroit une Trigonométrie, beaucoup plus ſimple que celle dont on ſe contente juſqu'à préſent, & délivrée de toutes ces Tables de Sinus, Tangentes & Sécantes, attirail incommode, toujours borné, quelque vaſte qu'il ſoit, & qui demande qu'on ſe repoſe avec une confiance aveugle ſur le travail d'autrui. Enfin un des grands objets de M. de Lagny étoit ſa *Cyclométrie*, ou Meſure du Cercle. Il la trouvoit par des Séries ou Suites infinies de Nombres, telles que leurs ſommes,

ſi on eût pu les avoir, l'euſſent donnée exactement, ou que du moins chacun de leurs termes, ou les ſommes d'un nombre fini de ces termes, la donnoient toujours avec moins d'erreur, de ſorte que l'erreur diminuoit tant qu'on vouloit. Il s'étoit encore rencontré avec M. Leibnitz ſur une Série donnée en cette matiere par ce grand Géometre, & qui fit du bruit en ſon tems; mais, quoiqu'ingénieuſe, elle a le défaut d'être trop lente dans tout ſon cours, au-lieu que le mérite de ces ſortes de Séries conſiſte à être fort rapides dans leur marche à leur origine, & enſuite ſi lentes vers leur extrémité, qu'on puiſſe ſans erreur ſenſible négliger tous leurs derniers termes, quoiqu'en nombre infini. Il avoit ſouverainement l'art de former ces Séries avec facilité, de leur donner une certaine élégance dont elles ſont ſuſceptibles, & qui eſt une eſpece d'agrément de ſurérogation, de leur faire prendre enfin, ſelon les differens beſoins, differentes formes ſans en altérer le fond. Comme les médiocres Géometres ont ſouvent le malheur de trouver la Quadrature exacte du Cercle refuſée aux autres, & qu'ils ne manquent pas d'apporter à l'Académie leurs magnifiques aſſertions, M. de Lagny les réprimoit dans le moment, en leur faiſant voir, par le moyen de ſes Séries, des Quadratures plus exactes que les leurs, & plus exactes à l'infini.

Il avoit peut-être mal pris ſon tems de ne travailler qu'à de nouveaux fondemens du grand édifice de la Géométrie, quand on ne ſongeoit preſque plus qu'à en conſtruire le Comble par la ſublime & fine Théorie de l'Infini.

Mais

Mais ce Comble une fois mis, il ſemble que les fondemens poſés par M. de Lagny conviendroient mieux à tout l'édifice, tel qu'il ſera alors. Non ſeulement toutes les vues qu'il a données ſe lieroient facilement avec l'Infini, elles y percent déja, & y entreroient, quand même il ne l'auroit pas voulu.

Nous avons rendu un compte aſſez détaillé de ſes travaux, à chaque occaſion qu'il nous en a donnée dans nos Volumes, où il s'agit ſi ſouvent de lui. Pour rapporter cependant quelques traits particuliers de ſon génie, aſſez courts pour trouver place ici, nous en choiſirons deux, ſans prétendre qu'ils ſoient abſolument préférables à beaucoup d'autres.

Il a donné à l'Académie en 1705 * l'expreſſion Algébrique de la Série infinie des Tangentes de tous les Arcs ou Angles multiples d'un premier Arc ou Angle quelconque connu, & cela d'une maniere ſi ſimple, qu'il n'avoit beſoin que de deux Propoſitions très élémentaires d'Euclide. Deſcartes a dit que ce qu'il avoit le plus deſiré de ſavoir dans la Théorie des Courbes, étoit la Méthode générale d'en déterminer les Tangentes qu'il trouva ; & je ſai de M. de Lagny qu'il avoit eu le même deſir de trouver le Théorême énoncé, dont il voyoit l'utilité extrême pour toute ſa Goniométrie & ſa Cyclométrie. La fameuſe joye d'Archimede s'eſt de tems en tems renouvellée chez les Géometres, plus ſouvent pour la vivacité du ſentiment, mais aſſez ſouvent auſſi pour la beauté & l'importance des découvertes.

La Cubature de la Sphere, ou la Cubatu-
re

* V. l'Hiſt. p. 112. & ſuiv.

re des Coins & des Pyramides Sphériques que l'on démontre égales à des Pyramides rectilignes *, est encore un morceau de M. de Lagny, neuf, singulier, & qui seul prouveroit un grand Géometre. Il l'eût choisi pour orner son Tombeau, qui en eût imité plus parfaitement celui d'Archimede, où la Sphere entroit aussi.

Quand ses forces baisserent assez sensiblement, il demanda la Vétérance, qu'il avoit bien méritée. On faisoit alors un Recueil général des anciens Ouvrages de l'Académie, & on jugea à propos d'y faire entrer un grand Traité d'Algebre manuscrit qu'il avoit fait, beaucoup plus étendu, plus complet & plus neuf que celui qu'il avoit publié en 1697. Mais il fallut que ce fût un de ses Amis, M. l'Abbé Richer, Chanoine de Provins, fort au fait de ces matieres, & plein des vues de M. de Lagny, qui se chargeât du soin de revoir ce Traité, d'éclaircir ce qui en avoit besoin, de perfectionner l'ordre du tout, & même il y ajouta beaucoup du sien.

M. de Lagny mourut le 12 Avril 1734. Dans les derniers momens, où il ne connoissoit plus aucun de ceux qui étoient autour de son lit, quelqu'un, pour faire une expérience philosophique, s'avisa de lui demander quel étoit le quarré de Douze; il répondit dans l'instant, & apparemment sans savoir qu'il répondoit, Cent quarante quatre.

Il n'avoit point cette humeur sérieuse ou sombre, qui fait aimer l'étude, ou que l'étude elle-même produit. Malgré son grand travail il avoit toujours assez de gayeté, mais cette gayeté étoit celle d'un homme de Cabinet.

Elle

* V. les M. de 1714. p. 529.

Elle eut cet avantage, que comme elle étoit fortifiée par des principes acquis dans ce Cabinet même, elle fut indépendante non seulement d'une plus grande ou moindre fortune, mais encore des événemens littéraires, si sensibles à ceux qui n'ont point d'autres événemens dans leur vie. Il voyoit fort tranquillement que la plupart des Géometres, qu'un certain torrent emportoit loin de lui dans des Régions où il n'avoit pas pris la peine de pénétrer, en fussent moins touchés de ce qu'il produisoit, & jamais il ne partit de lui aucun trait ni de chagrin ni de malignité contre la nouvelle Géométrie. Se fût-il possédé jusqu'à ce point-là, si son ame eût reçu quelque atteinte? Nous laissons l'éloge d'une autre qualité de son ame aux regrets de quelques pauvres Familles, que la médiocrité de sa fortune ne l'empêchoit pas de soutenir.

Il a été honoré de l'amitié particuliere de M. le Chancelier, & de M. le Duc de Noailles aujourd'hui Maréchal de France, deux noms qu'il suffit de prononcer.

M. le Duc d'Orleans lui fit l'honneur de s'aider de ses lumieres, & de plusieurs travaux qu'il lui ordonna, lorsqu'il voulut s'instruire à fond sur tout ce qui regarde le Commerce, les Changes, les Monnoyes, les Banques, les Finances du Royaume: connoissances qui ne seroient pas moins nécessaires à ceux qui sont à la tête de tout, qu'à ceux même chez qui elles paroissent jusqu'ici presque entierement renfermées, & qui en savent tirer tant d'utilité.

M. de Lagny a été marié deux fois, & n'a laissé qu'une Fille qui est du premier lit.

Ex-

Extrait d'une Lettre de M. de la Condamine à M. de Mairan, écrite de Quito au Perou le 15 Juin 1736, servant d'Avertissement pour le Mémoire de M. de la Condamine, imprimé dans le Vol. de 1733. p. 408.

Je vous prie, Monsieur, s'il en est tems encore, d'empêcher que l'on n'imprime le Mémoire que je lus à l'Académie avant que de partir, sur la maniere de tracer sur la Terre, par le moyen d'un instrument, un Cercle parallele à l'Equateur; *ou, si ce Mémoire est imprimé, de faire insérer dans le Volume suivant la déclaration que je fais par cette Lettre, que je me suis trompé, lorsque j'ai dit qu'*avec la Lunette mobile on déterminoit tous les points visibles du Parallele sur lequel on avoit fait la premiere station. *Je m'étois fondé sur la fausse supposition que tous les points qui sont dans le plan de ce Parallele appartiennent au Parallele, au-lieu que cela n'est vrai que dans le cas du Niveau parfait. Le moyen que je dis aussi dans ce Mémoire, m'avoir été fourni par M. Godin pour vérifier l'instrument, n'est pas suffisant, parce que la Lunette tournant dans un plan parallele à l'Equateur, ne répondra pas dans le Ciel au parallele de la même latitude. Vous verrez pareillement que je me donne à la fin de ce Mémoire une peine très inutile pour corriger les Réfractions, qui ne peuvent nuire en aucune maniere. Enfin je vous prie de témoigner à l'Académie que je reconnois l'erreur dans laquelle je suis tombé, & que je la supplie de trouver bon que mon desaveu paroisse dans le Vol. de* 1734, *en cas que mon Mémoire ait été imprimé dans celui de* 1733.

ME-

MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXXIV.

METHODE DE VERIFIER la figure de la Terre par les Parallaxes de la Lune.

Par M. MANFREDI. *

LA figure de la Terre ayant été déterminée par les Astronomes de l'Académie Royale des Sciences, sur des mesures immédiates, prises avec le plus grand soin, & avec la plus grande exactitude possible, il semble qu'on ne devroit point douter de leurs déterminations pour attribuer à la Terre d'autres figures qu'on n'a pas établies par observation, mais qu'on a seulement déduites de quelques hypotheses, peut-être susceptibles de limitation dans

* 24 Mars 1734.

dans les cas particuliers de quelqu'un des corps auxquels on croit les pouvoir appliquer.

Cependant il n'eſt pas inutile de chercher ſi par quelque autre méthode, fondée auſſi ſur des obſervations, on pourroit acquérir de nouvelles lumieres touchant cette figure, & par ce moyen s'aſſurer de celle qu'on lui a trouvée, où découvrir la véritable.

Parmi les méthodes qu'on y peut employer, je me ſuis aviſé de chercher ſi l'on pouvoit en venir à bout par le moyen des Parallaxes de la Lune, en obſervant cet aſtre de concert en divers lieux de la Terre. Je vais expoſer ce que j'ai médité à ce ſujet, après que j'aurai éclairci quelques principes fondamentaux touchant la théorie des Parallaxes en général.

Selon l'idée que les Aſtronomes nous ont donnée de la Parallaxe, elle eſt l'angle compris dans le centre d'un aſtre par deux lignes droites, dont l'une part du centre de la Terre, & l'autre du point de la ſurface d'où l'on obſerve cet aſtre. Ayant été conçue dans la prévention commune de la figure ſphérique de la Terre, elle paroît être limitée à cette ſeule hypotheſe, & on ne la trouve pas fort commode ni fort utile, lorſqu'on peut ou qu'on veut douter de la vérité de cette ſuppoſition. Ainſi il ſemble qu'il vaut mieux prendre la choſe d'une autre façon, en expliquant ce que c'eſt que Parallaxe, d'une maniere qui convienne également à toutes ſuppoſitions raiſonnables touchant la figure de la Terre.

J'appellerai dont Parallaxe d'un aſtre ſitué dans

dans un point quelconque *L* * (*Fig.* 1.2.3.) à l'égard aussi d'un point quelconque de la surface de la Terre *A*, l'angle qui est compris dans le centre de l'astre par les lignes droites *AL*, *EL*, dont la premiere part du lieu *A*, & l'autre du point *E*, dans lequel l'axe de la Terre *SPV* est coupé par la ligne verticale de ce lieu *ZAE*, qui est perpendiculaire à la surface de la Terre. Il est évident que si la Terre est sphérique † (*Fig.* 1.) le point de concours *E* de la verticale *ZAE* avec l'axe *PS* se confond avec le centre de la Terre *C*; & l'angle *ALE*, que j'appelle *parallaxe*, devient *ALC*, qui est la parallaxe dans la signification commune: ainsi la définition qu'on donne ici ne change rien à l'idée qu'on a déja de la Parallaxe dans l'hypothese de la figure sphérique, qui est la seule à laquelle elle ait été attachée.

Ce point de concours ‡ *E* (*Fig.* 1. 2. 3.) de la verticale du lieu avec l'axe de la Terre peut être appellé *centre imaginaire* à l'égard du lieu, & il le seroit aussi à l'égard de tous autres lieux de la Terre qui sont dans le parallele du lieu *A*. Par la même raison la portion *AE* de cette verticale pourra s'appeller *demi-diametre imaginaire* de la Terre; & s'il étoit nécessaire de donner un nom au plan *OE* parallele à l'horizon physique *IR* qui touche la Terre en *A*, on pourroit le nommer *horizon rationel imaginaire*, toujours par rapport au point *A*, pendant que le plan *QC*, mené par le véritable centre de la Terre, parallele

* Fig. 1. 2. 3. † Fig. 1. ‡ Fig. 1. 2. 3.

rallele à ces deux plans, en eſt le *véritable horizon rationel.*

Si la Terre eſt un Sphéroïde allongé * (*Fig.* 2.) c'eſt-à-dire, ſi c'eſt le grand axe du Méridien *PAS* qui paſſe par les poles *P*, *S*, & convient avec l'axe de la Terre, alors le centre imaginaire *E* tombera entre le véritable centre *C* & le pole *P* le plus proche du lieu *A*. Mais ſi c'eſt le petit axe du Méridien † (*Fig.* 3.) qui paſſe par les pôles, ou ſi la Terre eſt un Sphéroïde applati, ce point *E* tombera au-delà du véritable centre *C*, vers le pole *S* le plus éloigné du lieu *A*. Tout cela eſt aiſé à entendre par les propriétés des perpendiculaires de l'Ellipſe, dont les Méridiens doivent à peu près imiter la figure, ſi la Terre n'eſt pas ſphérique.

On pourroit me demander par quelle raiſon je prends pour baſe de l'angle de la Parallaxe plutôt la portion *AE* ‡ (*Fig.* 2. 3.) de la ligne verticale du lieu, qu'une plus grande ou plus petite portion de cette même ligne, ou bien toute autre droite qui partiroit du point *A*, par exemple, celle qu'on meneroit de *A* au véritable centre *C*, ainſi que la définition commune de la parallaxe le veut.

Mais il eſt aiſé de répondre, que le point conſtant que l'on doit choiſir pour terme de la baſe de cet angle, doit être tel qu'à l'égard de ce point le mouvement diurne de l'aſtre paroiſſe régulier & uniforme, tel qu'il eſt en ſoi-même, au moins en ſuppoſant que l'aſtre ne change ni de diſtance au centre de la Terre,

* Fig. 2. † Fig. 3. ‡ Fig. 2. 3.

re, ni de parallele à l'Equateur pendant ce mouvement; ce qui ne peut se vérifier de quelque autre point que ce soit pris hors de l'axe *PS*. D'ailleurs on ne sauroit choisir ce point hors de la ligne verticale du lieu; car c'est la seule ligne au dedans de la Terre qui soit donnée de position à l'égard de l'observateur, la direction où se trouve le centre *C*, aussi-bien que celle de tout autre point imaginable de l'axe, lui étant inconnue.

En effet un Astronome qui est placé en *A*, & qui ignore la véritable figure de la Terre, voyant la régularité des mouvemens des Etoiles fixes par des cercles paralleles entre eux, & comparant leurs apparences avec celles de la Lune, ou des autres astres qui ont parallaxe, trouvera que les voyages apparens de ces astres se détournent d'un parallele à ces cercles toujours dans un sens qui porte à les éloigner du Zénith, & de la ligne verticale. C'est pourquoi il ne pourra choisir que cette ligne pour terme des irrégularités causées par la parallaxe; & s'il vouloit chercher un centre à l'égard duquel ces irrégularités s'évanouissent, il ne sauroit se déterminer à le chercher ailleurs que dans cette ligne, où il en trouvera un en effet. Il pourra même prendre ce point pour le véritable centre de la Terre, tout de même que si elle étoit une sphere *Abd* décrite autour de ce centre *E*, par le point *A* où il se trouve. Il y imaginera son Equateur *bd*, ses Méridiens & ses paralleles, il conclura de-là les diverses apparences de cet astre qui conviendront aux diverses latitudes de cette *Terre imaginaire*, & il

il ne pourra ſe détromper de cette imagination que par la comparaiſon des obſervations faites en d'autres lieux de la véritable Terre *PAS*.

Après tout cela, ſi quelqu'un vouloit retenir à la rigueur la définition commune de la Parallaxe, même dans la ſuppoſition que la Terre ne ſoit pas ſphérique, & prendre pour baſe de cet angle la droite *AC*, je ne m'y oppoſerai point, mon intention n'étant pas de changer les ſignifications des mots qui ſont établies par l'uſage, mais ſeulement d'expliquer en quel ſens je me ſervirai de ce nom de Parallaxe dans cette recherche: ce que j'eſpere qu'on me permettra, d'autant plus que ſi l'on ne change un peu la ſignification de ce mot, il faudra changer tous les Théorêmes & les Problêmes fondamentaux qu'on a démontrés touchant les Parallaxes, comme l'on verra bien-tôt.

Ayant établi pour baſe de l'angle de la Parallaxe, pris dans mon langage, la portion de la ligne verticale *AE*, il eſt évident que l'effet de la Parallaxe ſera toujours d'abbaiſſer en apparence l'aſtre au ſpectateur *A*, ſans le détourner jamais du plan vertical dans lequel il ſe trouve; ce qui eſt auſſi une propriété des Parallaxes priſes à l'ordinaire dans l'hypotheſe de la Terre ſphérique: mais elle ne le feroit pas en retenant la définition commune pour l'appliquer à la figure ſphéroïde, c'eſt-à-dire, en prenant pour baſe de la Parallaxe la ligne *AC*.

Il eſt auſſi facile de voir qu'en ſuppoſant la même diſtance de l'aſtre *LE*, au centre imagi-

imaginaire *E* (quelle que ſoit ſa diſtance au véritable centre *C*) les ſinus des parallaxes qui lui conviennent par rapport à un même lieu *A*, ou bien à une même latitude terreſtre, à laquelle ce centre appartient, ſeront entre eux comme les ſinus des diſtances apparentes au Zénith *ZAL*; & qu'ainſi au Zénith la parallaxe ſera nulle, & que la plus grande parallaxe ſera l'horizontale, c'eſt-à-dire, celle qui convient à l'aſtre, lorſqu'il eſt à l'horizon phyſique du lieu *RAI*: ce qui s'accorde encore avec les Théorêmes communs des parallaxes, mais qui ne ſe vérifieroit pas en retenant la définition ordinaire dans une autre hypotheſe que de la figure ſphérique.

L'on voit au contraire * (*Fig.* 4.) qu'en ſuppoſant conſtante la diſtance *CL*, de l'aſtre *L*, au véritable centre de la Terre *C*, la diſtance du centre imaginaire *E*, au même aſtre *L*, peut changer, ſi l'aſtre change de déclinaiſon, ou de diſtance au pole, qui eſt meſurée par l'angle *LCV*. Par conſéquent, la parallaxe horizontale d'un aſtre *L* qui ſe trouveroit toujours dans la ſurface d'une ſphere *OVL*, concentrique à la Terre, ne ſeroit pas conſtante, même par rapport à une latitude déterminée comme celle du lieu *A*, à moins que l'aſtre ne ſe trouvât toujours dans un même cercle *HLG*, parallele à l'Equateur. Car en ce cas, la ligne *CL* tournant autour du centre *C*, & l'angle *LCV* demeurant conſtant, la ligne *EL* le ſeroit de même,

* Fig. 4.

me, auſſi-bien que l'angle *L E V*. On peut appeller cet angle *L E V*, *diſtance imaginaire de l'aſtre au pole*, au-lieu que l'angle *L C V*, en eſt la *véritable diſtance*; & on peut nommer la difference de ces angles *C L E*, *Parallaxe des centres*, qui dans cette derniere ſuppoſition eſt un angle conſtant.

Il eſt clair que cet angle *C L E* étant toujours dans un plan *V L C* qui paſſe par l'axe de la Terre *P S*, & la parallaxe *A L E* toujours dans un plan *E Z L* qui paſſe par la verticale *Z A E*, ces deux angles ne peuvent ſe trouver dans un même plan, l'aſtre étant ailleurs que dans le Méridien. Alors ces deux angles compoſeront l'angle *A L C*, qui ſeroit la parallaxe ſuivant la définition ordinaire, l'angle *A L C* étant pour-lors, ou la ſomme, ou bien la difference de ce que j'appelle Parallaxe de l'aſtre *A L E*, & de la parallaxe des centres *E L C*.

Enfin, il eſt évident que la parallaxe horizontale qui convient au même aſtre en deux lieux de la Terre qui ont differentes latitudes, ſe trouvera differente, quand même la ligne tirée des centres imaginaires à l'aſtre ſeroit de même longueur; à cauſe que la ligne *A E* qui ſoutend les parallaxes ne peut être de même meſure, ſi les deux lieux n'ont même latitude. Si la figure de la Terre eſt un Sphéroïde allongé, & elliptique à peu près, la parallaxe horizontale ſera plus petite aux lieux plus proches des poles de la Terre qu'aux plus éloignés, parce que dans l'Ellipſe, la perpendiculaire *A E* eſt plus petite dans les premiers que dans ceux ci. Le contraire arri-

arrivera si la figure est applatie, & aussi elliptique à peu près.

Il faut remarquer ici que suivant la définition commune qui donne pour base aux angles des parallaxes, un demi-diametre de la Terre, la parallaxe horizontale est l'angle sous lequel on voit ce demi-diametre du centre de l'astre par une ligne qui touche la Terre: ce qui se vérifie aussi de la parallaxe horizontale prise de la maniere que je la prends ici à l'égard du demi-diametre imaginaire, mais non pas du demi-diametre réel de la Terre, à moins qu'elle ne soit sphérique.

Si, dans les autres hypotheses de sa figure, on vouloit prendre pour parallaxe horizontale, l'angle sous lequel on voit du centre de l'astre un de ses demi-diametres réels, par une ligne qui touche la surface de la Terre, cet angle seroit indéterminé, quand même la position de l'astre seroit donnée: parce que l'on pourroit tirer de l'astre plusieurs lignes qui toucheroient la Terre aux extrémités de plusieurs demi-diametres differens de longueur & de position. Mais si, entre les demi-diametres, l'on se déterminoit à choisir celui qui est, par exemple, dans le plan d'un même Méridien avec l'astre; alors en supposant la figure de Sphéroïde allongé, la parallaxe horizontale seroit plus grande, à mesure que l'extrémité de ce demi-diametre (qu'on ne verroit pourtant d'ordinaire qu'obliquement) c'est-à-dire, le point touchant sur la surface de la Terre, seroit plus proche du pole; & au contraire en supposant la figure applatie.

C'est donc ainsi, si je ne me trompe, que

M. le Chevalier *Newton* a confidéré la parallaxe horrizontale de la Lune, dans la derniere édition de ses Principes, qui est de l'an 1726, de Londres. Car dans l'hypothese qu'il suit de la figure applatie, en supposant la moyenne distance de la Lune au centre de la Terre, telle qu'il la trouve dans les Syzygies, & la parallaxe horizontale sous le Cercle équinoctial étant de 57' 20", il la fait à la latitude de 30 degrés de 57' 16", à 38 degrés de 57' 14", à 45 degrés de 57' 12', à 52 degrés de 57' 10", à 60 degrés de 57' 8", & à 90 degrés de 57' 4", c'est-à-dire, toujours plus petite en allant vers les poles.

En revenant aux parallaxes prises à ma maniere, on entend assez ce qu'il est nécessaire de savoir, & ce qu'il faut faire, pour réduire les lieux apparens des astres qu'on détermine par l'observation immédiate, aux lieux véritables qu'on observeroit du centre de la Terre *C*, quelque figure qu'on lui donne. Car la parallaxe horizontale qui convient à la latitude du lieu étant donnée, ou, ce qui revient au même, étant connue, le rapport entre le demi-diametre imaginaire *AE*, & la distance du centre imaginaire à l'astre *EL* étant aussi connus, si l'on observe sa distance apparente au Zénith *ZAL*, en quelque plan vertical que ce soit, on pourra dans le triangle *LAE*, trouver sa parallaxe *ALE*, pour cet instant, qui étant retranchée de l'angle *ZAL*, donnera l'angle *LEZ*, qui servira à l'ordinaire avec la hauteur du pole du lieu, & avec quelque autre mesure donnée par observation, à trouver, si l'on veut, le lieu de

de l'aſtre par rapport aux cercles mobiles de la Sphere.

L'aſcenſion droite de l'aſtre qu'on déterminera de cette maniere en ſera la véritable aſcenſion, telle que ſi on l'obſervoit du centre de la Terre *C*; car le plan du cercle d'aſcenſion droite, dans lequel l'aſtre ſe trouve, paſſant par l'axe de la Terre *CV*, eſt le même plan dans lequel on le verroit, tant du point *E*, que du point *C*, qui ſont ſitués dans ce même axe. Mais pour la déclinaiſon, ou diſtance de l'aſtre au pole, celle qu'on déduira ſera l'angle *LEV*, qui aura beſoin de correction, ſi l'on veut la véritable diſtance au pole *LCV*. Cette correction ſe trouvera aiſément, pourvu qu'on ſache la figure & les dimenſions de la Terre, ce qui eſt indiſpenſablement néceſſaire ſi elle n'eſt pas ſphérique. Car ces dimenſions donnant le rapport des droites *EA*, *EC*, & ſuppoſant auſſi connu le rapport de *EL*, à *EA*, qui eſt celui du rayon au ſinus de la parallaxe horizontale de l'aſtre pour le lieu *A*, on en déduira le rapport de *EL* à *EC*, qui avec l'angle *CEL*, ſupplément de *LEV*, donnera dans le triangle *CEL*, l'angle *LCV* qu'on cherche, & donnera auſſi la parallaxe des centres *ELC*.

Je ne m'arrêterai point à expliquer ce qu'il faudroit faire ſi l'on cherchoit la diſtance apparente au Zénith *ZAL*, la véritable poſition de l'aſtre étant donnée; car on voit aſſez qu'il n'y auroit qu'à faire les mêmes calculs avec un ordre contraire.

Pour ce qui regarde la maniere de trouver par obſervation les parallaxes horizontales

d'un aſtre, dans quelque lieu que ce ſoit de la Terre, on ſait que dans l'hypotheſe de ſa ſphéricité, la méthode la plus facile, & même la plus ſure, eſt celle de les chercher par le moyen des parallaxes horaires, ce qui s'exécute par un ſeul obſervateur, & dans un ſeul lieu, de la maniere qui a été inventée, & expliquée par feu M. *Caſſini*, dans ſon Traité de la Comete de 1680. Cette méthode non ſeulement peut s'appliquer à une hypotheſe quelconque, mais ſi on ignore la véritable figure de la Terre, elle eſt peut être la ſeule qu'on puiſſe pratiquer. Il faut ſeulement remarquer que tout ce que M. *Caſſini* dit, en expliquant cette méthode, à l'égard de la Terre, de ſon Equateur, de ſes cercles horaires, & d'autres, doit être appliqué à la Sphere imaginaire *Abd*, qui a pour centre le point *E*, & doit ſe rapporter à l'équateur de cette Terre *bd*, & à ſes autres cercles; & que la Sphere dans laquelle il ſuppoſe que l'aſtre eſt placé ne doit pas être *OVH*, qui a ſon centre en *C*, mais *MNH* qui l'a en *E*, dont l'axe eſt la droite *VC*, auſſi-bien que de l'autre, & qui la coupe dans le cercle *HLG*, c'eſt-à-dire, dans le parallele de l'aſtre, le rayon de cette Sphere imaginaire étant *EL*, & non pas *CL*. La parallaxe horizontale qu'on trouvera de cette maniere, ſera celle qui convient au lieu *A*, & à la diſtance *EL* de l'aſtre au centre imaginaire *E*; & le rapport qu'on découvrira du ſinus de cette parallaxe au rayon ſera celui du demi-diametre imaginaire *AE* à la ligne *EL*. Un autre obſervateur placé dans un autre lieu de la Terre

Terre à differente latitude, & qui feroit ses observations au même tems, trouveroit à cet astre une autre quantité de parallaxe horizontale, & découvriroit le rapport du demi-diametre de sa Sphere imaginaire à la distance du centre de cette Sphere à l'astre.

Cela posé, pour venir de plus près à ce qui regarde ma méthode, il est clair que si par le moyen de la seule parallaxe horizontale déterminée en *A*, on vouloit découvrir celle qui convient en même tems à l'astre dans quelque autre lieu de differente latitude, par exemple, sous le cercle équinoctial en *X*, il faudroit absolument savoir le rapport du demi-diametre *AE* au demi-diametre de l'équinoctial *CX*, & aussi le rapport de la distance de l'astre *LE* à la distance *LC*, qui dépend de la distance des centres *EC*, c'est-à-dire, qu'il faudroit connoitre les véritables dimensions, & la véritable figure de la Terre.

Mais si au contraire au même tems qu'on cherche par observation la parallaxe horizontale d'un astre dans le lieu *A*, on en fait de même dans le lieu *X*, ou bien dans quelque autre lieu de la Terre situé sous le cercle équinoctial, & qu'outre cela on détermine dans l'un & l'autre lieu les angles *LEV*, *LCV*, de la maniere qu'on a indiquée ci-devant, il est clair qu'on pourra s'appercevoir par-là de la figure de la Terre. Car si elle est sphérique, les points *E*, *C*, se réunissant en un seul *C*, les angles *LEV*, *LCV*, se trouveront égaux. Si elle est sphéroïde allongée, le point de l'axe *E*, tombant entre *C* & *P*, l'angle *LEV* de distance au pole visible pour le

lieu *A*, sera plus grand que l'angle *LCV*, qui convient au lieu *X*, pris sous l'équinoctial; & si elle est applatie, *LEV* sera plus petit que *LCV*, le point de l'axe, *E*, tombant pour-lors au-delà de *C*, vers l'autre pole *S*.

Supposé que l'on trouve de la difference entre ces deux angles, cette difference sera la parallaxe des centres *CLE*, & dans le triangle *CLE*, tous les angles étant connus, on aura la proportion de la ligne *CE*, aux lignes *LC*, *LE*. Or comme par la parallaxe horizontale de l'astre en *A*, on sait déja la proportion de *LE* à *EA*, & par la parallaxe horizontale en *X*, on sait aussi celle de *LC* à *CX*, on aura en mêmes mesures les droites *CX*, *CE*, *EA*, c'est-à-dire, le diametre de l'Equateur, la portion de l'axe depuis le centre jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire, & la longueur de cette même perpendiculaire; ce qui suffit, dans la supposition que la courbe *XAP* soit une ellipse, pour déterminer la longueur de l'axe de la Terre *CP*, & pour décrire l'ellipse, l'angle *AEP*, complément de la hauteur du pole en *A*, étant donné. On pourroit même vérifier l'espece de cette courbure, si l'on avoit de semblables observations faites dans d'autres lieux situés à diverses latitudes.

Ce que j'ai exposé par avance, montre déja comment la seule observation des Parallaxes peut servir de fondement géométrique pour trouver la figure & les dimensions de la Terre. Ce n'est pas pourtant que je prétende qu'on entreprenne cette recherche de la maniere que je viens de dire. Cela demanderoit

roit trop de ſubtilité dans les obſervations. Mon intention n'eſt donc pas de déterminer, mais ſeulement de vérifier cette figure & ces dimenſions, & cela d'une maniere aſſez ſenſible, comme il paroitra par la méthode que je vais deſormais expliquer.

Je propoſe donc que l'on choiſiſſe deux lieux pour y faire de concert pendant quelque tems des obſervatious de la Lune, les parallaxes de cet aſtre étant beaucoup plus ſenſibles que celles de tout autre. Soit l'un des lieux * (*Fig.* 5.) par exemple, Paris au point *A*, & l'autre, que nous ſuppoſerons d'abord, pour une plus grande facilité, ſous le Cercle équinoctial, & ſous le même Méridien de Paris, au point *X*. On obſervera à Paris les Parallaxes horaires de la Lune aux jours qu'on aura concertés, par la comparaiſon de ſon paſſage par un même cercle horaire avec une Etoile fixe, & on en déduira la parallaxe horizontale ſuivant la méthode de M. *Caſſini*. Cette parallaxe ſera celle qui convient pour-lors au demi-diametre imaginaire de la Terre *AE*. On obſervera auſſi ſa diſtance apparente au Zénith *ZAL*, au tems de ſon paſſage par le Méridien; & par le moyen de la parallaxe horizontale qu'on aura trouvée, on calculera l'angle de la parallaxe abſolue *ALE* qui convient à cette diſtance apparente. Enfin on déterminera exactement par le Micrometre, ou par les filets horaires & obliques, la difference apparente des paralleles entre la Lune & cette mê-

* Fig. 5.

même Etoile fixe, ou bien un autre quelconque *H*, pour le tems du paſſage de la Lune par le Méridien, ce qui donnera l'angle *MAL*, dans le plan du Méridien, qui meſure la diſtance de ces paralleles.

L'autre obſervateur en *X* déterminera auſſi au même tems par ſes obſervations la parallaxe horizontale de la Lune qui convient au demi-diametre *C X*, & obſervera de même la diſtance apparente de la Lune à ſon Zénith *YXL*, lorſqu'elle paſſera par le Méridien, pour calculer par ce moyen la parallaxe *XLC*, au tems de ce paſſage. Enfin il meſurera exactement l'angle *L XN*, qei ſera pour ce tems, la difference des paralleles de la Lune, & de la même fixe *H*, qu'on aura obſervée en *A*.

Par la comparaiſon des obſervations faites dans les deux lieux, on connoitra auſſi-tôt l'angle *ALX*, car il ſera toujours égal à la difference des angles obſervés *MAL*, *NXL*, ſi la fixe dans les deux lieux a paru de même côté par rapport à la Lune, ou bien à leur ſomme, ſi elle a été vue de divers côtés, ce qui eſt facile à démontrer par le parallelíſme des lignes *AM*, *XN*, qui vont ſenſiblement à un même point infiniment éloigné, où le parallele de la fixe coupe le Méridien.

Les trois angles *ALE*, *CLX*, *ALX*, étant donc connus, il ſera facile de voir s'il y a une parallaxe ſenſible des centres *ELC*, c'eſt-à dire, ſi le point *E* eſt different du point *C*. Car lorſque la ſomme des parallaxes *ALE*, *XLC*, ſe trouvera égale à l'angle *ALX*, la Lune paſſant entre les deux Zéniths *Z*, *Y*,

ou

ou bien lorſque la difference de ces parallaxes ſera auſſi égale à l'angle *ALX*, la Lune étant au-delà de *Y*, dans l'hémiſphere méridional, il eſt clair que les deux lignes *EL*, *EC*, n'en feront qu'une, le point *E* tombant ſur *C*, & la figure de la Terre ſera ſphérique.

Si la ſomme des parallaxes dans le premier cas; ou bien leur difference dans le ſecond, n'égale pas l'angle *ALX*, il y aura une parallaxe des centres *ELC*. Alors la difference des angles connus *ALX*, *CLX*, ſi la Lune eſt entre les Zéniths *Z*, *Y*, ou leur ſomme ſi elle eſt au-delà de *Y*, donnera l'angle *ALC*. En l'un & l'autre cas, ſi cet angle eſt plus grand que la parallaxe *ALE*, le point *E* tombera au-deçà du centre *C*, vers le pole *P*, le plus proche du lieu *A*, & la Terre ſera un Sphéroïde allongé; mais ſi *ALC* eſt plus petit que *ALE*, le point *E* tombera au-delà de *C*, vers l'autre pole *S*, & la figure de la Terre ſera un ſphéroïde applati.

Je n'ai pas mis à compte le cas où la Lune ſe trouve au-deçà du Zénith *Z* vers le pole *V*, car cela n'eſt pas poſſible, le lieu *A* étant à Paris; & il ne ſeroit pas même avantageux de prendre pour le point *A* un lieu où ce cas pourroit arriver, c'eſt-à-dire, entre les Tropiques de la Lune, parce que l'angle *CLE* ne pourroit alors être que fort petit, quand même la Terre auroit aſſez ſenſiblement la figure ſphéroide.

On pourroit auſſi s'appercevoir de la figure de la Terre par la ſeule comparaiſon des parallaxes horizontales trouvées en *A*, & en *X*, la parallaxe horizontale en *X*, devant ſe trou-

ver

ver égale à celle en *A*, ſi la Terre eſt ſphérique; ou plus grande, ſi elle eſt allongée; & plus petite, ſi elle eſt applatie. Mais il eſt plus ſûr de la déduire des angles parallactiques qui ſe font en *L*, de la maniere qu'on a dit, parce que la difference des parallaxes horizontales en *A*, & en *X*, ne peut pas être auſſi ſenſible ni auſſi évidente que la parallaxe des centres *L* & *C* le doit être, quelle que ſoit la figure de la Terre.

On a ſuppoſé d'abord les lieux *A*, *X*, ſous un même Méridien; mais il eſt facile de voir que cela n'eſt pas néceſſaire, quoiqu'il ſoit à propos que la difference des Méridiens ne ſoit pas trop grande; car en obſervant dans l'un des lieux le changement horaire de la Lune en déclinaiſon apparente, ce qu'on peut faire avec le Micrometre par rapport à la même fixe *H*, & la difference des Méridiens étant connue, on trouvera la réduction qu'il y aura à faire aux obſervations de ce lieu, tant de la diſtance apparente au Zénith, pour lui aſſigner ſa parallaxe *ALE*, que de la difference des paralleles de la Lune, & de la fixe, pour la réduire au Méridien de l'autre lieu.

On a auſſi ſuppoſé, pour faciliter l'explication de la méthode, que l'un des deux lieux eſt placé ſous le cercle équinoctial; mais on peut dans la pratique s'épargner la peine de chercher un tel lieu, non ſeulement ſans préjudice de l'exactitude, mais avec avantage, comme l'on verra bien-tôt.

Mais parce qu'en fait de méthodes aſtronomiques il eſt important de ſavoir les limi-

tes

tes de précision & de certitude, que l'on peut espérer d'atteindre en les pratiquant, ce qui dépend d'une estimation exacte des petites erreurs qui sont inévitables dans les observations; voyons si par la méthode que j'ai exposée, on pourra au moins s'appercevoir évidemment de la figure de la Terre, en cas qu'elle soit telle que M. *Cassini* le fils l'a déduite des mesures qu'on a prises actuellement.

Ayant calculé la longueur de la ligne *CE* pour la latitude de Paris, sur les dimensions des axes du Sphéroïde allongé qu'il a données dans son excellent Ouvrage de la grandeur & de la figure de la Terre, je la trouve de 50 parties, dont le demi-diametre de l'Equateur *CX* est 3255. C'est pourquoi l'angle *CEL* étant droit, ce qui arrivera lorsque la Lune se trouvera à peu près dans le cercle équinoctial, la parallaxe des centres *ELC*, doit être à peu près la 65me partie de la parallaxe horizontale qui convient au demi-diametre de l'équinoctial *CX*. En supposant cette parallaxe de 61 minutes, comme elle l'est quelquefois, on trouvera l'angle *ELC* de 57 secondes, qui est un angle assez sensible pour être apperçu par des Astronomes exacts. Si l'angle *LEC* est de 120 degrés, c'est-à-dire, si la Lune est dans sa plus grande déclinaison septentrionale, l'angle *ELC* sera un peu moindre, c'est à dire, de 50 secondes; & si dans cette supposition la parallaxe horizontale n'étoit que de 54 minutes, l'on trouveroit encore l'angle *ELC* de 42 secondes, & c'est le moindre qu'on le puisse trouver, la Lune étant dans l'hémisphere septentrional, si la Terre

Terre a la figure qu'on ſuppoſe. Si la Lune étoit au-delà de l'Equateur, cet angle pourroit être plus petit; d'où l'on voit qu'il eſt avantageux d'avoir la Lune le plus proche de l'Equateur, & le plus proche auſſi de la Terre qu'il eſt poſſible.

Si au-lieu de choiſir Paris pour l'un des deux lieux *A*, pour y faire ces obſervations, on les faiſoit dans un autre lieu qui eût une plus grande latitude, en ſuppoſant toujours l'autre obſervateur ſous le cercle équinoctial en *X*, cet angle devroit encore ſe rendre plus ſenſible. Je trouve qu'en prenant tout l'avantage des circonſtances ci-deſſus marquées, dans la latitude de 60 degrés, la parallaxe des centres *E L C* ſeroit d'une minute 7 ſecondes, & dans la latitude de 75 degrés, d'une minute 15 ſecondes. Si l'on pouvoit faire ces obſervations ſous le pole *P*, on trouveroit *C E* de 68 des mêmes parties, dont *C X* eſt 3255, & la parallaxe des centres d'une minute 17 ſecondes.

Mais ſi en prenant pour le point *A* tel lieu qu'on voudra dans l'hémiſphere ſeptentrional, on ne choiſit pas pour le point *X*, un lieu placé ſous l'équinoctial, mais au-delà de l'équinoctial vers le midi, la détermination & le calcul des angles parallactiques, qui ſe font dans le centre de la Lune *L*, iront tout de même que ci-devant, & cependant on pourra gagner beaucoup dans la grandeur de la baſe *C E*, le point *C* n'étant plus pour lors le centre imaginaire du lieu méridonal où l'on fera les obſervations, ce qui rendra plus grand l'angle *E L C*, que l'on pourra encore, ſi l'on veut

veut, appeller *parallaxe des centres.* Je ne m'arrêterai point à en dire davantage, parce qu'il eſt évident qu'on peut par ce moyen doubler cet angle, en choiſiſſant le point *X*, avec autant de latitude auſtrale que le point *A* en aura de boréale, & par-là rendre cette détermination plus ſenſible, & plus ſûre.

Les découvertes des Terres Auſtrales n'ayant pas encore été pouſſées auſſi loin que celles des Boréales, on pourra néanmoins trouver une baſe *E C*, aſſez grande pour ſoutendre, dans les circonſtances qu'on a dit être les plus avantageuſes, une parallaxe des centres *E L C*, d'environ deux minutes. Comme ſi l'on prenoit pour le point *A*, Upſal, ou Petersbourg, ou Archangel, & pour *X*, le Cap de Bonne-Eſperance, dont la longitude n'eſt pas même fort differente de celle de ces lieux: ou bien ſi en choiſiſſant pour *A*, Quebec, l'on prenoit pour *X*, le Détroit de Magellan, ces deux lieux étant dans les Cartes de M. Deliſle preſque ſous un même Méridien.

Examinons donc ſi la ſomme des erreurs qu'on peut craindre dans les obſervations néceſſaires à cette détermination, peut aller aſſez loin pour rendre douteuſe toute cette difference de deux minutes, qu'on doit trouver dans cette hypotheſe, & dans ces circonſtances, pour parallaxe des centres; ou bien ſi, toutes les erreurs étant évaluées, il doit reſter encore quelque choſe de ſenſible qui rende évidente cette parallaxe. On s'aſſurera de cela, en cherchant les plus grandes mépriſes où un obſervateur exact pour-

roit

roit tomber dans les meſures des angles *ALX*, *ALE*, *CLX*, qui ſont les ſeuls qu'on employe immédiatement pour trouver la parallaxe des centres *ELC*.

En commençant par l'Angle *ALX*; comme il réſulte de la ſomme ou de la différence des deux *MAL*, *NXL*, qui ſont les différences de déclinaiſon de la fixe *H*, & de la Lune, au tems de ſon paſſage par le Méridien, on n'y peut ſoupçonner qu'autant d'erreur qu'on pourroit en commettre dans la détermination qu'on feroit de ces différences avec le Micrometre. Or il eſt certain que les Aſtronomes déterminent par cet inſtrument les différences apparentes de déclinaiſon à 5 ſecondes près; & quand même on prétendroit qu'on ne pourroit s'en aſſûrer qu'à 10 ſecondes, ayant égard au diametre de la Lune, qu'il faut obſerver au même tems, pour réduire cette différence au centre, & qu'outre cela on voudroit ſuppoſer que la ſomme de ces erreurs reſteroit toute entiere dans la meſure qu'on déduiroit des obſervations de l'angle *ALX*, les erreurs ne ſe compenſant point l'une l'autre, cet angle ne feroit douteux que de 20 ſecondes tout au plus.

Il eſt vrai que les deux lieux *A*, *X*, n'étant pas exactement ſous un même Méridien, il faudroit dans l'un des lieux donner à cette différence une correction pour la réduire au Méridien de l'autre lieu; ce qui demande que la différence des Méridiens ſoit connue, & que le mouvement apparent de la Lune en déclinaiſon le ſoit auſſi. Mais en obſervant plu-

plusieurs fois la Lune, & la fixe, pendant une ou deux heures, on peut s'assurer de ce mouvement, & de ses inégalités, en sorte qu'on ne se méprendra que de fort peu, & d'une quantité presque insensible, dans la réduction qui convient à la différence supposée des Méridiens, pourvu qu'elle soit assez petite; & le doute qu'on peut avoir sur la véritable mesure de cette différence n'allant pas d'ordinaire à une minute d'heure, le changement de déclinaison apparente dans ce petit tems ne sera aussi que fort petit, & je crois qu'on ne doit mettre en compte pour tout cela que 10 secondes d'erreur dans la réduction, qui font en tout 30 secondes d'incertitude dans l'angle *ALX*.

Pour l'angle *ALE*, qui est la parallaxe absolue de la Lune au Méridien dans le lieu *A*, sa mesure dépend premierement de la distance apparente au Zénith *ZAL*, qu'on aura observée. Cette observation étant faite avec soin, ne peut être douteuse tout au plus que d'une minute, & une minute de doute dans la distance au Zénith n'en coûte jamais qu'un d'une seconde dans la parallaxe de hauteur, en supposant connue la parallaxe horizontale; mais on peut compter deux secondes, à cause de l'incertitude d'une autre minute qu'on pourroit soupçonner dans l'angle *ZAL*, pour les irrégularités des réfractions.

La parallaxe *ALE* dépend outre cela de la parallaxe horizontale qu'on aura trouvée par les observations des parallaxes horaires faites dans le lieu *A*. Dans la détermination de cette parallaxe horizontale on prend pour

un des élémens du calcul la hauteur du pole du lieu ; mais quand même on se tromperoit dans cette hauteur de 2 minutes (ce qui n'arrive jamais en faisant l'observation avec soin) cela ne feroit rien de sensible dans les parallaxes. On employe encore dans ce calcul la déclinaison apparente de la Lune qui est donnée par la différence qu'on en observe à celle d'une fixe, & dans cela même deux ou trois minutes d'erreur (qu'on ne peut commettre que par négligence) ne changeroient de rien la parallaxe horizontale qu'on cherche. Enfin il entre dans ce calcul la différence de tems qu'on observe à diverses heures d'une même nuit, entre les passages de la Lune & d'une fixe par les mêmes cercles horaires à quelque distance au Méridien, & la différence de ce tems, qu'on devroit observer dans les mêmes cercles, si la Lune n'avoit point de parallaxe, ce qui dépend du mouvement véritable de la Lune en ascension droite, qu'on déduit de ses passages par le Méridien, observés deux ou trois jours de suite. J'avoue que cette détermination est fort délicate, & que c'est-là où il est plus facile de se méprendre qu'ailleurs. Je crois pourtant que les Astronomes m'accorderont qu'on peut après tout cela s'assurer de la parallaxe horizontale qui en résulte, dans une demi-minute de cercle ; & je remarque de plus qu'une demi-minute d'erreur dans la parallaxe horizontale trouvée au lieu *A*, ne doit pas rester toute entiere dans la parallaxe *ALE*, qui répond à la distance au Zénith dans le Méridien, mais qu'elle doit devenir moin-

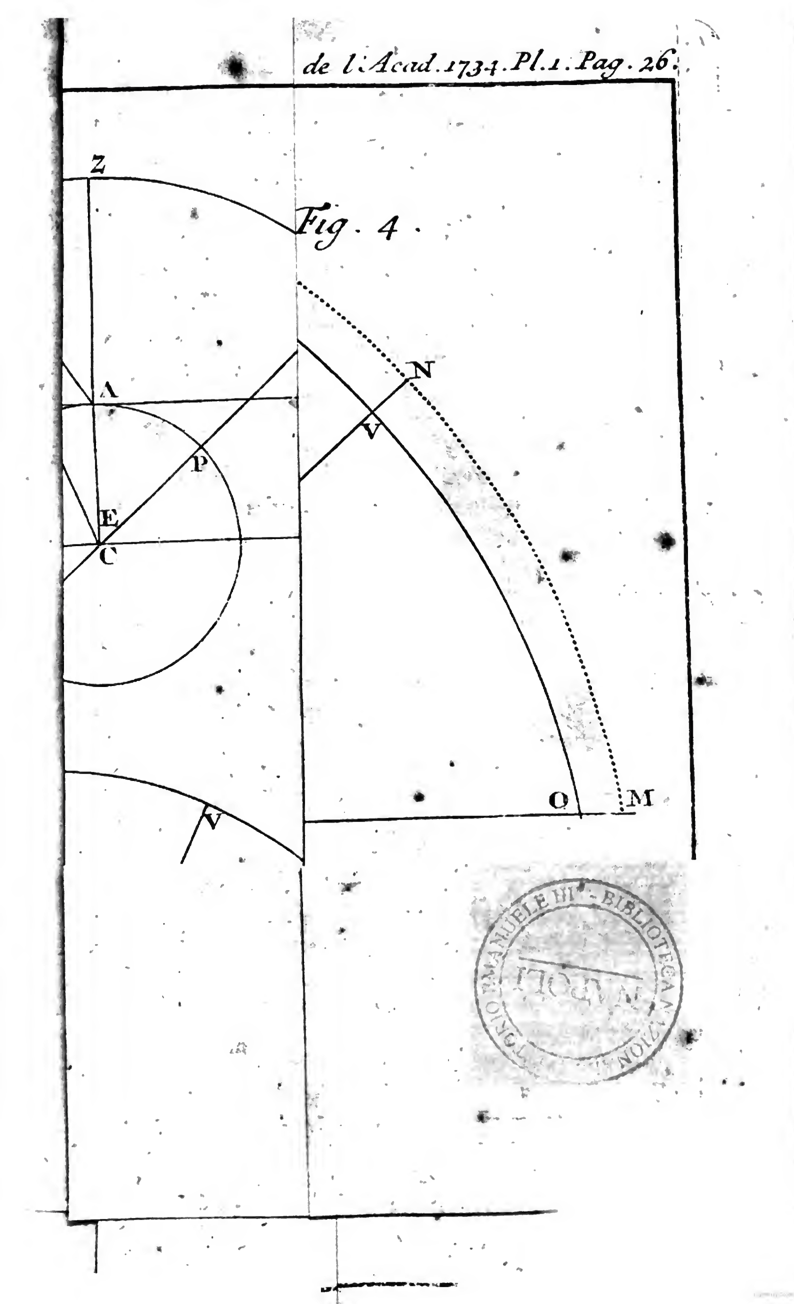
moindre en raiſon du ſinus de cette diſtance au rayon; c'eſt-à-dire, que ſi la diſtance méridienne de la Lune au Zénith du lieu *A* ne paſſe pas 60 degrés (diſtance au-delà de laquelle il ne ſeroit pas ſûr d'entreprendre la recherche de la parallaxe horizontale, l'irrégularité des réfractions dans les cercles horaires pouvant altérer l'effet des parallaxes) cette demi-minute d'incertitude dans la parallaxe horizontale n'en donnera tout au plus que 26 ſecondes dans l'angle *ALE*: & y ajoutant les deux ſecondes trouvées ci-deſſus, on conclura que cet angle ne ſauroit être douteux que de 28 ſecondes tout au plus; mais on peut le ſuppoſer de 30.

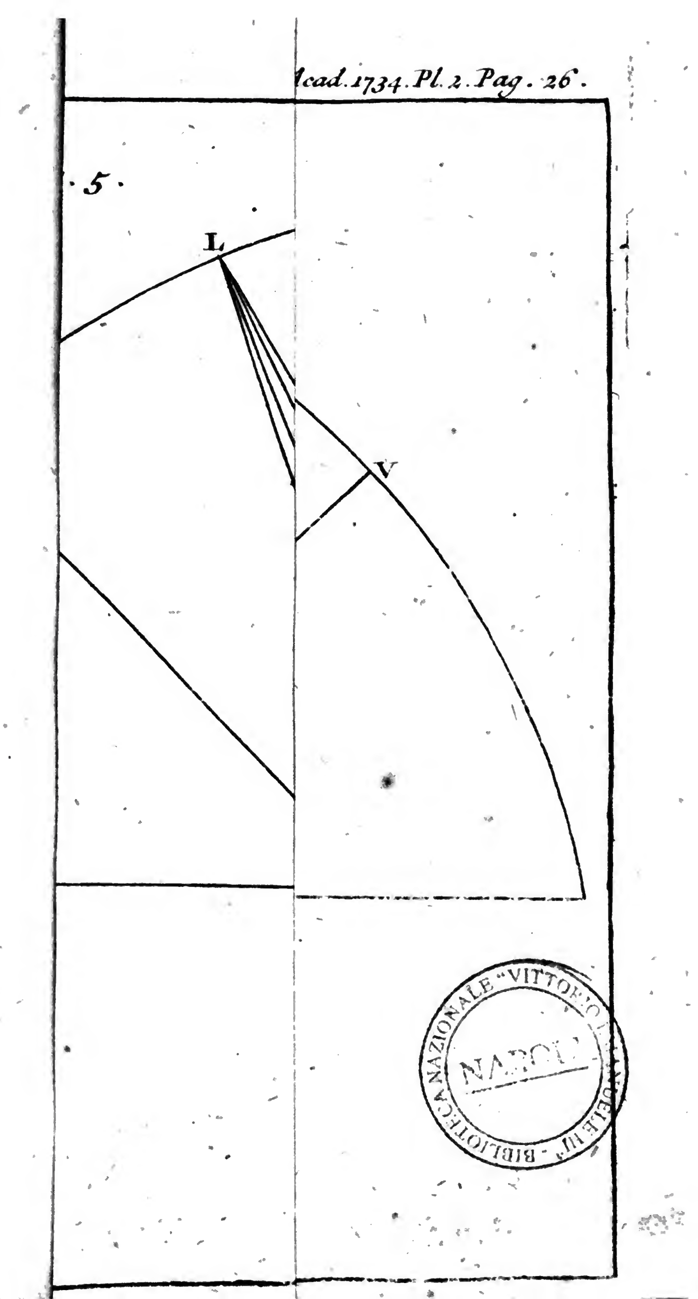
Enfin pour l'angle *CLX*, on fera le même raiſonnement qu'on vient de faire pour l'angle *ALE*, & l'on trouvera auſſi la même limite d'incertitude d'environ 30 ſecondes, la Lune n'étant éloignée du Zénith du lieu *X*, que de 60 degrés. Où il eſt à remarquer que la diſtance de la Lune au Zénith étant dans l'un des lieux de 60 degrés, elle ne peut être qu'au deſſous de cette quantité dans l'autre, qui eſt dans l'hémiſphere oppoſé, à moins que les deux lieux ne ſoient éloignés entre eux de 120 degrés ou environ; & qu'ainſi il ſeroit fort difficile que l'un & l'autre de ces angles à la fois fuſſent fautifs de toute cette quantité de 30 ſecondes.

Ce ſeroient donc enfin les limites de certitude entre leſquelles des Aſtronomes habiles & exercés pourroient ſe promettre de déterminer leurs meſures des trois angles *ALX*, *ALE*, *CLX*; & comme il y a la même fa-

cilité de tomber dans chacune de ces erreurs par excès, ou par défaut, il ſeroit difficile d'y tomber dans toutes à la fois en tel ſens qu'il ſeroit néceſſaire pour qu'en faiſant les ſommes ou les differences de ces trois angles de la maniere qu'on a vu, la faute de l'un ne compenſât pas en partie celle de l'autre, & que la ſomme des trois erreurs dût ſe trouver toute entiere dans l'angle *ELC*, qui doit réſulter de ces ſommes & de ces differences. Néanmoins en ſuppoſant que cela arrive, l'on voit que cette ſomme ne va qu'à une minute 30 ſecondes, c'eſt-à-dire, à une demi-minute pour chacun des trois angles. Or l'on a trouvé que ſuivant les dimenſions de la Terre de M. *Caſſini*, l'angle *ELC*, en choiſiſſant des lieux connus & acceſſibles, peut monter à 2 minutes; donc il reſte toujours une demi-minute qui doit ſe manifeſter dans l'angle *ELC*, & rendre par-là ſenſible la figure de ſphéroïde allongé qu'il a trouvée à la Terre; & cela d'autant plus, que ſi au contraire cette figure eſt applatie, comme de grands Géometres le prétendent, cet angle *ELC*, bien-loin de ſe trouver dans ces circonſtances d'une demi-minute, doit être, pour ainſi dire, négatif, le point *E* tombant au-delà du point *C*, vers le pole *S*.

Il ſeroit de l'induſtrie des Aſtronomes qui entreprendroient cette recherche, de concerter les tems propres à ces obſervations, en cherchant les poſitions de la Lune les plus favorables, & qui devroient rendre plus ſenſible l'effet de la figure de la Terre dans les Parallaxes. Il ſemble qu'en pratiquant


Fig. 4.
Z
A
P
E
C
N
V
O
M
V



.5.
L
V

cette méthode plusieurs fois, par exemple, à tous les retours de la Lune visibles, pendant une année ou deux, à une même fixe qu'on auroit choisie, on pourroit mettre la chose dans une entiere évidence.

COMPARAISON

Des deux Loix que la Terre & les autres Planetes doivent observer dans la figure que la pesanteur leur fait prendre.

Par M. BOUGUER. *

UNE Planete considérée comme Fluide ne peut conserver constamment la même figure, que lorsque toutes les colomnes dont on peut supposer qu'elle est formée, & qui aboutissent à son centre, sont d'une égale pesanteur; sans cela, toutes ces colomnes ne se contrebalanceroient point, & les plus pesantes ne manqueroient pas de soulever par en-bas celles qui le seroient moins. Mais il faut encore qu'une autre condition soit remplie, il faut que les directions de la pesanteur soient exactement perpendiculaires dans tous les points de la surface; afin que les molécules du Fluide n'ayent aucune pente à couler vers un côté ou vers un autre. L'observation de ces deux loix est également nécessaire; l'une assure, en quelque façon, le repos dans l'intérieur, pendant que l'autre l'é-

 tablit

* 31 Mars 1734.

tablit au dehors; & ce n'eſt que le concours des deux qui rend l'état de la Planete toujours permanent. Entre plusieurs Mathématiciens d'un grand nom qui ont tourné leur vue vers cette matiere, M. Huigens & M. Herman ſont les ſeuls qui ont trouvé qu'elles s'accordoient à donner à la Terre une même figure dans les ſuppoſitions particulieres d'une peſanteur orginairement conſtante, & d'une peſanteur proportionnelle aux diſtances au centre. Perſonne, que je ſache, n'a pouſſé depuis l'examen plus loin, ſur le concert des deux principes dont il s'agit, & il ſe peut faire qu'on ait cru qu'ils étoient ſecrettement les mêmes, ou que l'obſervation de l'un renfermoit toujours implicitement l'obſervation de l'autre. Cependant, en les conſidérant avec attention, on s'apperçoit qu'ils ne peuvent gueres ſe concilier que par quelque eſpece de hazard; car le premier, ou l'équilibre entre les colomnes, dépend principalement de la peſanteur des parties intérieures, & de la peſanteur de toutes ces parties; au-lieu qu'il ne s'agit dans l'application de l'autre, que de la peſanteur actuelle qu'ont les ſeules parties ſituées vers la ſurface. Il reſte donc à examiner d'où peut naitre la convenance parfaite qui ſe trouve dans les cas conſidérés par les Auteurs que nous venons de citer. L'exercice des deux loix tombe ſur des ſujets trop differens, pour qu'elles puiſſent s'accorder toujours, & elles ne le doivent faire que dans certaines circonſtances particulieres, qu'il eſt ſans doute curieux de découvrir. D'ailleurs ſi, malgré les tentati-

ves

ves des Philoſophes, nous ne connoiſſons pas encore le vrai Syſtême de la Peſanteur, il eſt toujours avantageux pour nous, de mieux connoitre au moins toutes les propriétés qu'ont les Hypotheſes que nous embraſſons ordinairement.

Recherches ſur l'obſervation du premier principe, ou ſur l'équilibre entre les Colomnes.

I.

Il n'eſt pas fort difficile de trouver la forme * *AKBL* (*Fig.* 1.) que doit prendre une Planete conſiderée comme fluide, pour qu'il y ait un parfait équilibre entre toutes les colomnes dont on peut ſuppoſer qu'elle eſt formée. Nous allons chercher cette figure, & afin de donner une plus grande généralité à notre Solution, nous ſuppoſerons que les directions *KC*, *MG*, *mg*, &c. *de la peſanteur primitive*, au-lieu de concourir dans un même point *C*, viennent ſe rendre en differens points de l'axe *AB* de la Planete *AKBL*, & que ces directions ſont perpendiculaires à la ſuperficie d'un Sphéroïde engendré par une ovale quelconque *ADBE*, dont *C* eſt le centre, & *AB* l'axe. Il faut remarquer que nous diſons que *MG* & *mg* ſont les directions de *la peſanteur primitive*, afin de diſtinguer cette peſanteur de *la peſanteur actuelle*, qui eſt celle qu'on éprouve toujours, & qui n'eſt autre choſe que la peſanteur primitive, altérée par

* Fig. 1.

par la force centrifuge que produit le mouvement de la Planete sur son axe. Si la Planete * *A K B L* étoit dans un parfait repos, on n'expérimenteroit que la pesanteur primitive sur la surface, & un corps pesant situé en *M* ne tendroit à tomber que selon *MG*, & qu'à proportion qu'il seroit poussé par la pesanteur primitive. Mais la Planete ne peut pas tourner sur son axe, sans que toutes ses parties ne fassent un effort continuel pour s'en éloigner; & quelque foible que soit cet effort centrifuge, il doit non seulement diminuer toujours un peu la pesanteur primitive, il doit changer encore un peu ses directions.

Je nomme t les parties *FG*, *fg*, des directions *MG*, *mg*, qui sont interceptées entre l'axe *AB*, & la courbe *ADFBE*, à laquelle elles sont perpendiculaires; z marquera les ordonnées *FI* de cette courbe, & u les parties *GB* de l'axe. La courbe *ADBE* étant indéterminée, les valeurs de t, de z & de u le sont aussi, & nos Recherches s'appliqueront par conséquent à toutes les diverses situations qu'on pourra attribuer aux directions de la pesanteur. Nous nommons de plus p la pesanteur primitive, variable ou constante qui s'exerce sur chaque direction *MG*; ou plutôt, comme il peut arriver que cette pesanteur ne soit pas égale sur toutes les directions, & qu'il se peut faire qu'elle soit plus ou moins forte vers l'Equateur, ou vers les poles, indépendamment même de la force centrifuge; nous la désignerons par ζp; expression

* Fig. 1.

preſſion dans laquelle ζ ſera quelque puiſſance ou quelque fonction du ſinus de l'angle *MGB*, formé par la direction & par l'axe de la Planete; ou, ſi l'on veut, ζ ſera quelque fonction de $Fi = z$. La force centrifuge qui réſulte du mouvement de révolution à la diſtance a de l'axe, ſera marquée par f. Enfin y ſera la longueur des directions *MG* de la peſanteur, depuis la ſurface *AKBL* de la Planete juſqu'à l'axe, & s les ordonnées *OP*. Ainſi il n'eſt queſtion que de déterminer la valeur de y ou de s, par rapport aux autres quantités que nous venons de ſpécifier, & nous ſaurons la figure *AKBL* que doit prendre la Planete dans chaque hypotheſe particuliere de peſanteur.

Si nous faiſons maintenant attention à l'équilibre qui doit ſe trouver entre les colomnes dont la Planete peut être ſuppoſée formée, nous reconnoitrons que la colomne *mg* doit ſe contrebalancer exactement avec la partie *Bg* de la colomne qui eſt couchée dans l'axe, puiſque *mg* & *Bg* aboutiſſent dans le même point g. La colomne *MG* doit ſe contrebalancer par la même raiſon avec *BG*, de même que *KC* le doit faire avec la colomne entiere *BC*. Il eſt évident d'un autre côté, que la peſanteur des parties de *BC* n'eſt point altérée par la force centrifuge. Ainſi pdu étant la peſanteur des parties infiniment petites *Gg* ($= du$) qui ſervent d'élémens à cette colomne, nous aurons $\int pdu$ pour le poids de ſes parties ſenſibles *Bg* ou *BG*. Mais ce n'eſt pas la même choſe de la peſanteur des colomnes *mg* ou

MG *; *dy* désignant les parties infiniment petites dont est formée la hauteur *y* de chaque colomne, & ζp désignant la pesanteur primitive dans chaque point, nous aurons $\zeta p\,dy$ pour le poids de chaque petite partie, & $\int \zeta p\,dy$ pour le poids d'une colomne entiere, ou plutôt $\zeta \int p\,dy$, parce que ζ est constante dans chaque direction. Mais il faut remarquer, conformément à ce que nous avons dit, que cette intégrale $\zeta \int p\,dy$ n'exprime la pesanteur actuelle que lorsque la Planete est dans un parfait repos, & que ses parties n'ont aucune force centrifuge qui se complique avec la pesanteur primitive. Ainsi il nous faut chercher l'effort que fait la colomne *GM* pour s'éloigner de l'axe *AB*, & voir quelle est la partie de cet effort qui s'exerce selon *GM* en sens directement contraire à la pesanteur.

Mais nous pouvons trouver immédiatement cette partie, en considérant, avec M. Huigens, qu'elle est égale à la force centrifuge absolue qu'auroit une colomne *MP* de même grosseur, qui seroit perpendiculaire à l'axe. Il est vrai qu'il y a plus de matiere en *GM* qu'en *PM* dans le rapport de *GM* à *PM*, & que *GM* a par conséquent plus de force centrifuge que *PM* dans le même rapport. Mais il se fait ici une compensation: car comme la force centrifuge absolue des parties de *GM* tend à les faire s'éloigner de l'axe *AB* selon des perpendiculaires à cet axe, il n'y a qu'une portion de cette force qui s'exerce selon *GM*, & qui est contraire à la pesan-

* Fig. 1.

pesanteur, & cette portion est plus petite que la force absolue, précisément dans le même rapport de * GM à PM; ce qui la rend parfaitement égale à la force centrifuge de PM. Or f désignant la force centrifuge à la distance a de l'axe AB, nous aurons $\frac{fs}{a}$ pour la force centrifuge en M à la distance $MP = s$, puisque la force centrifuge est proportionnelle aux rayons des cercles tracés par les mobiles de même masse, aussi-tôt que ces cercles sont décrits dans un tems égal, comme ils le sont tous ici. Nous n'aurions donc qu'à multiplier MP par $\frac{fs}{a}$ pour avoir l'effort total, si la force centrifuge étoit la même tout le long de MP: mais comme elle est de plus petite en plus petite à mesure qu'on considere des points plus proches de l'axe AB, & qu'elle diminue exactement en progression arithmétique, il ne faut multiplier MP que par la moitié de $\frac{fs}{a}$. Il nous vient de cette sorte $\frac{fs^2}{2a}$ pour la force centrifuge absolue de toutes les parties de MP; force totale ou absolue qui est égale, selon le Lemme de M. Huigens, à toute la force centrifuge relative de GM, qui agit de G vers M en sens exactement contraire à la pesanteur. Mais $\zeta \int p\,dy$ étant la pesanteur primitive de toute la colomne GM, & $\frac{fs^2}{2a}$ la force centrifu-

* Fig. 1.

trifuge qu'on en doit retrancher, on trouve $\zeta \int p\, dy - \frac{fs^2}{2a}$ pour la peſanteur actuelle de *MG*; & ſi nous l'égalons à la peſanteur $\int p\, du$ de *BG*, nous aurons l'Equation $\zeta \int p\, dy - \frac{fs^2}{2a} = \int p\, du$, dans laquelle les variables ſont ſéparées, & qui marque d'une maniere très générale la relation qu'a la courbe *AKBL* ou la figure de la Planete, avec la courbe *ADBE* qui détermine la ſituation de toutes les directions de la peſanteur primitive.

Il eſt à propos de ſubſtituer dans cette Equation, la valeur $\frac{zy}{t}$ de s, qui donne l'analogie $GF = t : FI = z :: GM = y : MP = s$; on aura $\zeta \int p\, dy - \frac{fz^2 y^2}{2at^2} = \int p\, du$, qu'on peut appliquer aiſément, comme on le voit, à toutes les hypotheſes poſſibles. Il n'importe en effet, que les peſanteurs ſoient proportionnelles à quelque puiſſance ou à quelque fonction de y, l'Equation ſera prête à être conſtruite, & ne contiendra que deux ſeules variables, puiſque la nature de la courbe *ADBE* fournit toujours la relation que t, z & u ont entre elles. Or auſſi-tôt qu'on aura découvert la valeur de y, il n'y aura qu'à la porter depuis *G* juſqu'en *M*, & de cette ſorte, on trouvera autant de points *M* de la ſurface de la Planete, qu'on cherchera de diverſes valeurs de y.

Si l'on ſuppoſe que la peſanteur eſt par-tout abſo-

absolument constante, qu'elle est non seulement la même dans tous les points de chaque direction, mais qu'elle ne souffre aussi aucun changement d'une direction à une autre; il n'y aura qu'à mettre l'unité à la place de ζ, & l'Equation générale $\zeta \int p\,dy - \frac{fz^2 y^2}{2at^2} = \int p\,du$ se réduira à $py - \frac{fz^2 y^2}{2at^2} = pu$, qui donne $y = \frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2afpuz^2}}{fz^2}$. On a donc ici, en termes connus, la valeur que doit avoir *GM*, afin que toutes les colomnes soient exactement en équilibre, & cela pour toutes les diverses dispositions que peuvent avoir les directions aussi-tôt que la pesanteur est constante.

Recherches sur l'observation du second principe, ou sur le niveau que toutes les parties de la surface doivent prendre.

II.

Il nous faut maintenant examiner le second principe, & voir la figure que doit prendre la Planete, pour que toutes les parties de sa surface soient exactement de niveau; ou, ce qui revient au même, pour qu'elles soient exactement perpendiculaires aux directions de la pesanteur. Il ne s'agit plus ici du poids entier des colomnes, mais seulement de la pesanteur actuelle d'un grave situé à la surface-

ce. Cette pesanteur résulte, ainsi que nous l'avons déja dit, de la complication de la pesanteur primitive & de la force centrifuge. Comme la Planete est censée tourner continuellement sur son axe, le grave placé en *M*, en même tems qu'il est sollicité par sa pesanteur primitive à tomber selon * *MG*, il est sollicité par sa force centrifuge à s'écarter selon *MR*, & ces deux efforts joints ensemble forment, par leur composition, la pesanteur actuelle selon *MT*. Il suit de-là que *MG* & *MR*, représentant les deux premiers efforts, la diagonale *MS* du parallelogramme *RMGS*, représentera non seulement la pesanteur actuelle, mais encore sa direction; & c'est par conséquent *MS* qu'on doit regarder comme exactement verticale, & qui seroit indiquée par un fil à plomb appliqué en *M*. Afin donc que la petite partie *Mm* de la surface de la Planete soit parfaitement de niveau, il faut qu'elle fasse un angle droit avec *MS*; & pour cela, si *MT* est perpendiculaire au point *M* de la surface de la Planete, & que de l'extrémité *G* de la direction de la pesanteur primitive, on éleve la perpendiculaire *GS* à l'axe jusqu'à la rencontre de *MT*, il faut qu'il y ait même rapport entre la pesanteur primitive & la force centrifuge, qu'entre *MG* & *GS*. Ainsi il nous reste à chercher la relation qu'il y a entre ces deux dernieres lignes.

Mais on pourroit aisément s'engager dans un assez long calcul, pour trouver une expression simple de ce rapport; au-lieu qu'une con-

* Fig. 1.

considération un peu attentive de la Figure, nous donnera cette expression presque tout d'un coup, & nous fournira en même tems un Lemme qui sera quelquefois d'usage dans les Problêmes qui appartiennent à l'inverse des tangentes. Du point * *m*, j'abbaisse les petites perpendiculaires *m O* & *m N*, sur *P M* & sur *G M*. L'angle *M m O* sera égal à l'angle *G S T*, puisqu'ils sont égaux l'un & l'autre à l'angle *P M T*; & d'un autre côté, l'angle *M m N* sera égal à l'angle *G M T*, puisque les deux côtés de l'un sont perpendiculaires aux deux côtés de l'autre. Ainsi dans le triangle *G M S* où les côtés *G M* & *G S* sont entre eux comme les sinus des angles opposés *G S T* & *G M S*, ces mêmes côtés sont en même raison que les sinus des angles *M m O* & *M m N*, & ils sont, par conséquent, aussi en même raison que les petites lignes *M O* & *M N*, qui représentent les sinus de ces deux derniers angles, pendant que la petite partie *M m* de la courbe sert de sinus total. (On démontreroit de la même maniere, s'il en étoit besoin, que *M G* est toujours à la partie *T G* de l'axe, interceptée entre *M G* & la perpendiculaire *M T* à la courbe, comme *m O* est à *M N*.) Mais puisqu'il y a même rapport entre *M G* & *G S*, qu'entre les petites lignes *M O* & *M N*; au-lieu de comparer la pesanteur primitive & la force centrifuge à *M G* & à *G S*, nous n'avons qu'à comparer ces deux puissances aux deux petites lignes *M O* & *M N*, qui sont toujours en même raison.

La

* Fig. 1.

La petite ligne * MO eſt exprimée par ds, puiſqu'elle eſt la differentielle des ordonnées $PM = s$, & la petite ligne MN eſt la differentielle des FM $(= GM - GF) = y - t$; de ſorte que $MN = dy - dt$. Nous avons d'un autre côté ζp pour l'expreſſion de la peſanteur primitive, & nous avons déja vu ci-devant que $\frac{fs}{a}$ eſt la force centrifuge en M, à la diſtance MP (s) de l'axe AB. Nous avons donc, en termes analytiques, $\zeta p : \frac{fs}{a} :: ds : dy - dt$, dont nous tirons $\frac{fsds}{a} = \zeta pdy - \zeta pdt$. C'eſt-là l'Equation en premieres differences de la courbe ou de la figure $AKBL$, qui rend toutes les parties de la ſurface de la Planete parfaitement horizontales.

Si l'on ſuppoſe la peſanteur primitive abſolument conſtante, & qu'on mette, comme ci-devant, l'unité à la place de ζ, on trouvera, en intégrant, $\frac{fs^2}{2a} = py - pt$; & introduiſant à la place de s, ſa valeur $\frac{zy}{t}$ tirée, comme nous l'avons déja vu, de la reſſemblance des triangles GFI & GMP, il viendra $\frac{fz^2y^2}{2at^2} = py - pt$, dont on déduira $y = \frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2apftz^2}}{fz^2}$. Cette valeur de GM étant ainſi déterminée, on ne peut guere

* Fig. 1.

guere manquer de la rapprocher de celle de $y = \frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2apfuz^2}}{fz^2}$ que nous a fourni l'autre principe. On verra qu'elles sont differentes, & qu'ainsi il faut toujours absolument qu'il y ait au moins un des deux principes que nous examinons, qui soit violé dans la rencontre présente.

Comparaison des deux principes.

III.

Mais ce n'est pas dans cet unique cas, ce n'est pas simplement lorsque la pesanteur primitive est absolument constante, qu'il se trouve une pareille incompatibilité entre les deux loix dont il s'agit : elles dépendent si peu l'une de l'autre, qu'elles sont presque toujours en contradiction ; elles se donnent l'exclusion mutuellement, & il suffit le plus souvent que l'une soit observée pour que l'autre ne le soit pas. Pour le dire en un mot, les circonstances sont si rares dans lesquelles elles s'accordent à donner une même figure à la Planete, que c'est souvent un Problême difficile à résoudre, que de déterminer quelqu'une de ces circonstances. Nous avons trouvé dans le premier Article l'Equation générale $\zeta\int p\,dy - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \int p\,du$, ou $\zeta\int p\,dy - \frac{fs^2}{2a} = \int p\,du$, en prenant pour principe l'équilibre des colomnes. Nous la differentions cette Equation, en fai-

faisant attention que ζ doit être regardée comme variable, parce qu'il s'agit ici des changemens qui se font d'une direction à une autre: il vient $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dy - \frac{fs\,ds}{a} = p\,du$, & nous lui donnons cette forme $\frac{fs\,ds}{a} = d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dy - p\,du$, afin de pouvoir la comparer plus aisément à l'autre Equation générale $\frac{fs\,ds}{a} = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$ que nous venons de trouver en employant le second principe. Or pour que ces deux Equations primordiales $\frac{fs\,ds}{a} = d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dy - p\,du$ & $\frac{fs\,ds}{a} = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$ soient identiques, ou pour qu'elles puissent donner la même courbe * $AKBL$; il faut, puisque les deux premiers membres sont égaux entre eux, que les deux seconds le soient aussi, c'est-à-dire, qu'il faut qu'on ait $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dy - p\,du = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$, ou $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dt = p\,du$. Ainsi nous pourrons nous servir toujours de cette derniere Equation, pour reconnoitre si les deux Equations primordiales sont les mêmes, ou pour juger de l'accord qui peut se trouver entre les deux principes qui influent sur la figure de la Planete.

Nons voyons déja, en effaçant dans cette formule le terme qui contient $d\zeta$, & en mettant l'unité à la place de ζ, que si la pesanteur est absolument constante, il faut que $dt = du$, &

* Fig. 1.

& par conséquent $t = u$. Mais t (GF) ne peut pas être continuellement égale à u (GB) à moins que la courbe $ADBE$ qui sert à déterminer la situation des directions primitives de la pesanteur, ne soit un cercle comme dans la Figure 2, & que toutes ces directions ne concourent dans un même point qui sera le centre du cercle. Il est donc démontré qu'aussitôt que la pesanteur primitive est tout-à-fait constante, il faut qu'elle n'ait qu'un unique point de tendance, ou qu'un point central, pour que l'observation d'un de nos deux principes entraine nécassairement l'observation de l'autre. Car si t n'étoit pas égale à u, ou si les directions tendoient dans differens points, l'Equation $d\zeta \int p\, dy + \zeta p\, dt = p\, du$, qui se réduit à $p\, dt = p\, du$, lorsque ζ est constante, ne subsisteroit plus, & il suivroit de-là que les deux Equations primordiales seroient differentes. C'est ce qu'on éprouve aussi, lorsqu'on compare entre elles les deux valeurs de GM que nous avons trouvées dans les deux Articles précédens, en admettant cette hypothese particuliere de pesanteur. Ces valeurs $\frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2afpuz^2}}{fz^2}$ & $\frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2p^2t^2 - 2afptz^2}}{fz^2}$ ne sont jamais les mêmes que dans le cas où $z = t$.

On peut aussi résoudre divers Problêmes, en supposant connues quelques-unes des quantités qui sont contenues dans l'Equation $d\zeta \int p\, dy + \zeta p\, dt = p\, du$, & en tâchant de décou‑

couvrir la valeur des autres, valeur qui rendra toujours compatibles les deux principes que nous examinons. Parmi tous ces Problêmes, nous nous contenterons d'en résoudre un seul: nous regarderons comme donnée la situation des directions, de même que la maniere dont la pesanteur s'exerce sur chacune, & nous chercherons la valeur de ζ, ou le changement que la pesanteur doit recevoir d'une direction à une autre. Pour rendre notre Solution plus générale, nous supposerons que la pesanteur primitive p, au-lieu d'être constante sur chaque direction * MG, est proportionnelle à une puissance quelconque m des distances GF, GM, &c. à l'axe. Nous aurons de cette sorte $p = y^m$, ou plutôt $p = \frac{gy^m}{a^m}$, en observant la loi des Homogenes, & en prenant une quantité constante g pour marquer la pesanteur à la distance a du point G. Si l'on conçoit après cela une direction bV infiniment proche de l'axe, laquelle doit être comme toutes les autres, perpendiculaire à la courbe $ADBE$, il est évident que conformément à l'hypothese présente, il n'y aura que les parties qui seront comprises depuis B ou depuis b jusqu'en V, qui auront de la pesanteur, & une pesanteur réglée sur les distances au point V. Toutes les autres parties qui sont situées sur VC seront sans poids; par la même raison que la pesanteur selon MG ne s'exerce que sur la ligne MG, & non pas sur son prolongement de l'autre côté de AB. Ainsi

$p\,du$

* Fig. 1.

$p\,du$ qui déſigne le poids des petites parties Gg de l'axe, ſera nulle dans cette rencontre, & l'Equation $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dt = p\,du$, dont dépend l'identité des deux figures ou des deux Equations primordiales, ſe réduira par conſéquent à $d\zeta\int p\,dy = -\zeta p\,dt$. Je ſubſtitue maintenant $\frac{gy^m}{a^m}$ à la place de p, dans cette derniere Equation, & il me vient $d\zeta\int\frac{gy^m\,dy}{a^m} = -\frac{\zeta gy^m\,dt}{a^m}$ ou $\frac{gy^{m+1}\,d\zeta}{\overline{m+1}\times a^m} = -\frac{\zeta gy^m\,dt}{a^m}$, dont je tire $y = -\frac{\overline{m+1}\times\zeta\,dt}{d\zeta}$.

En ſubſtituant pareillement $\frac{gy^m}{a^m}$ à la place de p dans une de nos deux Equations générales, dans celle, par exemple, $\zeta\int p\,dy - \frac{fs^2}{2a} = \int p\,du$, ou $\zeta\int p\,dy - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \int p\,du$, que nous a fourni l'équilibre des colomnes, nous la changerons en $\frac{g\zeta y^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m} - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \int p\,du$, que nous pouvons encore changer en $\frac{g\zeta y^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m} - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \frac{gb^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^m}$, en mettant une quan-

tité

tité constante $\frac{-gb^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^{m}}$ à la place de l'intégrale $\int p\,du$, parce que cette intégrale ne désigne ici que la pesanteur constante de la portion BV de colomne. Or il suffit à présent d'introduire dans cette Equation $\frac{g\zeta y^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^{m}}$ $-\frac{fz^2y^2}{2at^2} = \frac{gb^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^{m}}$ la valeur $-\frac{\overline{m-1}\times\zeta dt}{d\zeta}$ de y trouvée il n'y a qu'un moment, & nous aurons l'Equation $-\frac{\overline{m-1}^{m+1}\times g\zeta^{m+2}dt^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^{m}d\zeta^{m+1}}$ $-\frac{\overline{m+1}^{2}\times fz^2\zeta^2dt^2}{2at^2\zeta^2} = \frac{gb^{m+1}}{\overline{m+1}\times a^{m}}$, ou $-\overline{m-1}^{m-1}$ $\times g\zeta^{m+2}dt^{m+1} - \frac{\overline{m-1}\times a^{m-1}fz^2\zeta^2dt^2d\zeta^{m-1}}{2t^2}$ $= \frac{gb^{m+1}d\zeta^{m+1}}{\overline{m+1}^{2}}$, qu'on peut regarder comme ne contenant que deux variables ζ & t, puisqu'aussi-tôt que nous connoissons la nature de la courbe ADB, nous avons la relation des t ($=GF$) & des z ($=FI$). Il ne reste donc plus qu'à résoudre cette Equation par approximation ou autrement, & on aura la valeur particuliere de ζ qu'on vouloit découvrir: on saura selon quelle loi la pesanteur primitive doit changer d'une direction MG à une autre.

On

On voit que, généralement parlant, la quantité ζ doit être variable, & qu'ainſi il faut que la peſanteur primitive ſoit differente ſur toutes les directions, pour que l'obſervation d'un de nos deux principes renferme implicitement l'obſervation de l'autre. Mais ſi l'on veut déterminer dans quel cas particulier la peſanteur doit être la même ſur toutes les lignes * MG, on n'a qu'à effacer les termes qui contiennent la differentielle $d\zeta$ de ζ ſuppoſée conſtante. On trouve $\overline{-m-1}^{\,m-1} \times g\zeta^{m+2}\,dt^{m+1} = 0$, & on en tire $m = -1$; ce qui montre que parmi la multitude infinie d'Hypotheſes differentes repréſentées par $p = \frac{gy^m}{a^m}$, il n'y a uniquement que celle $p = \frac{gy^{-1}}{a^{-1}}$, ou celle d'une peſanteur en raiſon inverſe des diſtances au point de concours G, dans laquelle ζ doit être conſtante, ou dans laquelle la peſanteur doit s'exercer préciſément de la même maniere ſur toutes les directions.

Au ſurplus, l'Equation $\overline{-m-1}^{\,m-1} \times g\zeta^{m+2}\,dt^{m+1} - \frac{\overline{m-1} \times a^{m-1} f z^2 \zeta^2 dt^2 d\zeta^{m-1}}{2t^2} = \frac{g b^{m+1} d\zeta^{m+1}}{2}$ devient beaucoup plus ſimple,

* Fig. 1.

ple, aussi-tôt que le rayon BV du cercle osculateur de la courbe * ADB est nul ou infiniment petit en A & en B, comme il l'est aux deux extrémités de la cycloïde & d'une infinité d'autres lignes courbes. La pesanteur de BV étant alors nulle, on doit effacer le terme où se trouve b, & on a $-\overline{m-1}^{\,\overline{m-1}}$ $\times g\zeta^{m+2}\,dt^{m+1} = \frac{\overline{m+1}\times a^{m-1} f z^2 \zeta^2 dt^2 d\zeta^{m-1}}{2t^2}$, qui se réduit à $-\overline{m-1}^{\,m-1} \times \frac{2gt^2\,dt^{m-1}}{z^2}$ $= \frac{\overline{m+1}\times a^{m-1} f\,d\zeta^{m-1}}{\zeta^m}$ & à $-\overline{m-1}$ $\times\, dt\left(\frac{2gt^2}{\overline{m+1}\times fz^2}\right)^{\frac{1}{m-1}} = \frac{a\,d\zeta}{\zeta^{\frac{m}{m+1}}}$. Or comme les variables sont ici séparées, & qu'on peut intégrer, on a $\overline{1-m}\times a\zeta^{\frac{1}{1-m}}$ $= -\overline{m-1}\int dt\left(\frac{2gt^2}{\overline{m+1}\times fz^2}\right)^{\frac{1}{m-1}}$, &

$$\zeta = \overline{-\frac{\overline{m-1}}{\overline{1-m}\times a}\int dt\left(\frac{2gt^2}{\overline{m+1}\times fz^2}\right)^{\frac{1}{m-1}}}^{\,1-m};$$

formule qui nous fera connoitre ζ, lorsque nous

* Fig. 1.

nous introduirons dans le ſecond membre la valeur de z exprimée en t, après que nous l'aurons tirée de l'Equation de la courbe $ADBE$, qui ſert à déterminer la ſituation des directions de la peſanteur. On voit que ζ n'a qu'une valeur déterminée, & il faut remarquer toujours que ſi les affections que ſouffre la peſanteur ne répondent pas exactement à cette valeur, les deux principes, de l'équilibre des colomnes & du niveau de la ſurface, au-lieu de concourir à donner à la Planete une même figure, tendront néceſſairement à lui en donner de differentes.

Examen du cas particulier dans lequel toutes les directions de la peſanteur primitive tendent à un même point.

IV.

Enfin comme nous avons rendu les recherches précédentes aſſez générales, il eſt clair qu'elles comprennent le cas particulier que repréſente la Figure 2, dans lequel toutes les directions de la peſanteur concourent dans un même point. La courbe * $ADBE$ qui eſt perpendiculaire à toutes ces directions, étant alors un cercle, toutes les lignes $GB\,(u)$ & $GF\,(t)$ ſeront égales entre elles : nous pourrons les indiquer par la conſtante a, & il eſt évident que leurs differentielles dt & du ſeront nulles. Nous ne nous arrêtons pas à examiner les Equations plus ſimples auxquelles ſe ré-

* Fig. 2.

réduisent dans cette circonstance nos deux Equations primordiales $\zeta \int p\,dy - \frac{fs^2}{2a} = \int p\,du$ & $\zeta p\,dy - \zeta p\,dt = \frac{fs\,ds}{a}$: mais si nous considerons d'abord la formule $d\zeta \int p\,dy + \zeta p\,dt = p\,du$ qui résulte de leur comparaison, & qui se réduit à $d\zeta \int p\,dy = 0$, nous reconnoitrons que les deux premieres Equations ne se trouvent maintenant identiques que lorsque la quantité differentielle $d\zeta \int p\,dy$ est nulle.

Mais il est évident que $d\zeta \int p\,dy$ ne peut être égale à zero que lorsque $d\zeta$ l'est déja, & que lorsque par conséquent ζ est constante. Ainsi on voit que, contre ce qui arrive presque toujours lorsque les directions de la pesanteur n'ont pas un même point de concours, les deux loix de l'équilibre des colomnes & du niveau de la surface ne contribuent ici à donner une même forme à la Planete, que lorsque la pesanteur primitive s'exerce exactement de la même maniere sur toutes les lignes *MG*, ou qu'elle est la même vers l'Equateur & vers les poles. On voit aussi maintenant la raison pour laquelle Mrs. Huigens & Herman ont trouvé un parfait accord entre les deux loix dans les cas particuliers qu'ils ont examinés, & pourquoi ces mêmes loix doivent se concilier encore dans toutes les Hypotheses renfermées dans la Solution que M. de Maupertuis vient de donner *. Il n'importe en effet que la pesanteur soit constante ou variable, qu'elle soit proportionnelle à quel-
que

* *Dans son Discours sur la figure des Astres.*

que puiſſance, ou même à quelque fonction des diſtances au centre, auſſi-tôt que ζ eſt conſtante, ou, pour parler d'une maniere moins limitée, auſſi-tôt que les peſanteurs primitives de deux colomnes voiſines * *CM* & *Cm* ne diffèrent que par la petite partie *NM*, ou auſſi-tôt que *Cm* & *CN*, qui ſont de même longueur, ont préciſément la même peſanteur primitive $\zeta\int p\,dy$. Mais dans tous les autres cas la quantité $d\zeta\int p\,dy + \zeta p\,dt$ n'eſt pas égale à $p\,du$, ou en particulier $d\zeta\int p\,dy$ n'eſt pas égale à zero, & les deux Equations primordiales $\zeta\int p\,dy - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \int p\,du$, & $\frac{fs\,ds}{a} = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$, qui marquent la nature de la figure de la Planete, donnent diverſes courbes.

Il ne nous reſte plus maintenant qu'à voir dans quelque exemple particulier, juſqu'où peut aller la difference des figures. Nous feindrons pour cela que la peſanteur ſuit ſur chaque direction le rapport des puiſſances *m* des diſtances au centre, & qu'elle change d'une direction à une autre ſelon la puiſſance *n* du ſinus *FI* (*z*) de l'angle *MCB* que forme chaque direction avec l'axe *AB*. Nous aurons de cette ſorte $z^n y^m$ pour l'expreſſion de la peſanteur ζp; mais au-lieu de $z^n y^m$, nous prendrons $\frac{gz^n y^m}{a^{m+n}}$, afin de conſerver l'Homogénéité. Si nous introduiſons enſuite cette valeur

* Fig. 2.

valeur dans l'Equation $z\int p\,dy - \frac{fz^2 y^2}{2at^2} = \int p\,du$ que nous a fourni le premier principe, & qu'à la place de t nous y ſubſtituïons a, & à celle de $\int p\,du$ une grandeur conſtante $\frac{ga}{m+1} - \frac{1}{2}af$, ou, ſi l'on veut, ſimplement b^2; on aura $\frac{gz^n y^{m+1}}{\overline{m+1} \times a^{m+n}} - \frac{fz^2 y^2}{2a^3} = b^2$ qui marque pour une infinité d'Hypotheſes la relation des ſinus * FI (z) & des longueurs y que doivent avoir les directions CM.

Cette Equation ſe réduit à $\frac{gzy^2}{2a^2} - \frac{fz^2y^2}{2a^3} = b^2$, lorſque les expoſans m & n ſont égaux à l'unité, ou lorſque la peſanteur primitive ſuit la raiſon compoſée des diſtances au centre C, & des ſinus des angles MCB que font les directions avec l'axe; & on en déduira $y^2 = \frac{2a^3b^2}{agz - fz^2}$ qui nous apprend que la Planete a dans ce cas la figure d'un Sphéroïde infiniment long † (*Fig.* 3.) engendré par la révolution d'une courbe conchoïdale $AKMB$ autour de ſon aſymptote AB. Nous n'examinons pas les ſymptomes de cette courbe, mais il eſt évident qu'elle a l'axe de la Planete pour aſymptote; car ſi l'on ſuppoſe que le ſinus FI (z) devienne infiniment petit, alors CM (y) deviendra infinie. Il eſt d'ailleurs facile de voir que la choſe doit être ainſi, à la conſidérer phyſiquement: car la colomne

* Fig. 2. † Fig. 3.

colomne qui est dans l'axe, ne peut faire équilibre avec les autres, que lorsqu'elle est infiniment longue, puisqu'elle est sujette à une pesanteur qui dépendant du sinus *FI* se trouve infiniment petite sur l'axe.

Mais ce n'est encore là que la figure que doit prendre la Planete en conséquence du premier principe. Pour trouver maintenant la figure qu'exige l'observation du second, nous n'avons qu'à nous servir de l'Equation $\frac{fsds}{a} = \zeta p\,dy - \zeta p\,dt$, qui se réduit ici à $\frac{fsds}{a} = \zeta p\,dy$, parce que dt est nulle, & qui se change en $\frac{fy^2 z dz + fz^2 y dy}{a^3} = \zeta p\,dy$, lorsqu'on substitue à la place de s sa valeur $\frac{zy}{a}$ $(= \frac{FI \times CM}{CF})$. Or si l'on met $\frac{gz^n\ y^m}{a^{m+n}}$ à la place de ζp dans cette Equation, on aura $\frac{fy^2 zdz + fz^2 ydy}{a^3} = \frac{gz^n\ y^m\,dy}{a^{m+n}}$ qui étant divisée par $z^n\ y^n$ se change en $\frac{fy^{2-n} z^{1-n} dz + fz^{2-n} y^{1-n} dy}{a^3} = \frac{gy^{m-n}\,dy}{a^{m+n}}$, dont le premier membre est toujours intégrable, & dont le second qui ne l'étoit pas, le devient. On trouve, en rendant les intégrales complettes, $\frac{fy^{2-n}\ z^{2-n}}{2-n \times a^3} - \frac{fa^{1-2n}}{2-n}$

 =

$$= \frac{g y^{m-n+1}}{\overline{m-n+1} \times a^{m+n}} - \frac{g a^{1-2n}}{m-n+1}.$$

Cette Equation, qui marque la nature de la figure que doit prendre la Planete pour que toutes les parties de la surface soient de niveau, est, comme on le voit, fort differente de l'autre. Aussi arrive-t-il que lorsque les exposans m & n sont égaux à l'unité, ou que les pesanteurs suivent le rapport des distances au centre & des sinus des angles * MCB, cette Equation se réduit à $fyz - a^2 f = agy - a^2 g$, & à $y = \frac{a^2 g - a^2 f}{ag - fz}$, qui nous montre que la Planete doit être formée par la révolution d'une portion de Section conique, dont le foyer C sert de point central. C'est une portion † AKB d'ellipse (*Fig.* 4) tant que $g > f$, le grand axe KX de cette ellipse est à l'intervalle qu'il y a entre les deux foyers C & Y comme g est à f; & le diametre KL de la Planete mesuré dans le sens de l'Equateur est à son axe AB mesuré d'un pole à l'autre, comme g est à $g-f$. Ainsi lorsque g (la pesanteur) est fort grande, par rapport à la force centrifuge f, les deux diametres KL & AB, approchent beaucoup d'être égaux; au-lieu que dans la Figure 3, l'axe AB est encore alors infiniment long par rapport au diametre KL.

‡ Après cela la difference des figures est assez constatée: mais nous devons satisfaire enfin à une question qui s'est sans doute déja présentée

* Fig. 3. † Fig. 4. ‡ Fig. 3. & 4.

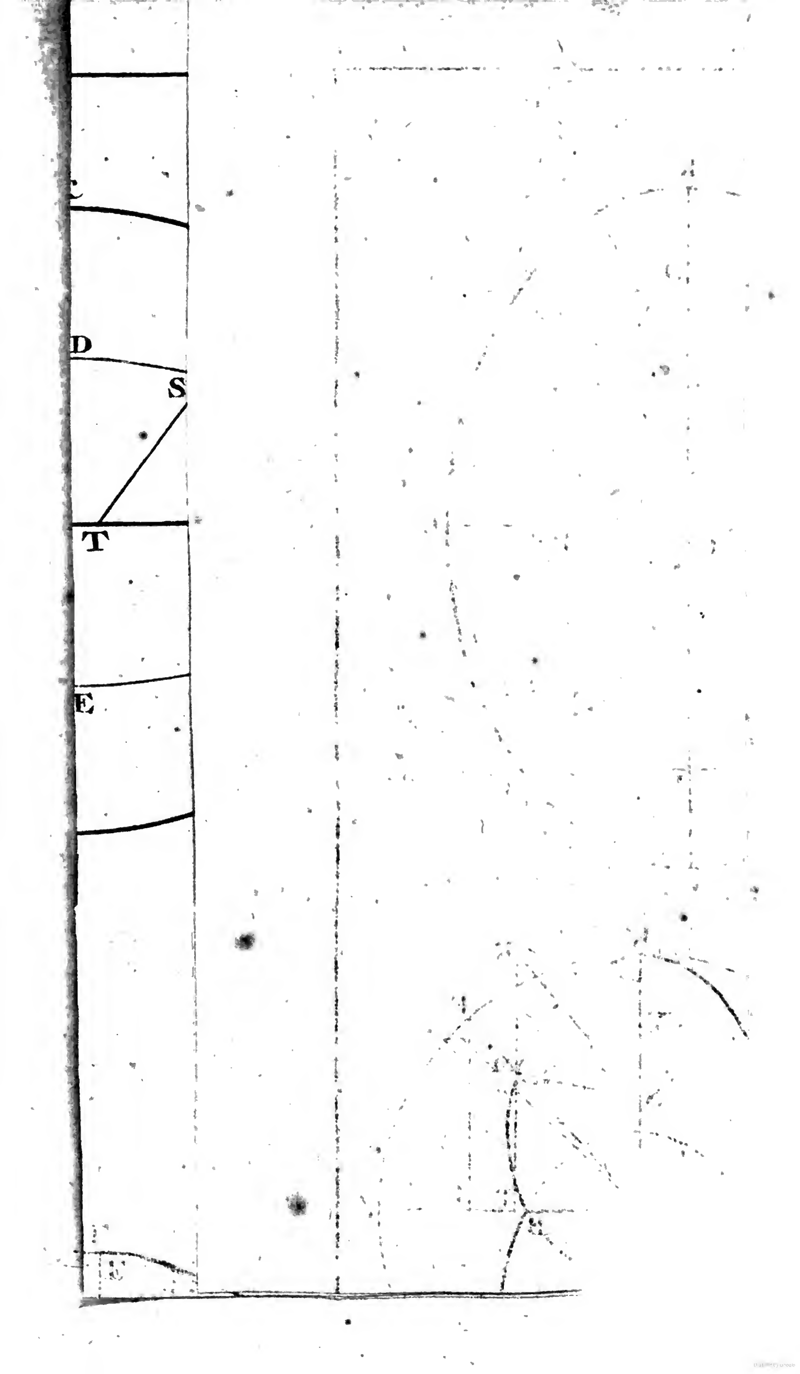
[pré]sentée plusieurs fois à l'esprit. Qu'arriveroit-il, si la pesanteur étoit réellement telle que nous la supposons; si au-lieu d'être égale par-tout, elle étoit originairement plus grande ou plus petite vers l'Equateur que vers les poles? La Planete ne pourroit pas prendre la forme représentée dans la Figure 3: car pendant que l'équilibre entre les colomnes seroit exactement observé, la surface ne seroit pas horizontale, ou elle ne seroit pas perpendiculaire aux directions *MS* de la pesanteur actuelle, les parties fluides de la Planete couleroient ici des poles vers l'Equateur, & la figure changeroit sans cesse. D'un autre côté, la forme représentée dans la Figure 4 ne seroit pas plus permanente, puisqu'il n'y auroit aucun équilibre entre les colomnes, & que celles qui sont voisines de l'axe ne seroient pas assez pesantes pour contrebalancer celles qui sont proche de l'Equateur. De cette sorte aucune des deux loix ne pourroit être observée, parce qu'elle en seroit continuellement empêchée par l'autre; & cependant chacune, comme cause Méchanique ou Physique, feroit sans cesse effort pour regner seule. La Planete ne pourroit donc embrasser aucune figure déterminée, elle en prendroit alternativement de plus ou de moins approchantes de l'une ou de l'autre extrême représentée dans les Figures 3 & 4, & toutes ses parties fluides seroient, non pas dans une simple agitation, mais dans un bouleversement continuel.

Ce ne seroient pas seulement les Mers étendues comme notre Ocean, ou les Atmospheres qui peuvent environner les Planetes, qui

qui feroient expofées à ce mouvement; feroient auffi les liqueurs contenues dans les plus petits vaiffeaux. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à fuppofer * le Vafe de la Figure 5 appliqué dans l'endroit *M* de la Planete, & concevoir la ligne *XZ* parallele à la petite partie *Mm* de la Figure 3, & *VT* parallele à la petite partie *Mm* de la Figure 4. Il eft évident que *QM* étant inclinée du côté de *M* par rapport à *VT*, la liqueur coulera de *Q* vers *M*, pour rétablir le niveau, & prendre une fituation plus approchante de *VT*, en même tems que les colomnes de liqueur qui font proche de *CM*, & qui font trop pefantes par rapport à celles qui font proche de *GQ*, feront foulever celles-ci, & tendront à donner à la furface *QM* la fituation *XZ*. Ainfi on voit que la liqueur fera fans ceffe agitée, qu'il y aura une circulation continuellement établie felon *Q*, *M*, *C*, *G*, *Q*, & cela toujours fimplement, en conféquence d'une pefanteur originaire qui n'eft pas égale par-tout.

Il eft vrai que ces effets ne doivent être très marqués que lorfque l'égalité dans la pefanteur eft confidérable. Mais fi la gravité de nos corps pefans eft produite par la force centrifuge du Tourbillon qui nous environne, comme le veulent les Cartéfiens, ou fi elle a quelque autre caufe méchanique qui foit une fuite des feules loix ordinaires de la communication des mouvemens, il eft bien difficile qu'elle puiffe être précifément la même vers les poles & vers l'Equateur. Le Tourbillon ne fera pas exactement fphérique, il fera plus preffé, & il pouffe-

* Fig. 5.


D
S
T
E

pouſſera auſſi plus vers un côté que vers un autre ; & la force centrifuge qui réſultera de ſon mouvement, & qui ne ſera pas égale partout, n'influera pas ſeulement ſur l'effet de la peſanteur, elle influera auſſi ſur la cauſe, & l'altérera differemment. Or il ſuffit toujours, comme nous l'avons démontré, qu'il y ait la moindre inégalité dans la gravité primitive, pour qu'il naiſſe auſſi-tôt entre les deux principes une incompatibilité aſſez grande pour produire l'agitation dont nous parlons. Les parties ſolides, les Terres, les Rochers, &c. conſerveront leur même ſituation, à cauſe de leur adhérence : mais les molécules des fluides n'ont qu'à avoir une grande facilité à être mues par la maniere dont elles ſont détachées les unes des autres, elles ne manqueront pas de ſentir la plus petite pente, qui les déterminera à avancer vers un certain côté, pendant qu'il ſe fera toujours un autre mouvement pour rétablir l'équilibre des colomnes, qui détruira encore le niveau de la ſurface. C'eſt aſſez pour tout cela que les deux figures diffèrent ſeulement dans la poſition de leurs ſurfaces de quelques ſcrupules de ſecondes, ou qu'elles ſoient inclinées l'une par rapport à l'autre, de quelques parties de pouce ſur une étendue de chaque lieue. Nous n'ignorons pas qu'on aſſigne pluſieurs cauſes au mouvement de liquidité des liqueurs ; cependant il ſe pourroit faire que celle-ci, quoiqu'elle dépende d'un principe très ſimple, & qu'on n'en avoit pas ſoupçonné, y eût auſſi quelque part. Il eſt toujours vrai qu'outre les effets extérieurs qu'elle eſt capable de pro-

duire, & que nous avons considérés, elle est capable d'en produire encore d'intérieurs & d'intestins que nous pourrons examiner dans la suite.

RECHERCHE CHIMIQUE

SUR LA COMPOSITION

D'UNE LIQUEUR TRÈS VOLATILE,

*Connue sous le nom d'*ETHER.

Par Mrs. DU HAMEL & GROSSE. *

IL y a environ cinq ans que cette liqueur est connue en Angleterre: quelques années auparavant elle avoit déja fait du bruit en Bohême & à Mayence, car les effets singuliers qu'elle produit, suivant differentes circonstances, l'ont rendue recommandable dans tous les pays où il se trouve des Physiciens.

A l'égard du nom d'*Ether* ou de *Liqueur éthérée* sous lequel on la connoit, il lui a été donné par son Auteur, sans doute à cause de sa grande volatilité qui surpasse de beaucoup celle des Huiles, qu'on appelle en Chimie *Huiles essentielles* ou *éthérées*, telles que l'huile de Romarin, celle de Sauge, d'Aspic, & autres qui se tirent par la distillation avec l'eau.

M.

* 5 Mai 1734.

M. Frobenius, Chimiſte Allemand, à qui l'invention de cette liqueur paroît être dûe, en envoya pluſieus petits flacons il y a environ quatre ans à feu M. Geoffroy, & peu de tems après M. Groſſe en reçut deux pareils de M. Godfrey Hanckwitz, auſſi Chimiſte Allemand, établi à Londres depuis le tems de l'illuſtre Boyle. Ces flacons étoient accompagnés de deux feuilles manuſcrites dans leſquelles l'Auteur de l'Ether indique les differentes propriétés de cette liqueur, comme, par exemple, ſon extrême légereté, ſa grande inflammabilité, la propriété qu'elle a de ne ſe point mêler avec l'eau ni avec la plupart des liqueurs tant acides qu'alkalines, celle de tirer la teinture des Végétaux, & pluſieurs autres propriétés encore plus intéreſſantes pour la Phyſique. A la fin de ce Manuſcrit, M. Frobenius ſemble déſigner en peu de lignes la compoſition de l'Ether; mais ce qu'il en dit nous a paru juſqu'à préſent ſi énigmatique, qu'il n'a pu nous conduire à la découverte de la compoſition de cette liqueur. Voici les propres paroles de M. Frobenius: *Paratur ex ſale volatili urinoſo, plantarum phlogiſto, aceto valde ſubtili, per ſummam fermentationem cunctis ſubtiliſſimè reſolutis & unitis.* Ainſi, ſuivant le Manuſcrit, l'*Ether* eſt compoſé d'un ſel volatil urineux, du phlogiſtique des végétaux, & d'un acide extrêmement ſubtiliſé, le tout réſous & réuni par une grande fermentation.

Pour rapporter exactement tout ce qui eſt venu à notre connoiſſance au ſujet de l'Ether, il conviendroit d'ajouter ici la traduction de

ce que M. Godfrey Hanckwitz a fait insérer dans les Transactions Philosophiques, à la suite du Mémoire concernant les expériences faites avec la Liqueur éthérée de M. Frobenius, en Mai 1730. N°. 413. p. 288.

„ Que cette Liqueur éthérée ait été autre-„ fois très estimée & recherchée, cela paroît „ par une expérience que j'ai faite autre-„ fois pour M. Boyle, mon cher maitre, par „ le moyen d'une solution métallique, nom-„ mément par la dissolution de Mercure crud, „ uni au phlogistique du Vin ou de quelque „ autre végétal, & j'ai séparé cet Ether par „ l'entonnoir, de dessus la solution qu'il sur-„ nageoit. M. le Chevalier Isaac Newton „ connoissoit aussi très bien cette liqueur, „ mais sa mort à empêché qu'elle ne fût por-„ tée à sa perfection, & ne lui a pas per-„ mis d'en faire une certaine quantité. Quand „ M. Frobenius vint dans mon Laboratoire „ pour en faire la quantité dont il avoit be-„ soin pour ses expériences, il voulut con-„ sulter ce que M. Newton en avoit dit dans „ ses Ouvrages, & nous trouvames qu'il l'a-„ voit fait avec l'huile de Vitriol & l'esprit „ de Vin.

„ Cette liqueur du Chevalier Newton est „ un esprit de Vin éthéré, elle differe seule-„ ment de celle de M. Frobenius par le pro-„ cédé: la Liqueur éthérée (je crois qu'il veut „ parler de celle de Frobenius) est faite a-„ vec partie égale en mesure & non en poids; „ la liqueur jaune qui surnage est séparée de „ la sulphureuse non-ardente par l'entonnoir; „ la liqueur inférieure est rejettée, & la su-

„ périeu-

„ périeure jaune est mise dans une cornue
„ pour être distillée par une chaleur très
„ douce, & on continue la distillation de ce
„ liquide éthéré jusqu'à ce que l'hémisphere
„ supérieur soit devenu froid, & la cornue
„ étant frappée dans la main, on trouve dans
„ le récipient un (gas) ou résidence vinosul-
„ phureuse très éthérée: faites précipiter le
„ souphre, en ajoutant un alkali qu'il faut jet-
„ ter dedans petit à petit jusqu'à ce que toute
„ ébullition cesse, & la liqueur ne frappera
„ plus elle-même contre la main, mais elle l'at-
„ tirera violemment; alors l'alkali tombera au
„ fond de lui-même, & se précipitera dans
„ l'eau commune.

Ce procédé est très obscur; aussi M. Hellot, qui a beaucoup travaillé sur cette matiere, a suivi scrupuleusement ce procédé des Transactions sans aucun succès.

Les grandes propriétés que M. Frobenius attribue à sa Liqueur éthérée dans le Mémoire manuscrit dont nous avons parlé, & la réputation qu'elle a dans les differens pays où M. Frobenius en avoit envoyé, étoient des motifs suffisans pour nous engager à faire tous nos efforts pour en découvrir la composition, vu qu'on en a fait jusqu'à présent un mystere, & que je crois qu'il n'y a qu'un seul homme en Angleterre qui la sache bien précisément; aussi avons-nous été plusieurs qui avons fait chacun en notre particulier differentes tentatives à ce sujet: mais le succès étoit réservé à M. Grosse, qui, comme on le verra dans la suite de ce Mémoire, est le seul qui

 soit

ſoit enfin parvenu à avoir l'Ether dans toute ſa perfection.

L'odeur aromatique de cette liqueur, ſa grande inflammabilité, ſa légereté, ſa non-miſcibilité avec l'eau, & la définition énigmatique que M. Frobenius en donne, firent d'abord penſer à feu M. Geoffroy, & depuis j'ai cru comme lui, que l'Ether étoit une huile eſſentielle extrêmement atténuée par quelque fermentation, & convertie par-là en un eſprit ardent d'une nature très ſinguliere; M. Geoffroy avoit ſoupçonné que cette huile eſſentielle pouvoit être celle de Romarin. Suivant ces idées, nous avons ſéparément travaillé ſur les Huiles eſſentielles; j'ignore quel a été le travail de feu M. Geoffroy: mais en apportant les précautions néceſſaires pour prévenir l'inflammation des huiles, ſur-tout quand j'employois de l'eſprit de Nitre, j'ai mêlé différentes huiles eſſentielles avec differens acides, dans le deſſein d'atténuer les huiles par l'action des acides que j'employois, & j'ai enſuite tenté de retirer ces huiles, ou ſimplement par la diſtillation, en y ajoutant de l'eau, ou en les incorporant, tantôt avec le ſel de Tartre, & tantôt avec la Chaux, avant que de les diſtiller, tant pour conſommer une partie de l'huile groſſiere qui avoit été comme brulée par les acides, que pour abſorber les acides que j'avois employés, & avoir ainſi les huiles entierement dégagées de leur partie la plus groſſiere. Mais toutes ces expériences que j'ai ſuivies aſſez loin, & qui m'ont offert pluſieurs phénomenes ſinguliers, ne m'ont rien donné qui approchât de la Liqueur é-

thérée

thérée que je cherchois: ainsi il seroit inutile de m'y arrêter davantage. M. Grosse s'est proposé de chercher la composition de cette liqueur par d'autres voyes, car en réfléchissant sur les effets & les propriétés de cette liqueur rapportées dans le Manuscrit de M. Frobenius, & après avoir fait differentes expériences avec l'Ether qui lui avoit été envoyé d'Angleterre par M. Hanckwitz, il s'est enfin arrêté aux propriétés suivantes qui l'ont conduit insensiblement à la découverte de sa composition. Ces propriétés sont,

1°. D'être si volatile, & de s'évaporer si vîte, qu'il semble qu'elle ne mouille pas le doigt qu'on y a trempé. 2°. De s'enflammer très aisément, & de prendre feu, quoiqu'assez éloignée d'une lumiére. 3°. De ressembler par son odeur à l'eau de Rabel bien faite, longtems gardée, & devenue rouge; aussi M. Grosse avoit-il remarqué qu'en distillant de l'esprit de Vin sur une légere dissolution d'Alun, il en venoit une liqueur d'une odeur suave, douce, aromatique, approchante de celle de l'Ether. Ces observations le persuaderent qu'il falloit chercher cette liqueur dans le mêlange de l'esprit de Vin avec l'huile de Vitriol, & en 1731 il pria M. Geoffroy le cadet de communiquer cette idée de sa part à l'Académie.

Le même M. Geoffroy m'a fait voir depuis quelques jours une feuille manuscrite de la main de M. son Frere, par laquelle il paroît que feu M. Geoffroy avoit aussi tourné ses vues du côté de l'huile de Vitriol & de l'esprit de Vin: quoi qu'il en soit, cet avis de

M. Grosse renouvella l'impatience que j'avois de connoitre une liqueur qui me paroissoit si précieuse pour la Physique; je fis differens mêlanges d'huile de Vitriol & d'esprit de Vin, je les distillai tantôt seuls & tantôt sur des sels alkalis, ou sur de la Chaux, mais sans succès.

M. Hellot, dont nous avons déja parlé, a suivi encore plus loin ses expériences, ce qui lui a fourni plusieurs observations singulieres; il a même eu une liqueur fort approchante de l'Ether: mais il étoit réservé à M. Grosse d'avoir cette liqueur aussi parfaite que l'Ether de M. Frobenius, & même beaucoup meilleure que celle de plusieurs flacons qui ont été envoyés d'Angleterre; car M. Geoffroy le cadet m'a fait voir chez lui qu'il y en avoit qui se décomposoit avec l'eau, & qui s'y mêloit enfin entierement, au-lieu que celui de M. Grosse s'en sépare totalement, & même fort promptement. Mais sans m'écarter davantage, je vais commencer par rapporter les procédés de M. Grosse, tels qu'il me les a dictés lui-même; je rendrai compte ensuite du travail du Chimiste que j'ai cité; après quoi je ferai part à l'Académie de plusieurs expériences curieuses que nous avons faites M. Grosse & moi avec cette liqueur, ce qui nous mettra en état de former quelques conjectures sur la théorie de cette opération.

Mais avant que de parler du travail de M. Grosse, il est bon qu'on ne se prévienne pas à l'occasion de la simplicité de ses procédés; car on auroit peut-être de la peine à lui savoir gré des soins qu'il s'est donnés pour avoir

voir une liqueur qui paroît maintenant si aisée à obtenir. Le peu de succès de notre travail commun, & le grand nombre de tentatives que M. Grosse a faites inutilement en particulier, paroitroient suffire pour prouver combien cette découverte étoit difficile. Cependant ceux qui voudront suivre ses procédés que je vais décrire, seront encore bien mieux convaincus de cette difficulté, puisque l'exactitude dans les proportions, dans le choix des matieres & dans l'exécution sont de la derniere conséquence pour la réussite; je suis même persuadé que quoique M. Grosse le déclare ici avec toute la sincérité & l'exactitude possible, plusieurs bons Artistes le tenteront sans y réussir, faute d'en observer toutes les circonstances.

Voici donc differens procédés par lesquels M. Grosse est parvenu à faire l'Ether.

Comme j'étois presque certain (c'est lui-même qui parle) ainsi que je l'avois fait annoncer à l'Académie en 1731, qu'il falloit chercher l'Ether dans le mêlange de l'huile de Vitriol & de l'esprit de Vin, je commençai alors à faire differentes combinaisons de ces deux liqueurs, qu'il est inutile de rapporter: il suffit de dire que quand j'ai mêlé trois parties d'huile de Vitriol sur une d'esprit de Vin, c'est-à-dire, six onces de cet acide sur deux onces d'esprit de Vin, j'en ai retiré par une distillation bien conduite, plusieurs liqueurs qui ne ressemblent pas à l'Ether; mais en même tems il est monté une huile quelquefois rouge, quelquefois verte, & quelquefois assez blanche: c'est cette huile que plusieurs

ſieurs Auteurs, depuis Paracelſe, ont appellée *Huile de Vitriol douce*, & dont je me propoſe de parler dans une autre occaſion; ainſi je reviens à l'Ether.

Après pluſieurs tentatives qui rouloient toujours ſur les differentes proportions de l'huile de Vitriol & de l'eſprit de Vin, je n'en ai pas trouvé qui m'ait mieux réuſſi que celle qui ſuit.

Premiere maniere de faire l'Ether.

J'ai pris une partie d'huile de Vitriol bien rectifiée & très blanche, par exemple, une livre; & deux parties, ou deux livres d'eſprit de Vin auſſi très rectifié: je les ai mêlés petit à petit dans une cornue, verſant l'eſprit de Vin ſur l'huile de Vitriol pour ménager le vaiſſeau, qui ſans cela ſeroit en riſque de ſe caſſer, à cauſe de la grande chaleur qui s'excite dans ce mêlange quand les liqueurs ſont bien concentrées, comme elles le doivent être pour la réuſſite de l'opération; j'ai enſuite bouché la cornue, j'ai laiſſé ces liqueurs en digeſtion pendant deux jours ou environ: ordinairement ce mêlange prend peu à peu une couleur rouge, ce qui eſt un indice avantageux pour le ſuccès de l'opération. Après cette digeſtion, j'ai diſtillé le mêlange au feu de ſable; dans le commencement, il monte un peu d'eſprit de Vin très odorant; à cet eſprit de Vin ſuccede une liqueur en vapeurs blanches; puis, en continuant la diſtillation, il en vient une autre très ſulphureuſe & volatile qui frappe vivement l'odorat, & ſuffoque même

même la reſpiration; enfin il monte un flegme acidule, & dans la cornue il reſte une maſſe très noire pareille à la réſidence que feu M. Homberg a trouvée après la diſtillation & la réſolution du ſouphre par l'huile de Terebentine, & que Kunckel a auſſi eue après la diſtillation de l'huile de Vitriol mêlée avec l'eſprit de Vin.

J'étois bien perſuadé que l'Ether exiſtoit dans les liqueurs que j'avois diſtillées; leur odeur, & quelques autres circonſtances, ne me permettoient pas d'en douter. Je me propoſai donc de l'en retirer, & j'employai pour cela differens moyens. Quelquefois je me ſervois de la ſolution de ſel ammoniac, pour ſubſtituer l'acide du ſel marin, que l'on fait être très bon pour la rectification des huiles, à celui du Vitriol, auquel je préſentois un alkali volatil. Mais cette tentative n'eut pas tout le ſuccès que je m'en étois promis. Enfin entre les differens eſſais que j'ai tentés, la plupart inutilement, je me ſuis imaginé d'employer l'eau commune, comme un moyen des plus ſimples d'affoiblir l'acide ſulphureux, & l'eſprit de Vin, que je regardois comme les ſeuls obſtacles à la ſéparation de l'Ether, me fondant ſur une des propriétés de cette liqueur, qui eſt de ne ſe mêler jamais avec l'eau, mais de ſe mêler très vîte à l'eſprit de Vin: je verſai donc beaucoup d'eau ſur les liqueurs dont j'ai parlé, & preſque dans le moment je vis la ſéparation de la Liqueur éthérée, qui, par ſa grande légereté, ſe portoit vivement à la ſurface; ainſi une ſimple addition d'eau commune me réuſſit mieux que tout

ce

ce que j'avois tenté par beaucoup d'autres moyens.

Voilà donc l'Ether en partie ſéparé des autres liqueurs, auxquelles il étoit joint. Je dis en partie, car il n'étoit pas encore auſſi ſec & auſſi volatil qu'il le doit être; ce qui marque qu'il étoit encore un peu allié avec les ſubſtances dont nous venons de parler. Cela m'a engagé à verſer de nouveau de l'eau deſſus, pour en emporter une partie; mais ce qui me réuſſit beaucoup mieux, ce fut d'employer une ſolution de ſel de Tartre, qui, abſorbant le reſte de l'acide volatil ſulphureux, acheve d'en dégager l'Ether; & par ce moyen je l'ai eu fort ſec, & auſſi volatil que celui qui m'a été envoyé d'Angleterre.

Cependant, en réfléchiſſant ſur les differentes liqueurs qui m'étoient venues par la diſtillation, je me propoſai de les examiner plus particuliérement, pour connoitre celle qui contenoit l'Ether, ce qui devoit me donner encore plus de facilité pour en faire la ſéparation. Afin de ſuivre cette idée, & exécuter ce deſſein, il falloit ſéparer chaque liqueur à meſure qu'elle paſſoit par la diſtillation; pour cela je m'aviſai de piquer avec une épingle, la veſſie qui lutte le récipient au bec de la cornue, afin de *diſcerner par l'odorat*, les differentes liqueurs, à meſure qu'elles ſe ſuccéderoient.

La premiere, comme je l'ai dit, ne ſentoit preſque que l'eſprit de Vin, & c'en eſt un très rectifié, qui cependant a quelque choſe qui approche de l'eau de Rabel.

La ſeconde paſſe en vapeurs blanches, & ſont

fent beaucoup l'Ether; ce qui me fit juger qu'elle étoit la feule qui le contenoit, & que les autres ne fervoient qu'à l'abforber.

La troifieme avoit une odeur de fouphre des plus pénétrantes, & en ayant une fois refpiré un peu trop, je penfai être fuffoqué.

Ces differentes obfervations m'ont conduit à faire l'Ether de la maniere fuivante.

Seconde maniere de faire l'Ether.

Obfervant les mêmes proportions que j'ai rapportées ci-deffus, je diftillai jufqu'à ce que j'apperçus à la voûte de la cornue les vapeurs blanches dont j'ai parlé; alors je ceffai le feu, car il refte affez de chaleur pour faire paffer le refte de cette liqueur qui feule contient l'Ether, qui eft, comme l'on fait, très volatil, & la liqueur fulphureufe refte en bonne partie dans la cornue; ainfi l'on a par ce moyen la liqueur qui contient l'Ether, feulement un peu mêlé d'efprit de Vin qui paffe d'abord, & quelquefois d'un peu d'efprit fulphureux qui vient enfuite malgré la ceffation du feu. En ce cas, pour avoir l'Ether feul, il faut employer l'eau commune pour le féparer, comme nous l'avons dit dans le premier procédé; mais fi l'on ne trouve pas encore cet Ether affez fec, on peut le rectifier par une lente diftillation, & alors l'Ether monte avant l'efprit de Vin, qui cependant paffoit toujours le premier dans les premieres opérations: (circonftances fingulieres, dont nous effayerons de rendre raifon dans la fuite).

Ces méthodes de faire l'Ether font très promp-

promptes, mais elles ne réussissent pas toujours: elles m'ont quelquefois manqué, sans que j'en aye pu attribuer la cause qu'aux qualités differentes de l'acide vitriolique, ou encore plus à celles des esprits de Vin que j'ai employés, quoique très rectifiés, & très bons pour d'autres usages. C'est ce qui m'engage à rapporter ici un troisieme procédé qui m'a toujours réussi.

Troisieme maniere de faire l'Ether.

Par ce procédé on peut avoir l'Ether très sec, sans employer pour le rectifier, aucun mêlange d'eau ni de sels alkalis. Pour cela, quand on a cessé bien à propos la distillation, c'est-à-dire, lorsque les vapeurs blanches commencent à paroitre, il faut mettre dans une cornue ce qui est passé dans le récipient, & distiller très lentement à un feu de lampe: l'Ether, qui est ici dégagé de la liqueur sulphureuse, passe le premier dans la distillation & avant l'esprit de Vin, de même qu'avant le peu de liqueur sulphureuse qui y est restée; & quand on a distillé la moitié de la liqueur, ou tout au plus les deux tiers, il faut cesser l'opération, sans quoi il se feroit un nouveau mêlange. Cette derniere méthode a cela d'avantageux que, comme je l'ai dit ci-devant, elle m'a toujours réussi, au-lieu que les deux autres m'ont quelquefois manqué.

Outre les trois manieres de faire l'Ether dont je viens de parler, je suis persuadé qu'on peut encore l'obtenir par d'autres moyens, peut-être même plus courts, & j'ai encore sur cela

cela des vues que je communiquerai à l'Académie, si elles réussissent.

Ce seroit ici le lieu de rapporter les expériences que j'ai faites avec mon Ether, pour prouver sa conformité avec celui de M. Frobenius; mais je réserve ce détail pour un autre Mémoire: je me contenterai de dire pour le présent, que jusqu'ici je n'ai pas reconnu dans cette liqueur des propriétés bien avérées pour la Médecine, quoiqu'un Etranger, qui est depuis quelques années à Paris, attribue de grandes vertus à un *Ether rouge*, dont quelques malades assurent même s'être bien trouvés.

Cette liqueur rouge ressemble beaucoup à l'Ether, tant par son odeur que par son inflammabilité, & sa non-miscibilité avec beaucoup de liquéurs: j'en ai retiré l'Ether par la distillation, & il m'est resté une matiere rouge d'un goût & d'une odeur assez agréable. Mais j'ignore quel est ce mêlange, qui d'ailleurs me paroît très curieux, n'ayant encore pu parvenir à colorer mon Ether, quoique je l'aye tenté de differentes manieres.

Pour suivre le plan que je me suis proposé dans ce Mémoire, après avoir fait la lecture des differens procédés par lesquels M. Grosse est parvenu à avoir l'Ether, je vais rendre un compte abrégé de ce qu'a fait à ce sujet M. Hellot, qui a travaillé à cette recherche de concert avec nous. Voici l'extrait d'une Lettre qu'il m'a écrite à ce sujet.

„ J'ai fait differens mêlanges d'un esprit
„ de Vin très rectifié, & d'huile de Vitriol
„ blanche très concentrée. Tous mes essais
„ ont

,, ont été du poids de 3 onces d'huile de Vi-
,, triol, mais le poids de l'esprit de Vin a é-
,, té tantôt de 9, de 12, de 15 onces, quel-
,, quefois de 6 onces, une seule fois de 3
,, onces, c'est-à-dire, de poids égal; & en-
,, fin je l'ai fait selon le Mémoire de M. God-
,, frey, de Londres, à mesure égale d'esprit
,, de Vin & d'huile de Vitriol. J'ai observé
,, qu'en versant l'huile de Vitriol sur l'esprit
,, de Vin, il s'éleve des vapeurs, par la cha-
,, leur du mêlange, & que ces vapeurs con-
,, densées donnent un esprit de Vin véritable
,, très subtil, que j'ai reversé toujours au bout
,, de deux jours de digestion à froid, dans l'a-
,, lembic de verre tubulé & bouché d'un
,, bouchon de crystal, dont je me suis ser-
,, vi pour tous mes essais, parce qu'on voit
,, mieux ce qui se passe dans le chapiteau,
,, qu'on ne le voit dans la voûte d'une cor-
,, nue. J'observerai aussi que pendant la diges-
,, tion de tous ces mêlanges, il se dépose
,, une poudre blanche; & c'est apparemment
,, de cette poudre dont Kunckel a parlé dans
,, son *Laboratorium Chymicum*, & par le mo-
,, yen de laquelle il a dit qu'il pouvoit faire
,, voir que l'huile de Vitriol contenoit du
,, Mercure coulant, en l'amalgamant avec de
,, la chaux d'Or, ce qui ne m'a jamais réussi;
,, car j'ai filtré un de mes mêlanges après le
,, dépôt formé de cette poudre blanche, &
,, l'ayant lavé, je l'ai triturée dans un mortier
,, de verre échauffé avec une portion de
,, Chaux d'or des Affineurs; mais je n'ai pu
,, parvenir à faire cet amalgame. Aussi cette
,, poudre me paroît n'être qu'une simple ter-

,, re;

„ re ; car en ayant mis depuis sur un char-
„ bon allumé que j'ai soufflé avec un chalu-
„ meau, elle s'y est calcinée sans aucune vapeur,
„ & est restée fixe comme une pure terre.

„ J'ai distillé tous mes mêlanges à feu de
„ lampe, me servant des lampes que vous me
„ connoissez, & par le moyen desquelles je
„ suis le maitre de la chaleur pendant 12 ou
„ 15 heures. Les mêlanges où il y avoit trois,
„ quatre ou cinq parties d'esprit de Vin con-
„ tre une d'huile de Vitriol, ont toujours don-
„ né des stries perpendiculaires dans le chapi-
„ teau. Ceux dont le poids des deux liqueurs
„ approchoit davantage de l'égalité, don-
„ noient moins de ces stries; & lorsque le ré-
„ cipient étoit exactement uni au bec du cha-
„ piteau par le moyen de la membrane inté-
„ rieure détachée du gros lobe des vessies de
„ carpe, je n'y appercevois aucune strie, pas
„ même la moindre marque d'humidité, par-
„ ce que l'air extérieur n'avoit aucune com-
„ munication avec les vapeurs subtiles qui
„ s'élevoient. A l'occasion de cette netteté
„ du chapiteau (que je regarde comme la
„ marque certaine que l'Ether monte actuel-
„ lement) je crois que M. Grosse, à qui la
„ découverte de la composition de l'Ether
„ est dûe, ne trouvera pas mauvais que je
„ vous fasse observer que sans la piqûre
„ d'épingle qu'il fait à ses vessies, je crois
„ qu'il n'auroit pas vu les vapeurs ou tour-
„ billons blancs dont il parle. Car depuis
„ que de son consentement vous m'avez
„ communiqué son procédé, j'ai fait une
„ rectification d'Ether avec les précautions
„ qu'il

„ qu'il prefcrit. Je me fuis fervi d'une cornue „ de cryftal de Londres, dont le col a été ufé „ avec l'embouchure de fon récipient par le „ moyen de l'Emeril, de forte qu'elle ferme „ très exactement. A un feu de lampe ex- „ trêmement doux, j'ai vu diftiller l'Ether „ affez vîte, mais fans vapeurs blanches; j'ai „ defferré le récipient, en le tournant un peu „ fur le col de la cornue, en forte que l'air „ extérieur pût s'y introduire; auffi-tôt les „ vapeurs blanches ont paru: j'ai refferré le „ récipient, ces vapeurs ont difparu. Enfin „ j'ai répété cela cinq fois de demi-heure en „ demi-heure, & j'ai toujours fait paroitre „ & difparoitre alternativement les vapeurs „ en queftion. J'offre à M. Groffe de lui „ prêter ce vaiffeau pour vérifier mes expé- „ riences. Si elles lui réuffiffent, comme je „ n'en doute pas, vous faurez bien rendre „ raifon de ce phénomene qui me paroît affez „ fingulier. Je crois que j'aurois eu l'Ether „ dès le mois de Novembre 1731, fi j'avois „ eu les yeux de M. Groffe pour l'apperce- „ voir. J'avois diftillé une affez bonne quan- „ tité de cette premiere liqueur qui contient „ l'Ether; & croyant que je pouvois la rec- „ tifier fans feu, je la verfai fur des cendres „ gravelées bien feches, que j'avois mifes „ dans une bouteille cylindrique de verre „ blanc; je l'y laiffai pendant huit jours en „ digeftion, la liqueur fpiritueufe y prit une „ belle couleur de jonquille, & il fe fit une fé- „ paration du phlegme: je furvuidai la liqueur „ jaune dans une autre phiole, & je verfai „ deffus une demi-once d'huile de Vitriol;

„ il

„ il se fit une fermentation très vive, une „ partie de la liqueur se coagula en une ma- „ tiere saline formée en flocons qui se pré- „ cipiterent. La liqueur prit le goût acide „ d'une eau de Rabel, mais beaucoup plus „ aromatique. J'en mis dans une cuillere d'ar- „ gent; toute acide qu'elle étoit, elle y brûla „ sans laisser de résidu aqueux. Enfin je la „ distillai de nouveau, les gouttes se succé- „ derent presque sans intervalle entre elles. „ Ayant éteint le feu, quand les stries com- „ mencerent à se former, je trouvai dans le „ récipient une liqueur qui n'étoit plus acide, „ qui avoit la vraye odeur de l'Ether, com- „ me vous en avez jugé vous-même, mais „ qui n'étoit pas seche comme le véritable „ Ether; faute d'avoir imaginé le véritable „ tour de main, il étoit resté dans la cucur- „ bite une liqueur rouge extrêmement acide.

„ Quant aux flocons salins dont j'ai parlé „ ci-devant, les ayant dissous dans de l'eau „ chaude, je les laissai en repos pendant „ quatre heures, au bout desquelles j'apper- „ çus deux liqueurs très distinctes: celle qui „ surnageoit l'autre, étoit plus diaphane; „ ellle étoit encore acide, elle brûla comme „ la premiere sans résidu. J'ai laissé crystal- „ liser la liqueur d'au-dessus, & un mois a- „ près je trouvai des crystaux figurés com- „ me le Tartre vitriolé, sur lesquels je n'ai „ rien à dire de plus.

„ J'ai tenté la rectification de la même li- „ queur que je jugeois qui contenoit l'Ether, „ sur du colcothar; mais elle s'y décompo- „ se tellement, qu'on n'en retire qu'un vé- „ ritable esprit de vin.

„ Par le ſel de Glauber calciné, j'ai appro-
„ ché davantage de la véritable rectification.
„ Par les fleurs de Zinck, encore davan-
„ tage.
„ Enfin ne pouvant obtenir une liqueur
„ éthérée qui ne ſe mêlât point à l'eau, nous
„ crumes, comme vous ſavez, Monſieur,
„ qu'il falloit y introduire la liqueur huileuſe
„ qui vient de la même ſource, & qu'on
„ nomme l'*Oleum Vitrioli dulce Paracelſi*: ainſi
„ ayant raſſemblé de cette huile environ une
„ demi-once, & rectifié trois onces de li-
„ queur ſpiritueuſe par les fleurs de Zinck, je
„ mêlai les deux liqueurs enſemble, l'union
„ parfaite en fut faite dans l'inſtant; je ver-
„ ſai deſſus de l'eau commune, & je vis auſſi-
„ tôt une ſéparation de deux liqueurs: j'agi-
„ tai le mêlange, & les deux liqueurs ſe ſé-
„ parerent de nouveau. J'aurois juré que je
„ tenois l'Ether, & d'autres l'auroient cru
„ comme moi, d'autant plus que la liqueur
„ ſurnageante faiſoit ſur les diſſolutions mé-
„ talliques preſque les même effets que l'E-
„ ther. Au bout d'onze jours je fus détrom-
„ pé, & obligé d'avouer que je n'avois plus
„ l'Ether. En voici la raiſon: entre mes
„ deux liqueurs il y avoit une pellicule ar-
„ gentée extrêmement déliée: toute délica-
„ te qu'elle étoit d'abord, elle devenoit plus
„ fine de jour en jour, & le dixieme jour on
„ ne l'appercevoit plus, elle s'étoit dépoſée
„ au fond du flacon en forme d'un ſédiment
„ un peu feuilleté. La ſéparation des deux
„ liqueurs ſe voyoit encore en les regardant
„ avec attention, mais les ayant agitées,
„ elles ſe mêlerent ſi parfaitement, que je

„ n'ai

„ n'ai pu les séparer depuis. Il paroît par
„ cette expérience, que cette huile douce ne
„ doit pas entrer dans l'Ether. J'aurois quel-
„ ques observations à vous communiquer sur
„ l'extrême élasticité de cette huile, mais
„ comme cette propriété regarde la Physique
„ de l'Ether, & qu'il n'est question ici que
„ de sa composition, je me réserve à vous
„ en entretenir dans une autre occasion.

„ J'ai l'honneur d'être, Monsieur, &c.

SUR LES FIGURES DES CORPS CELESTES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. J'AI donné dans le Discours sur la Figure des Astres, quelques propositions générales sur les figures que doivent prendre des amas de matiere fluide qui circulent autour d'un axe. Je ne me proposois dans cet Ouvrage que de faire voir en général, qu'il pouvoit y avoir dans les Cieux, des Fixes ou des Planetes, fort applatis, & autour de quelques-unes, des Anneaux fort minces; je tentois par-là d'expliquer quelques phénomenes qui n'avoient point encore été expliqués d'une maniere satisfaisante.

II. Non seulement il doit y avoir dans les Cieux, des Fixes & des Planetes applaties; mais tous les Corps célestes généralement doivent être applatis, s'ils sont ou ont été fluides, s'ils sont formés d'une matiere homogene, si leurs parties pesent vers un centre, ou les

unes vers les autres, & si enfin ils ont un mouvement de révolution autour d'un axe.

III. Quant à la Planete que nous habitons, personne n'ignore qu'on dispute encore aujourd'hui, si la Terre est un Sphéroïde applati ou allongé. Si elle s'est trouvée dans les circonstances dont nous venons de parler, elle devroit être applatie; mais les mesures actuelles de differens arcs d'un Méridien, comparées aux differences de latitude, paroissent lui donner la figure d'un Sphéroïde allongé vers les poles. Je n'examine point ici cette maniere de déterminer la figure de la Terre par les mesures géographiques & astronomiques, qui est peut-être la plus sure, & qui l'est certainement, si la difference de la Terre à une Sphere est assez grande pour surpasser tout ce qui peut résulter des erreurs qu'on peut commettre dans les observations.

Je reviens à examiner les figures que les loix de la Statique & de l'Hydrostatique doivent donner aux Corps céleſtes, & j'entrerai sur cette matiere dans un plus grand détail que je n'ai fait dans le Discours sur la Figure des Astres.

IV. Pour qu'une Planete formée d'une matiere fluide & pesante, conserve une figure permanente, pour que toutes ses parties soient les unes par rapport aux autres dans un état de repos, il faut que toutes les colomnes du fluide se soutiennent les unes les autres, & soient en équilibre. Il faut aussi que la ligne selon laquelle chaque partie de la Planete pese, soit perpendiculaire au plan tangent de la Planete en ce point. Le premier de ces principes est clair de soi-même; le second se démontre aussi facilement; car si les

les Corps pesoient obliquement sur ce plan tangent, un Corps flotant sur le fluide de la Planete, ou une partie du fluide même, seroit entrainé dans le sens de la direction de sa pesanteur, & le fluide ne seroit plus dans l'état de repos où on le suppose.

Ces deux principes doivent déterminer la figure de la Planete, qui doit être telle que l'un & l'autre y soient observés en même tems: il faut donc qu'ils s'accordent l'un avec l'autre; sans cet accord, l'un changeroit continuellement la figure que l'autre donneroit à la Planete, & ses parties seroient dans un flux & reflux continuel.

V. M. Huygens, lorsqu'il détermina la figure de la Terre, se servit d'abord du second principe, de celui de la perpendicularité des directions des Corps à la surface; mais comme il eut besoin de la Méthode inverse des tangentes, peu connue dans ce tems-là, il prit, pour achever sa Solution, le premier principe, celui de l'équilibre des colomnes, dont M. Newton s'étoit déja servi. En effet, considérant la pesanteur comme la considere M. Huygens & plusieurs autres Philosophes, c'est-à-dire, comme uniforme & se faisant vers un centre; il est indifferent de se servir de l'un ou de l'autre principe, & l'on trouvera toujours la même figure pour la Planete.

VI. Enfin dans toutes les Hypotheses de pesanteur qui ont été proposées dans le Discours sur la Figure des Astres, les deux principes reviennent encore au même, & se trouvent d'accord dans les figures que nous avons déterminées, non seulement pour les Planetes

& les Etoiles, mais encore pour les Anneaux.

VII. Cet accord des deux principes ne ſubſiſteroit pas dans toutes les hypotheſes qu'on pourroit faire. M. Bouguer lut il y a quelque tems, dans nos Aſſemblées, un Mémoire dans lequel il recherchoit ce qui arriveroit ſi l'on faiſoit d'autres hypotheſes ſur la peſanteur. On peut faire une infinité de ces hypotheſes dans leſquelles les deux principes ſeroient en contradiction, la figure d'une Planete qu'on trouveroit par l'un, toujours détruite par l'autre, & où les parties de la Planete ſeroient dans un deſordre & dans un mouvement continuel.

VIII. Mais par-là même on voit que pour déterminer la figure d'une Planete, ſi l'on ſait que ſes parties ſont actuellement en repos, l'examen de l'accord des deux principes eſt inutile, l'un d'eux ſuffit, puiſque le repos des parties eſt un fait qui aſſure de l'autre, quelle que ſoit la maniere dont la peſanteur agit.

IX. Cependant comme la recherche des cas où les deux principes s'accordent, & de ceux où ils ne s'accordent pas, eſt curieuſe, je la ferai encore ici d'une maniere differente de celle de M. Bouguer.

Ce Mémoire contiendra quatre Parties.

Dans la premiere, j'examinerai ce qui arrive ſi l'on ſuppoſe que les parties du Sphéroïde peſent vers differens points de l'axe, & que leur peſanteur varie de colomne en colomne, & varie encore dans la même colomne ſuivant quelques loix données.

Dans la ſeconde, je m'attacherai en particulier aux hypotheſes de peſanteur vers un

centre

centre. On m'a ſouvent objecté contre l'applatiſſement des Planetes, que ſi la force centrifuge les avoit applaties, cette même force ayant auſſi applati le Soleil, qui a comme elles une révolution ſur ſon axe, nous devrions voir ſon Diſque ovale, car nous ſommes preſque dans le plan de l'Equateur de ſa révolution (ce plan ne faiſant avec l'Ecliptique qu'un angle d'environ 7 degrés); cependant le Diſque du Soleil nous paroît circulaire. Comme cette objection m'a été faite par des perſonnes que je reſpecte beaucoup, j'examinerai dans cette ſeconde Partie juſqu'où doit aller l'applatiſſement du Soleil, & s'il eſt aſſez grand pour pouvoir être ſenſible aux obſervateurs.

Dans la troiſieme Partie, j'examinerai les figures que peuvent avoir en général les Corps céleſtes; j'examinerai quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel, & l'on verra combien elles ſont conformes à ma théorie, & combien elles paroiſſent la confirmer.

Enfin pour ne rien omettre de ce que j'ai à dire ſur cette matiere, j'examinerai dans la quatrieme Partie, la figure de la Terre & des autres Aſtres, réſultante de la peſanteur univerſelle des parties de la matiere les unes vers les autres, & je tâcherai d'éclaircir ce que M. Newton a dit ſur cela, qui n'eſt ni un des moins beaux endroits de ſon Livre, ni un des plus faciles à entendre.

PREMIERE PARTIE,

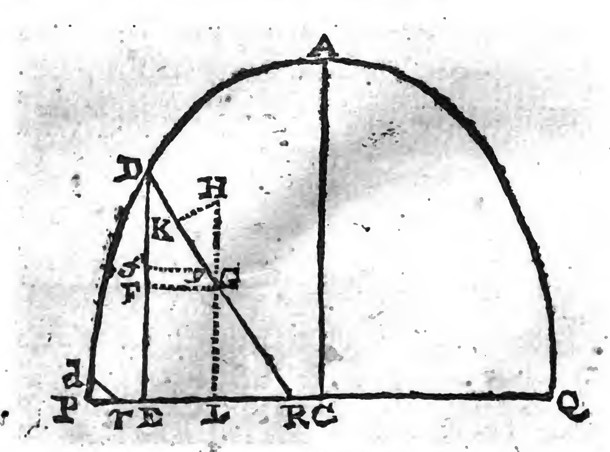
Dans laquelle on examine ce qui arrive, ſi l'on ſuppoſe que les parties d'un Sphéroïde formé d'une ma-

matiere fluide pesent vers differens points de l'Axe, & que leur pesanteur varie de colomne en colomne, & varie encore dans la même colomne suivant quelques loix données.

X. Soit le Sphéroïde formé par la révolution de la courbe *PAQ* autour de l'axe *PQ*.

La pesanteur vers *R* dans toute la colomne *DR* dépendante de la distance *PR* au pole, & cette dépendance donnée par une fonction de *PR*.

Et par rapport aux differentes parties d'une même colomne *DR*, soit la pesanteur appellée p, de sorte que la pesanteur en général soit représentée par $[PR]\,p$.



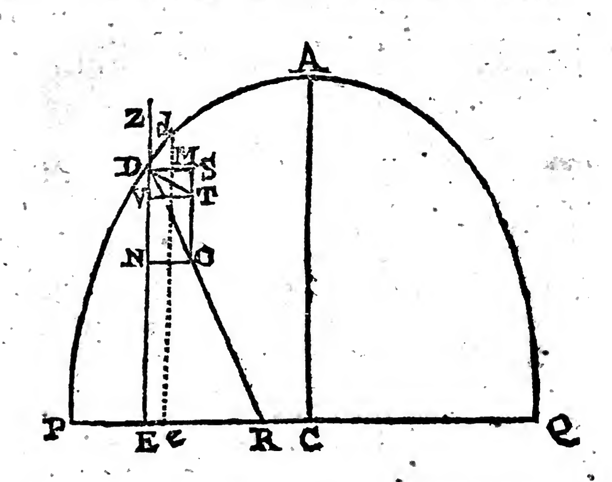
Soit le rapport du sinus de l'angle *DRP* au rayon :: $b:1$; soit la force centrifuge donnée en *A*, & $=f$, on aura la force centrifuge en *G*, en disant $f.f' :: CA.LG =$ (à cause de $LG.RG :: b.1$) bPG; d'où l'on tire la

la force centrifuge en G ou $f' = \frac{fh.RG}{CA}$. Mais cette force agiſſant ſuivant GH, ne diminue la force ſuivant GR que de ce qu'elle agit dans la direction oppoſée GD; pour trouver donc la force ſuivant GD, on a $GH . GK$, ou $1 . h :: \frac{fh.RG}{CA} . f'' = \frac{fhh.RG}{CA}$; c'eſt la force qui tire le petit cylindre Gg ou dRG ſuivant GD.

On aura donc pour le poids vers R de la colomne DR $[PR] \int p . dRG - \int \frac{fhh.RG.dRG}{CA}$ (la fonction $[PR]$ précédant le ſigne $\int$, parce qu'elle doit demeurer conſtante pendant l'intégration); & ſi l'on fait ce poids égal à celui de la colomne PR, on aura $[PR] \int p . dRG - \int \frac{fhh.RG.dRG}{CA} = \int p . dPR$, ou (faiſant $CA = a$, $PR = z$, $DR = r$, & obſervant que h doit demeurer conſtant pendant l'intégration) $[z] \int p\, dr - \frac{fhhrr}{2a} = \int p dz$. C'eſt l'Equation que donne le principe de l'équilibre des colomnes. Il ne faut plus que connoitre l'inclinaiſon des colomnes DR par rapport à leur diſtance du pole, ce qui doit être donné par la relation entre z & h, & connoitre encore la valeur de p par quelque Equation entre p & z, h, r, pour chaſſer z & p de cette Equation, & l'on aura la courbe qui eſt le Méridien du Sphéroïde donnée par une Equation entre r & h. *C. Q. F. T.*

XI. Cherchons maintenant le Sphéroïde par l'autre principe, par la perpendicularité de la ligne des Tendances à la ſurface.

Soient encore les mêmes lignes nommées



de la même maniere ; soit la pesanteur en D vers $R = [z]p$, & représentée par DO, & la force centrifuge en D, représentée par $DZ = \frac{fbr}{a}$.

Je décompose la force DO en deux autres DS & DN, dont l'une tire dans le sens de l'axe, & l'autre lui est perpendiculaire, & j'ai $DR \,.\, RE :: DO \,.\, DS$, ou $1 \,.\, \sqrt{1-bb} :: [z]p \,.\, DS = [z]p\sqrt{1-bb}$; j'ai de même $DN = [z]\,pb$.

Retranchant de la force DN la force centrifuge DZ qui lui est opposée, la force suivant DE se réduit à $DV = [z]\,pb - \frac{fbr}{a}$. Quant à la force DS, elle demeure dans son entier $= [z]\,p\sqrt{1-bb}$.

C'est

C'eſt donc maintenant comme ſi chaque particule du Sphéroïde étoit pouſſée par les deux forces DV & DS, & qu'elle tendît à tomber par la diagonale DT de ces forces.

Or puiſque cette tendance DT doit être perpendiculaire à la courbe PD au point D, les $\Delta\, DST$, DMd, doivent être ſemblables, & on doit avoir $DV . DS :: dM . MD$, ou

$[z]\, pb - \frac{fbr}{a} . [z]\, p\sqrt{1-bb} :: d(PE).d(DE)$, ou $:: d(z - r\sqrt{1-bb}) . d(br)$, ou $:: dz - dr\sqrt{1-bb} + \frac{brdb}{\sqrt{1-bb}} . bdr + rdb$, ou $:: dz\sqrt{1-bb} - dr + bbdr + brdb . (bdr + rdb) \times \sqrt{1-bb}$; & faiſant la multiplication, on a $[z]\, pbbdr + [z]\, pbrdb - \frac{fbbrdr}{a} - \frac{fbrrdb}{a} = [z]\, pdz\sqrt{1-bb} - [z]\, pdr + [z]\, pbbdr + [z]\, pbrdb$; ou $[z]\, pdr - [z]\, pdz\sqrt{1-bb} = \frac{fbbrdr}{a} + \frac{fbrrdb}{a}$. C'eſt l'Equation que donne le principe de la perpendicularité des Tendances.

XII. En comparant cette Equation avec celle que nous avons trouvée Art. précédent, on voit d'abord qu'elles ſont differentes; cependant pour bien juger de leur difference, il faut avoir égard à ce qu'elles ne ſont pas actuellement dans le même état. Cette derniere eſt une Equation differentielle, & l'autre eſt cenſée intégrée. Il faut donc dif-

ferentier la premiere $[z]\int p\,dr - \frac{fbbrr}{2a} = \int p\,dz$, & l'on a $d[z]\int p\,dr + [z]p\,dr - p\,dz = \frac{fbbrdr}{a} + \frac{fbrrdb}{a}$. Comparant alors les Equations qui viennent de l'un & de l'autre principe, on voit qu'elles ont plusieurs termes communs, & qu'afin que l'une & l'autre soient la même, il faut que $d[z]\int p\,dr - p\,dz = -[z]p\,dz\sqrt{1-hh}$. Cette derniere Equation prescrit toutes les relations qui doivent être entre z, r, h & p, pour que les deux principes s'accordent à donner la même forme aux Sphéroïdes.

XIII. Si l'on veut que les pesanteurs se fassent vers differens points de l'axe, & soient par-tout uniformes tant dans la même colomne que de colomne en colomne, $[z]$ & p deviennent des quantités constantes $d[z]=0$, & l'Equation qui exprime les relations entre z, r, h & p, devient $adz = bdz\sqrt{1-hh}$, d'où l'on tire $h = \frac{1}{b}\sqrt{bb-aa}$; c'est-à-dire, l'angle DRP constant, ce qui exclud le Sphéroïde, & fait voir que la pesanteur étant uniforme dans la même colomne, & de colomne en colomne vers differens points de l'axe, les deux principes ne sauroient s'accorder.

XIV. Si l'on veut que toutes les parties du Sphéroïde pesent vers le même point; on a z constant, $dz=0$, & $d[z]=0$; & l'Equation qui exprime la relation entre z, r, h & p, a tous ses termes détruits; d'où l'on voit qu'alors les deux principes s'accordent à donner

ner la même forme aux Sphéroïdes, quelle que soit la loi selon laquelle la pesanteur varie dans chaque colomne.

XV. Si l'on veut que la pesanteur se fasse vers differens points de l'axe, & soit proportionnelle à une puissance m de la distance à ces points; & qu'on cherche comment elle doit varier de colomne en colomne pour que les deux principes s'accordent; soit conçue une colomne * dr infiniment proche de l'axe, il n'y aura que les parties de l'axe comprises entre P & r qui auront de la pesanteur; cette pesanteur sera mesurée par la puissance m de leur distance au point r, & elle ne s'exercera point sur le reste de la colomne rC, comme la pesanteur sur DR ne s'exerce point sur son prolongement par-delà R; ainsi le terme pdz qui exprimoit le poids de chaque partie de la colomne qui répond à l'axe, sera nul dans l'Equation qui exprime les relations néceſſaires pour l'accord des deux principes, & cette Equation sera $d[z]\int pdr = -[z]pdz\sqrt{1-hh}$, ou (mettant pour p sa valeur r^m) $\frac{1}{m+1}d[z]r^{m+1} = -[z]r^m dz\sqrt{1-hh}$; d'où l'on tire $r = \overline{m+1} \times \frac{-[z]dz\sqrt{1-hh}}{d[z]}$. Si maintenant on met cette valeur de r dans l'une ou l'autre des Equations trouvées pour le Sphéroïde, Art. 10 & 11, on aura une Equation qui ne contiendra que $[z]\,d[z]$, h, dh & dz. Si maintenant on

* *Figure de la page 81.*

on a la direction des Tendances des colomnes, c'est-à-dire, la relation entre h & z, on chassera dz de cette Equation, & on la réduira à une Equation entre $[z]$, $d[z]$, h & dh, qui déterminera la valeur de $[z]$, c'est-à-dire, la loi de la variation de la pesanteur de colomne en colomne.

Mais si l'on veut que la pesanteur ne varie point de colomne en colomne, & qu'on cherche selon quelle puissance m de la distance des parties aux points centraux, la pesanteur doit varier dans chaque colomne; on a $[z]$ constant, $d[z]=0$, & l'Equation $d[z]\int pdr = -[z]pdz\sqrt{1-hh}$, ou $d[z] = -\overline{m+1}\,[z]\frac{dz\sqrt{1-hh}}{r} = 0$ donne $m=-1$; d'où l'on voit qu'alors pour que les deux principes s'accordent, il faut que la pesanteur dans chaque colomne soit en raison simple inverse de la distance à son point central.

XVI. On pourroit parcourir une infinité d'autres hypotheses, qui deviennent si faciles à examiner par la méthode que j'ai suivie, que j'aime mieux passer à d'autres choses. Je ferai seulement une remarque sur l'hypothese que nous avons suivie d'une pesanteur tendante à differens points de l'axe, variant de colomne en colomne, par rapport aux distances PR d'un point donné aux points centraux, & variant encore dans la même colomne, par rapport aux distances GR des parties de chaque colomne à son point central. Nous avons supposé tout le poids de la colomne qui répond à l'axe, réuni en P, de sorte que les parties comprises dans le reste

de

de l'axe depuis *r* ne pesent plus; c'est ce qui a le plus d'analogie avec la supposition qu'on fait des pesanteurs des colomnes vers les points *R*, mesurées par les puissances des distances à ces points. Ce n'est cependant qu'une fiction géométrique, qui est hors de toute apparence d'avoir lieu dans la Nature.

SECONDE PARTIE,

Dans laquelle on examine differens Systêmes de pesanteur, & où l'on détermine les figures des Corps célestes qui résultent de ces Systêmes.

XVII. Après avoir examiné quelles sont les conditions nécessaires pour que les deux principes, celui de l'équilibre des colomnes, & celui de la perpendicularité des Tendances, s'accordent dans la formation d'un Sphéroïde, je vais dans cette seconde Partie, considérer la pesanteur selon les systêmes les plus généralement suivis. La plupart des Philosophes la considerent comme une force toujours dirigée vers un centre, soit qu'on la suppose uniforme, & par-tout la même à quelque distance que ce soit, comme a fait M. Huygens; soit qu'on la suppose variable, & suivant la proportion de quelque puissance de la distance au centre.

Les autres, avec M. Newton, la considerent comme une force répandue dans la matiere, dont nous avons donné les Loix dans un Mémoire qu'on trouve dans le Recueil de 1732.

XVIII. Au reste, M. Newton n'est point

l'Au-

l'Auteur de cette maniere de considérer la pesanteur ; mais il est le premier qui ait déduit l'Attraction des Phénomenes, & qui en ait calculé les effets.

Sans parler des opinions des anciens Philosophes sur l'Attraction, sans parler de Kepler, précurseur de M. Newton, qui a trouvé les deux Loix de la Nature qui devoient servir de fondement au systême du Monde, * deux hommes illustres du siecle passé paroissent ne s'être pas écartés de l'idée d'une Attraction tout-à-fait la même que celle de M. Newton. Voici comme ils parlent des differens systêmes sur la Pesanteur.

* *La commune opinion est que la pesanteur est une qualité qui réside dans le corps même qui tombe.*

D'autres sont d'avis que la descente des corps procede de l'Attraction d'un autre corps qui attire celui qui descend, comme la Terre.

Il y a une troisieme opinion qui n'est pas hors de vraisemblance ; Que c'est une Attraction mutuelle entre les corps causée par un desir naturel que les corps ont de s'unir ensemble, comme il est évident au Fer & à l'Aimant, lesquels sont tels que si l'Aimant est arrêté, le Fer ne l'étant pas, l'ira trouver ; & si le Fer est arrêté, l'Aimant ira vers lui ; & si tous deux sont libres, ils s'approcheront réciproquement l'un de l'autre, en sorte toutefois que le plus fort des deux fera le moins de chemin, &c.

Ceux que le mot d'*Attraction* blesse, & qui re-

* Fermat, Var. oper. Mathem. pag. 124.
Lettre de MM. de Pascal, & de Roberval, à M. de Fermat.

reprochent à M. Newton d'avoir ramené les qualités occultes, & d'avoir replongé la Philosophie dans les ténèbres, verront que le terme dont on se sert ici, de *desir naturel*, par lequel cependant on n'entend que *Tendance*, est plus fort & plus dur que tout ce que M. Newton a jamais dit sur cette matiere.

On ne s'en tient pas là dans l'endroit que nous venons de citer, on y examine la maniere dont les corps doivent tomber dans l'intérieur d'une Sphere en vertu de cette pesanteur; on fait voir qu'ils seroient tirés par des forces d'autant moindres qu'ils approcheroient plus du centre, parce que les parties de la Sphere supérieures au corps, l'attirent dans le sens opposé, & détruisent une partie de l'Attraction des autres; & c'est précisément ce qui résulte de la théorie de M. Newton. Cependant lorsqu'on traitoit cette opinien sur la pesanteur de vraisemblable, on ne savoit point encore combien elle se trouvoit conforme à tous les autres phénomenes de la Nature.

On dira peut-être que lorsqu'on parloit ainsi, les Systêmes de MM. Descartes & Huygens, sur la pesanteur, n'avoient pas paru; mais lorsqu'on rejette l'Attraction, ce n'est pas parce qu'on a sans elle des explications satisfaisantes des phénomenes, c'est qu'on trouve absurde d'attribuer cette force à la matiere. J'ai dit sur cela ce que je pensois, dans le Discours sur la Figure des Astres.

XIX. De tout tems les Philosophes ont cherché la cause de la pesanteur; si nous la connoissions, nous saurions si les corps terrestres

reſtres tendent vers un point unique, ou vers plusieurs points differens ; ou ſi la peſanteur n'eſt produite que par une Tendance des parties de la matiere les unes vers les autres. Je crois qu'après tant de ſiecles écoulés, & après les efforts de tant de grands hommes, ſi l'on ne doit pas deſeſpérer de trouver la cauſe de la peſanteur, il eſt toujours plus raiſonnable de s'appliquer à en connoitre les effets ; car connoiſſant bien quels ſont ſes effets dans une occaſion, on peut déterminer quels effets elle aura dans une autre ; on peut même, par le moyen des expériences, découvrir ſelon quelles loix elle agit, & c'eſt-là, ce me ſemble, tout ce qu'il y a à deſirer en Phyſique ; c'eſt du moins, à ce que je crois, tout ce qu'il y a à eſpérer.

XX. De ce que la Terre eſt à-peu-près ſphérique, & que par-tout les corps tombent par des lignes perpendiculaires à ſa ſurface, on voit que la force qui les fait tomber, la force que nous appellons *peſanteur*, eſt partout dirigée vers le centre, ou à-peu-près vers le centre.

Par la maniere dont tombent les corps vers la Terre, par le tems qu'ils employent, les eſpaces qu'ils parcourent, & les accélérations qu'ils éprouvent, on voit que la force qui les ſollicite à tomber, eſt toujours la même pendant tout le tems de leur chute (du moins à toutes les diſtances où il nous eſt permis de faire des expériences).

Et ſi l'on ſuppoſe qu'à quelque diſtance que ce ſoit du centre de la Terre, les choſes ſe paſſent de la même maniere que là où nous ſom-

ſommes en état de faire des expériences, on pourroit conclurre que la peſanteur des corps vers la Terre ſeroit par tout uniforme; & ſi elle étoit uniforme vers la Terre, on pourroit croire qu'elle le ſeroit auſſi vers les autres Planetes, ou vers les autres amas de matiere qui circulent autour d'un axe comme notre Terre.

Cette hypotheſe d'une peſanteur uniforme eſt celle qu'a ſuivie M. Huygens, & celle qu'on conclud par ce qui arrive aux petites diſtances où nous pouvons faire nos expériences.

XXI. Mais on peut pouſſer la vue plus loin, & chercher ce que paroît être la peſanteur, par ce qui arrive à des diſtances plus grandes.

Le mouvement de la Lune autour de la Terre, comparé à la chute des corps vers la Terre, nous fait voir que ſi la Lune eſt retenue dans ſon orbite par la même force de la peſanteur qui fait tomber les corps, cette force depuis la Terre juſqu'à la Lune décroît dans le même rapport que le quarré de la diſtance à la Terre augmente, c'eſt-à-dire, que la peſanteur vers la Terre eſt en raiſon inverſe du quarré de la diſtance.

Nous ne pouvons point expérimenter comment les corps tomberoient vers la ſurface des autres Planetes, mais nous pouvons déterminer la loi de leur peſanteur par le mouvement des Satellites de celles qui en ont; & ces mouvemens comparés entre eux, nous font voir une même loi de peſanteur

vers leur Planete principale, que celle que nous avons trouvée vers la Terre.

Enfin les mouvemens de toutes les Planetes autour du Soleil donnent encore la même loi de pesanteur vers le Soleil.

Si donc on ne regarde point la pesanteur comme produite par la Tendance mutuelle des parties de la matiere, & qu'on la regarde comme se faisant vers les centres autour desquels elle s'exerce indépendamment de la matiere des corps centraux, & suivant au dedans de ces corps la même loi qu'on lui voit observer au dehors, on pourroit conclurre qu'elle se fait par-tout en raison inverse du quarré de la distance au centre.

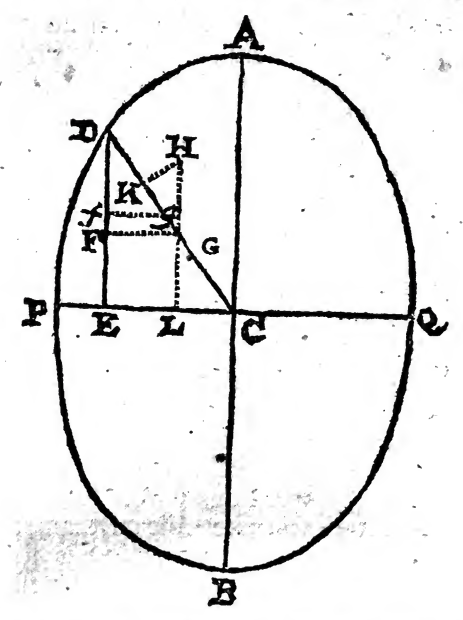
XXII. Ces deux hypotheses doivent passer pour les plus vraisemblables, lorsqu'on n'admet point l'attraction mutuelle des parties de la matiere.

Si l'on prend la premiere, qu'on ne détermine point la pesanteur par ce qui arrive dans le mouvement des corps céléstes, qu'on n'en juge que par ce que nous voyons arriver dans la chute des corps vers la Terre, & qu'on la prenne pour uniforme, il n'est pas difficile de déteminer la figure des Planetes & des Soleils, ou plutôt il n'est pas difficile de justifier les figures qu'on voit qu'ils ont.

Quoiqu'ils doivent être tous applatis, cet applatissement dépend du rapport qui est entre la pesanteur & la force centrifuge de leurs parties; & ce rapport (même dans les Planetes dont on connoit le tems de la révolution sur l'axe, excepté la Terre) demeure à notre choix. Nous pouvons supposer la quan-

quantité de la pesanteur telle qu'il nous plaît, car on ne peut pas exiger qu'on la croye sur les autres Planetes, la même que sur notre Terre. Nous la pouvons supposer si grande par rapport à la force centrifuge, que les Planetes & le Soleil differeroient aussi peu qu'on voudroit de la Sphere. Nous sommes alors les maitres de déterminer ce rapport dans chaque Astre par la figure actuelle que nous voyons qu'il a. Si la difference des deux diametres perpendiculaires du disque du Soleil est insensible dans les observations, nous pouvons déterminer facilement quelle doit être la grandeur de la pesanteur par rapport à la force centrifuge des parties du Soleil dans son équateur, pour que cette difference soit insensible. Si Jupiter nous paroît sensiblement applati, & que son axe soit au diametre de son équateur, comme 14 à 15, nous sommes en état de déterminer quelle est la pesanteur dans cette Planete par rapport à sa force centrifuge, afin qu'elle ait une telle figure. Enfin il n'y a que pour la Terre que nous ne puissions pas disposer de ce rapport, car nous savons par des expériences certaines que la pesanteur y est environ 289 fois plus grande que la force centrifuge.

XXIII. Nous avons trouvé dans le Discours sur la Figure des Astres, p. 53, Que nommant le rayon de l'équateur $CA=a$, le rayon variable $CD=r$, le sinus de l'angle $DCP=b$ pour le rayon $=1$, la pesanteur en $A=p$, & la force centrifuge au même point $=f$, & supposant que la pesanteur vers le centre C étoit proportionnelle à une puissance n de la distance; nous avons trouvé, dis-je, pour l'équa-



quation qui exprime la nature du Méridien des Sphéroïdes $2pr^{n+1} - (n+1)fhha^{n-1}rr = (2p - nf - f)a^{n+1}$.

La même Equation ſe peut déduire auſſi facilement des Equations que nous avons trouvées dans la 1re. Partie de ce Mémoire, Art. 10. & 11. Ces Equations étoient $[z]\int pdr - \frac{fhhrr}{2a} = \int pdz$; & $[z]pdr - [z]pdz\sqrt{1-hh} = \frac{fhhrdr}{a} + \frac{fhrrdh}{a}$.

Dans ces Equations $[z]$ repréſente ici la quantité conſtante p; pdr repréſente $\frac{r^n dr}{a^n}$;

$\int pdz$

$\int p\,dz$ le poids constant de la colomne CP qui est $\frac{2p - nf - f}{2.(n+1)}a$; & $[z]p\,dz\sqrt{1-bb}$ est zero, à cause de z constant.

Si l'on substitue ces valeurs dans ces deux Equations, on aura (après avoir intégré la seconde) la même Equation $2p\,r^{n+1} - (n+1)fbb\,a^{n-1}rr = (2p - nf - f)a^{n+1}$.

De cette Equation, on tire aisément le rapport de l'axe au diametre de l'équateur; car faisant $b = 0$, le rayon r devient alors CP, & l'on a $2p\,r^{n+1} = (2p - nf - f)a^{n+1}$, ou $CA.CP :: (2p)^{\frac{1}{n+1}}.(2p - nf - f)^{\frac{1}{n+1}}$.

XXIV. Dans l'hypothese particuliere dont il s'agit ici d'une pesanteur uniforme, on a $CA.CP :: 2p.(2p - f)$. D'où l'on voit que si notre Sphéroïde représente le Soleil, on peut augmenter la pesanteur p par rapport à la force centrifuge jusqu'à ce que la difference entre CA & CP soit insensible, eu égard aux moyens dont les Astronomes se servent pour la mesurer.

S'il est question de Jupiter, & qu'on ait observé que son axe est au diametre de son équateur, comme 14 à 15, on a $15.14 :: 2p.2p - f$, ou $30p - 15f = 28p$, ou $2p = 15f$, & l'on concluroit que sur cette Planete la pesanteur seroit sept fois & demie plus grande que la force centrifuge.

Quant à la Terre, il ne dépend pas de nous de supposer le rapport de la pesanteur à la force centrifuge, tel que nous le voulons. On sait, par des expériences, que la pesanteur est 289 fois

fois plus grande que la force centrifuge, d'où il suit que $CA . CP :: 578 . 577$, comme M. Huygens l'a trouvé.

XXV. Si l'on prend maintenant l'autre hypothese sur la pesanteur, si on lui attribue le mouvement des Corps célestes, ou plutôt la détention de ces Corps dans leurs orbites, & qu'on juge de ce qu'elle est par ces effets; les phénomenes nous font voir qu'autour du Soleil, & autour de chaque Planete qui a des Satellites, elle est en raison inverse du quarré de la distance au centre de la révolution.

Ces mouvemens ne nous donnent pas seulement la loi que suit la pesanteur selon les diverses distances des centres, ils nous mettent en état de comparer les unes avec les autres, les pesanteurs vers differentes Planetes.

Nous connoissons ses distances & les tems des révolutions des Planetes; nous connoissons les arcs que chacune parcourt dans un tems donné; nous connoissons les fleches de ces arcs: Or si c'est la pesanteur qui retient les Planetes dans leurs orbites, ces fleches sont les quantités dont elle les fait tomber vers le centre; & dans de petits arcs décrits en même tems par differentes Planetes autour du Soleil, ou par des Satellites autour de leur Planete principale, les pesanteurs vers le Soleil, ou vers les Planetes principales, sont proportionnelles aux fleches des arcs décrits. On a donc par-là le rapport de la pesanteur que chaque Planete éprouve dans le lieu où elle est vers le centre autour duquel elle se meut; on a, par exemple, le rapport

de

de la pesanteur de Vénus ou de la Terre vers le centre du Soleil, à la pesanteur de la Lune, ou d'un Satellite de Jupiter, ou de Saturne vers le centre de sa révolution : Et comme on sait que les pesanteurs croissent comme les quarrés des distances diminuent, on a le rapport de la pesanteur que Vénus éprouve là où elle est, vers le centre du Soleil, à la pesanteur qu'elle éprouveroit sur la superficie; on a le rapport de la pesanteur qu'un Satellite éprouve là où il est, vers le centre de sa Planete, à la pesanteur qu'il éprouveroit sur la superficie.

XXVI. Tout ce que nous venons de dire de la pesanteur peut s'appliquer à la force centrifuge d'un corps placé sur l'équateur de quelque Astre qui a une révolution autour de son axe. Les forces centrifuges dans differens Astres sont proportionnelles aux fleches des petits arcs décrits dans le même tems par un point de leur équateur.

Or on sait par les Théorêmes de M. Huygens, que la force centripete ou centrifuge d'un corps qui décrit un cercle est en raison directe du rayon, & en raison inverse du quarré du tems périodique. Si l'on appelle donc la distance d'une Planete au centre du Soleil, ou d'un Satellite au centre de sa Planete $= D$, le tems de sa révolution périodique $= T$, le rayon de l'Astre autour duquel elle fait sa révolution $= R$, la pesanteur qu'elle éprouve vers le centre de la révolution dans le lieu où elle est, sera comme $\frac{D}{TT}$; & cette pesanteur augmentant en s'appro-

 chant

chant du centre de la révolution comme le quarré de la distance diminue, on a la pesanteur que la Planete éprouve dans le lieu où elle est, à la pesanteur qu'elle éprouveroit sur la superficie de l'Astre qui est au centre de sa révolution, comme RR à DD; d'où l'on a pour la pesanteur que la Planete ou tout autre corps éprouveroit sur la superficie de l'Astre central, P comme $\frac{D^3}{RRTT}$. Et l'on a par-là les differens poids de corps égaux, placés sur le Soleil, ou sur differentes Planetes.

XXVII. Maintenant la force centrifuge qu'un corps éprouve, placé dans l'équateur d'un Astre, étant en raison directe du rayon de l'Astre, & en raison inverse du quarré du tems périodique de la révolution de l'Astre autour de son axe: si l'on nomme le tems de la révolution autour de l'axe $= G$, on a F comme $\frac{R}{GG}$. D'où l'on tire ce Théorême général pour le rapport de la pesanteur dans chaque Astre à la force centrifuge sur l'équateur, $P:F::D^3GG:R^3TT$.

Si l'on prend pour la distance moyenne de Vénus au Soleil $D = 15906$ demi-diametres de la Terre; pour le tems de la révolution de Vénus autour de lui $T = 224^j\ 7^h$; pour le demi-diametre du Soleil $R = 100$ demi-diametres de la Terre, & pour le tems de la révolution du Soleil autour de son axe $G = 25\frac{1}{2}{}^j$, on trouvera $P:F$ ou $D^3GG:R^3TT::5016:1$, c'est-à-dire, la pesanteur sur la surface du Soleil

leil plus de 50000 fois plus grande que la force centrifuge ſur ſon équateur.

Si l'on prend pour la diſtance du 4me. Satellite à Jupiter, $D=23$ demi-diametres de Jupiter, telle que M. Caſſini l'a trouvée; pour le tems de la révolution de ce Satellite autour de lui $T=16^j\ 16\frac{8}{15}^h$; pour le demi-diametre de Jupiter. $R=1$; & pour le tems de la révolution de Jupiter autour de ſon axe $G=9^h\ 56'$, on trouvera $P:F::7,41:1$; c'eſt à-dire, la peſanteur ſeulement environ $7\frac{1}{2}$ fois plus grande que la force centrifuge ſur l'équateur de Jupiter.

Si l'on prend pour la moyenne diſtance de la Lune à la Terre $D=60$ demi-diametres de la Terre; pour le tems de la révolution de la Lune autour d'elle $T=27^j\ 7^h\ 43'$; pour le demi-diametre de la Terre $R=1$; & pour le tems de la révolution de la Terre autour de ſon axe $G=23^h\ 56'\ 4''$, on trouvera la peſanteur environ 288 fois plus grande que la force centrifuge ſur l'équateur.

Ce rapport ne differe preſque pas de celui que M. Huygens a trouvé de 289 : 1, & qu'il a déterminé par des principes differens, s'étant ſervi du tems de la chute des corps, ou, ce qui revient au même, de la longueur du pendule à ſecondes; ſur quoi cependant il eſt facile de commettre quelque erreur.

XXVIII. Pour déterminer maintenant la figure du Soleil, de Jupiter, & de la Terre, il faut reprendre notre Equation $2pr^{n+1} - (n+1)fbba^{n-1}rr = (2p-nf-f)a^{n+1}$, ou ſimplement la proportion du diametre de

 l'équa-

l'équateur à l'axe $CA:CP::(2p)^{\frac{1}{n+1}}:(2p - nf - f)^{\frac{1}{n+1}}$ qui dans l'hypothese présente de $n = -2$, est $CA:CP::2p+f:2p$, ou $CA-CP:CP::f:2p$, ou $CA-CP:CP::R^3TT:2D^3GG$.

Si donc on prend pour chaque Astre les rapports que nous venons de trouver de la pesanteur à la force centrifuge, on trouvera pour le Soleil $CA-CP:CP::1:104032$; d'où l'on voit que le diametre de l'équateur du Soleil ne doit pas surpasser l'axe de $\frac{1}{100000}$e. partie, difference bien éloignée d'être perceptible par aucune observation.

Pour Jupiter on a $CA-CP:CP::1:14, 96$, ce qui donne la difference du rayon de l'équateur de Jupiter à son demi-axe, si approchante de celle que M. Cassini le pere a observée* de 1 : 15, & qui a été confirmée par M. de la Hire, que cet accord doit paroitre singulier dans des choses qui dépendent d'un si grand nombre d'élémens; car l'axe de Jupiter étant presque perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, les grandeurs apparentes des deux diametres de son disque doivent être vues de la Terre dans le même rapport que son axe est au diametre de son équateur.

M. Newton considérant Jupiter comme formé d'une matiere uniforme, trouve que la difference du diametre de son équateur & de son axe devroit être à son axe comme $1:9\frac{1}{3}$; &

* *Hist. de l'Acad. Royale des Sciences an.* 1691.

& comme ce rapport s'éloigne assez de celui que M. Cassini a observé, & même de celui qui résulte des observations de M. Pound, dont les termes moyens feroient le diametre de l'équateur de Jupiter à son axe comme $13\frac{11}{48}:12\frac{11}{48}$, (ce qui approche bien plus de notre rapport que de celui de M. Newton) M. Newton a recours à une densité inégale dans Jupiter plus grande vers le plan de l'équateur que vers les poles; d'où s'ensuivroit une figure moins applatie que celle que lui avoit d'abord donné sa théorie, & plus approchante de la figure observée.

Enfin pour la Terre on a $CA - CP : CP :: 1 : 576$; d'où résulte que la Terre seroit moins applatie que ne la fait M. Newton, mais un peu plus que ne la fait M. Huygens.

XXX. Quant aux autres Planetes, Mercure, Vénus, Mars & Saturne, & toutes les Planetes secondaires, nous ne pouvons pas déterminer leur figure par cette théorie, n'ayant pas le rapport de la force centrifuge des parties sur leur équateur à la pesanteur.

Nous ne connoissons point le tems de la révolution de Mercure autour de son axe, & cette Planete n'ayant point de Satellites, nous ne connoissons point non plus la pesanteur des corps vers elle.

Nous avons bien le tems de la révolution de Vénus & de Mars autour de leur axe, ce qui, leurs diametres étant connus, nous donneroit le rapport de la force centrifuge sur ces Planetes à la force centrifuge sur la Terre; mais comme elles manquent aussi de Satellites, nous ne saurions avoir le rapport de

la pesanteur qu'y ont les corps, avec la pesanteur qu'ils ont sur la Terre.

C'est le contraire pour Saturne. Nous connoissons la pesanteur des corps sur cette Planete par le mouvement de ses Satellites; mais comme nous ne savons point le tems de sa révolution autour de son axe, nous ne saurions déterminer la force centrifuge sur son équateur.

Si nous avions par quelque observation le rapport du diametre de son équateur à son axe, nous pourrions déterminer la force centrifuge sur son équateur, & par-là on découvriroit le tems de sa révolution.

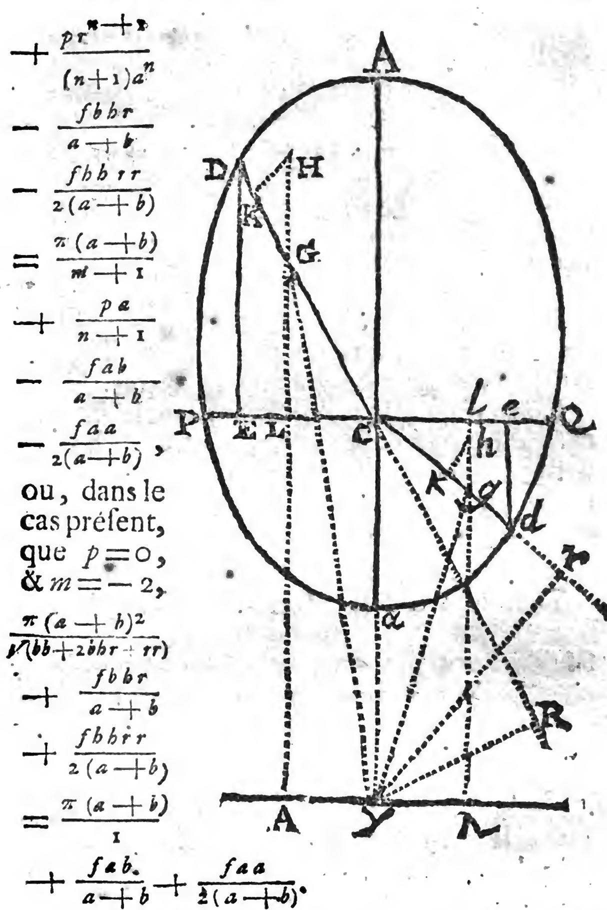
XXXI. Dans le Discours sur la figure des Astres, j'ai déterminé la figure que doivent prendre les Anneaux qui se peuvent former autour des Planetes, en vertu d'une pesanteur vers le centre, en raison de quelque puissance au centre, & d'une autre pesanteur encore des parties vers des centres pris dans l'Anneau. Supposant, comme dans ce Livre, que *ADPadQA* soit la section de l'Anneau faite par un plan perpendiculaire à la révolution qui passe par le centre γ. Nommant la pesanteur des parties en *A* vers le centre de la Planete, π, la pesanteur en *A* vers un autre point *C* pris dans l'Anneau p, la force centrifuge en *A*, f; *AC*, a; $C\gamma$, b; *CG*, r; le sinus de l'angle *DCP*, h, pour le rayon 1. Nous avons trouvé pour l'Equation de la courbe *ADPadQA*, $\frac{\pi(bb+2bbr+rr)^{\frac{m+1}{2}}}{m+1\,(a+b)^{m}}$

$+$

$$+\frac{pr^{n+1}}{(n+1)a^n} - \frac{fbbr}{a+b} - \frac{fbbrr}{2(a+b)} = \frac{\pi(a+b)}{m+1} + \frac{pa}{n+1} - \frac{fab}{a+b} - \frac{faa}{2(a+b)},$$

ou, dans le cas présent, que $p=0$, & $m=-2$,

$$\frac{\pi(a+b)^2}{\sqrt{(bb+2bbr+rr)}} + \frac{fbbr}{a+b} + \frac{fbbrr}{2(a+b)} = \frac{\pi(a+b)}{1} + \frac{fab}{a+b} + \frac{faa}{2(a+b)}.$$



Cette Equation détermine la figure des Anneaux en général dans notre hypothese. On a par observation la longueur Aa de la coupe de l'Anneau de Saturne, & la distance $a\gamma$ du bord le plus proche au centre. Si l'on avoit

avoit l'épaiſſeur de l'Anneau par quelque obſervation ſuffiſante, en cherchant dans la courbe *A D P a d Q A* ſa plus grande largeur, & la faiſant égale à l'épaiſſeur de l'Anneau, on détermineroit le rapport entre π & f, c'eſt-à-dire, entre la peſanteur & la force centrifuge, & l'on découvriroit par-là le tems de la révolution de l'Anneau autour de Saturne. Au reſte, l'épaiſſeur de l'Anneau n'eſt pas tout-à-fait inconnue. Hevelius la fait de 600 milles d'Allemagne; du moins peut-on ſe flater de la connoitre un jour plus exactement, en l'obſervant avec de grandes Lunettes.

Cette révolution de l'Anneau auſſi-bien que celle du corps de Saturne, ſont des choſes ſi éloignées de notre portée, qu'il ſemble qu'on ne les pourra découvrir que par des moyens auſſi extraordinaires que ceux-ci.

TROISIEME PARTIE,

Où l'on examine quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel, qui paroiſſent confirmer cette théorie; & où l'on tente d'expliquer quelques phénomenes.

XXXII. La loi de la peſanteur, ſuivant la proportion renverſée du quarré de la diſtance au centre, paroît généralement obſervée dans tout notre ſyſtême ſolaire; & ſi elle a lieu au dedans des corps céleſtes, comme nous croyons qu'elle l'a au dehors, & comme on peut le croire très raiſonnablement, lorſqu'on ne la regarde pas comme dépendante de l'Attraction des parties de la matiere, j'ai déterminé

miné les figures des Aſtres de notre ſyſtême ſolaire, dans leſquels nous avons pu connoître le rapport de la force centrifuge à la peſanteur.

Suivant cette loi, tous les Aſtres ſont applatis, quoique la Terre & ſur-tout le Soleil le ſoient très peu, le diametre de l'Equateur de la Terre ne ſurpaſſant ſon axe que d'environ $\frac{1}{576}$e. partie; & le diametre de l'Equateur du Soleil ne ſurpaſſant ſon axe que de $\frac{1}{104032}$e. partie. Cet applatiſſement peut diminuer à l'infini ſelon la petiteſſe de la force centrifuge, & les Aſtres toujours approcher de plus en plus de la figure ſphérique. Mais il ne peut pas augmenter ſans bornes; le rapport de $CA : CP :: 2p + f : 2p$ nous fait voir qu'il ſera le plus grand qu'il ſoit poſſible, lorſque le diametre de l'Equateur ſera à l'axe comme 3 à 2; car la force centrifuge ne ſauroit être plus grande que la peſanteur, autrement l'Aſtre ſeroit détruit.

Dans notre ſyſtème ſolaire, il y a donc un terme à la diverſité de figure des Aſtres, & nous obſervons que tous ceux qui nous ſont connus ſont encore fort éloignés d'approcher de ce terme.

XXXIII. Mais dans les autres ſyſtêmes, autour des Etoiles fixes, ou des autres Soleils, la même loi de peſanteur s'obſerve t-elle? nous n'avons rien qui puiſſe nous en aſſurer. Dès qu'on ne regarde pas la peſanteur comme dépendante d'une propriété univerſelle de la matiere, & que ſa cauſe nous eſt inconnue, nous ne ſavons plus quelle loi

elle peut obſerver dans d'autres régions de l'Univers.

Une infinité de ces loix donneroient aux Aſtres des figures beaucoup plus variées que celles que donne la peſanteur en raiſon inverſe du quarré de la diſtance; une infinité permettroit des Applatiſſemens ſans bornes.

XXXIV. Qu'il y ait des corps céleſtes d'une autre figure que ſphérique, cette idée auroit déplû aux anciens Philoſophes dans les tems où l'on manquoit de théorie & d'obſervations; la perfection de la figure ſphérique, & celle qui doit être dans l'Univers, étoient dans ces tems-là de trop fortes preuves pour qu'on eût oſé croire que tous les Aſtres ne fuſſent pas des Globes.

Mais dans ces derniers tems, non ſeulement on a découvert que quelques Planetes de notre ſyſtême ſolaire n'étoient pas des Globes parfaits; on a porté la vue juſque dans le Ciel des Etoiles fixes, & par le moyen des grandes Lunettes, on a trouvé dans ces régions éloignées des phénomenes qui ſemblent annoncer une auſſi grande variété dans ce genre, qu'on en voit dans tout le reſte de la Nature.

XXXV. J'avois expliqué dans le Diſcours ſur la figure des Aſtres, comment il ſe pouvoit former dans les Cieux, des Aſtres fort applatis. Des amas de matiere fluide qui ont un mouvement de révolution autour d'un centre, doivent, ſelon une infinité de loix de peſanteur, former de ces Aſtres applatis en forme de Meules, qu'on rangera dans la claſſe des Soleils ou des Planetes, ſelon que

la

la matiere qui les forme sera lumineuse par elle-même, ou opaque, & capable de réfléchir la lumiere; soit que la matiere de ces Meules soit par-tout de même nature, soit que pesant vers quelque Astre d'une nature differente, elle l'inonde de toutes parts, & forme autour un Sphéroïde applati qui renferme l'Astre.

Qu'il y ait dans les Cieux des Amas de matiere lumineuse, ou capables de réfléchir la lumiere, qui forment des Sphéroïdes fort applatis; outre qu'on en voit la possibilité en général, il semble que quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel nous apprennent qu'il y en a en effet de tels.

XXXVI. On trouve dans les Transactions Philosophiques de la Société Royale de Londres, N°. 428, un Mémoire curieux que M. Derham, Chanoine de Windsor, donna l'année passée: comme il contient des observations nouvelles & singulieres, & qui doivent être fort exactes par l'habileté de celui qui a observé, & par l'espece & l'excellence du Telescope dont il s'est servi, & qu'il est écrit en Anglois, je crois qu'on sera bien aise que je le rapporte ici; cela me dispensera de parler des observations à-peu-près semblables, dont la premiere fut faite par M. Huygens dans la constellation d'Orion, & de quelques autres faites par M. Halley, qui sont citées dans ce Mémoire.

XXXVII. „ Ayant, l'Automne dernier, „ fait quelques observations sures sur ces „ apparences célestes qu'on appelle *Etoiles* „ *nébuleuses*, avec mon Telescope catoptri-

„ que de 8 pieds, je crois à propos d'en „ rendre compte à cette illuſtre Société, „ afin d'exciter les autres à les obſerver da- „ vantage, parce que je les crois beaucoup „ plus dignes de la recherche des Curieux „ qu'on ne l'a imaginé juſqu'ici, & parce „ que je crains de ne pouvoir pourſuivre „ beaucoup plus loin mes obſervations, mon „ miroir commençant à perdre ſon excellen- „ ce & ſon grand effet, & commençant à ſe „ ternir.

„ Mais ſi quelqu'un veut bien voir ces Né- „ buleuſes, il faut abſolument qu'il ſe ſerve „ d'excellens verres, autrement il perdra ſa „ peine, comme je l'ai appris par mon expé- „ rience.

„ On a donné à ces apparences céleſtes le „ nom d'*Etoiles nébuleuſes*; mais elles ne ſont „ ni des Etoiles, ni des corps qui répandent „ la lumiere & qui la réfléchiſſent, comme „ ſont le Soleil, la Lune & les Etoiles; & „ elles ne ſont pas non plus des amas d'Etoi- „ les, comme la *Voye lactée*: mais ce ſont des „ Aires blanchâtres, ſemblables à des amas „ de vapeurs nébuleuſes, d'où elles tirent „ leur nom.

„ Il y en a pluſieurs diſperſées dans diver- „ ſes parties du Ciel. Leur catalogue (que „ j'ai tranſcrit du Prodrome d'Aſtronomie „ d'Hevelius) peut être utile à ceux qui ont „ deſſein de faire cette recherche.

Les

„ Les lieux des Nébuleuſes.

LIEUX DES NEBULEUSES.	Leur aſcenſion droite pour l'an 1660.	Leur déclinaiſon pour l'an 1660.
Dans la ceinture d'Andromede.	6d 4′ 45″	39d 27′ 57″ N.
Dans le front du Capricorne.	300 2 53	20 1 53 S.
Une autre précédant l'œil du Capricorne.	301 59 55	19 11 30 S.
Une autre qui le ſuit. . . .	302 35 9	19 36 0 S.
Une au-deſſus de celles-là, qui joint l'œil du Capricorne.	302 25 31	18 48 58 S.
Celle qui précede au-deſſus de la queue du Cygne, & la derniere de ſon pied.	304 54 8	47 54 20 N.
Une qui eſt après une Etoile au-deſſus de la queue du Cygne, hors de la Conſtellation.	312 10 5	53 5 20 N.
Au dehors du pied gauche d'Hercule.	264 52 46	48 9 10 N.
Dans la jambe gauche d'Hercule.	265 38 37	38 5 50 N.
Sur le ſommet de la tête d'Hercule.	252 24 3	13 18 37 N.
A l'oreille de Pegaſe. . . .	332 38 45	3 3 12 N.
Au bord occidental du bouclier de Sobieski.	272 32 34	14 23 35 S.
Sur le fleau de la Balance.	219 26 15	9 16 27 S.
Au-deſſus du dos de la grande Ourſe.	183 32 41	60 20 33 N.
Sur la troiſieme jointure de la queue du Scorpion. . .	12 43 00 ♐ long.	19 1 0 S. lat.
Entre la queue du Scorpion, & l'arc du Sagittaire. . .	24 32 00 ♐ long.	11 25 0 S. lat.

„ Outre celles-là, le Docteur Halley * a fait
„ mention d'une dans l'épée d'Orion; d'une
„ autre dans le Sagittaire; d'une troisieme
„ dans le Centaure (qu'on n'a jamais vue en
„ Angleterre); d'une quatrieme qui précede
„ le pied droit d'Antinoüs; d'une cinquieme
„ dans Hercule, & de celle de la ceinture
„ d'Andromede.

„ J'en ai observé cinq de ces six avec mon
„ excellent Telescope catoptrique de 8 pieds,
„ & elles m'ont toutes paru des phénomenes
„ fort semblables, excepté celle qui préce-
„ de le pied droit d'Antinoüs, qui n'est pas
„ une Nébuleuse, mais un amas d'Etoiles,
„ & quelque chose de semblable à ce qui est
„ dans la *Voye lactée*.

„ Entre les quatre autres, je ne trouve
„ point de difference essentielle, si ce n'est
„ que les unes sont plus rondes, les autres
„ d'une forme plus ovale, sans qu'il y ait de-
„ dans aucune Etoile fixe qui produise leur
„ lumiere: Seulement dans celle d'Orion il se
„ trouve quelques Etoiles qu'on ne voit qu'a-
„ vec le Telescope, mais qui ne sont point
„ capables de causer la lumiere de cette Né-
„ buleuse. Ces Etoiles cependant m'ont servi
„ à appercevoir d'abord que la distance de la
„ Nébuleuse étoit plus grande que celle des
„ Etoiles fixes, & à faire la même recher-
„ che sur les autres. J'ai pu visiblement &
„ pleinement discerner que chacune d'elles
„ est à une distance immense au-delà des E-
„ toiles fixes qui paroissent auprès, soit de
„ cel-

* *Phil. Transf. N°. 347.*

„ celles qu'on apperçoit à la ſimple vue, ſoit „ de celles qu'on ne voit qu'avec le Teleſco- „ pe. Elles paroiſſent même être auſſi loin „ par-delà les Etoiles fixes, qu'aucune de „ ces Etoiles eſt éloignée de la Terre.

„ Et maintenant, par ce que je viens de „ rapporter de bonnes & fréquentes obſer- „ vations des Nébuleuſes, je conclus certai- „ nement qu'elles ne ſont point des corps „ lumieux qui nous envoyent leur lumiere, „ comme le Soliel & la Lune; qu'elles ne „ ſont point auſſi la lumiere combinée de „ quelques amas d'Etoiles, comme la Voye „ Lactée; mais je les regarde comme *de vaſtes* „ *Aires*, ou *régions de lumiere*, *infailliblement* „ *par-delà les Etoiles fixes*, *& qui ne renferment* „ *point d'Etoiles*.

„ Je dis *des régions*, entendant par-là des „ eſpaces d'une étendue aſſez vaſte, pour „ nous paroitre de quelque grandeur, à une „ auſſi grande diſtance qu'ils ſont de nous.

„ Et puiſque ces eſpaces ſont vuides d'E- „ toiles, & que dans Orion les Etoiles ont „ une très petite proportion à ſa Nébuleuſe, „ & que viſiblement elles ne la peuvent cau- „ ſer, je laiſſe à la grande ſagacité & péné- „ tration de cette illuſtre Société, à juger ſi „ ces Nébuleuſes ſont des eſpaces particu- „ liers de lumiere, ou plutôt s'ils ne peu- „ yent pas fort probablement être des „ vuides ou des ouvertures à une région im- „ menſe de lumiere par-delà les Etoiles fi- „ xes; parce que je trouve que dans tous „ les tems il y a eu pluſieurs Savans dans „ cette opinion (je puis ajouter les Théo-

„ logiens

„ logiens aux Philoſophes) qui juſqu'ici ſe
„ ſont accordés à penſer qu'il y a une région
„ par de-là les étoiles fixes. Ceux qui ont
„ imaginé des Cryſtallins ou des Orbes ſoli-
„ des, ont cru qu'il y a un *Ciel empyrée* au-
„ delà d'eux, & le *premier mobile*: & ceux
„ qui n'admettoient point ces Orbes, mais
„ qui penſoient que les corps céleſtes flot-
„ toient dans l'Air, imaginoient que la ré-
„ gion des Etoiles n'étoit point l'extrémité
„ de l'Univers, mais qu'il y avoit une région
„ au-delà d'elle, qu'ils ont appellée la *troiſieme*
„ *Région* & le *troiſieme Ciel*.

„ Pour finir, il faut remarquer que dans les
„ Nébuleuſes d'Hevelius, quelques-unes ſem-
„ blent être plus grandes & plus remarqua-
„ bles que les autres: mais ſi elles le ſont
„ réellement ou non, je confeſſe que je n'ai
„ pas eu la commodité de l'obſerver, excep-
„ té celle de la ceinture d'Andromede qui eſt
„ auſſi conſiderable qu'aucune que j'aye vue.
„ Dans ſes Cartes, les conſtellations les plus
„ remarquables ſont les trois vers l'œil du
„ Capricorne, celle dans le pied d'Hercule,
„ celle dans le troiſieme nœud de la queue
„ du Scorpion, & celle entre la queue du
„ Scorpion & l'arc du Sagittaire. Mais ſi
„ quelqu'un deſire de bien voir ces Nébuleu-
„ ſes, ou quelques-unes des autres, il faut
„ abſolument qu'il faſſe uſage d'excellens
„ Verres, autrement il perdroit ſa peine,
„ comme je l'ai moi-même éprouvé, & com-
„ me je l'ai déja dit.

XXXVIII. Je ſuis fort éloigné de révoquer en doute les obſervations de M. Derham, je

les regarde comme les plus ſûres: mais mes idées ſont fort differentes des ſiennes ſur la nature des phénomenes qu'il a obſervés.

Toutes ſes obſervations font voir que ſi quelques Nébuleuſes ne ſont que des Amas d'Etoiles ſemblables à celles de la Voye lactée, dont la lumiere confondue cauſe ces apparences, les autres Nébuleuſes paroiſſent de grands eſpaces lumineux, dont les uns ſont ronds, les autres ovales. Des cinq Nébuleuſes que M. Derham a obſervées, quatre étoient des phénomenes de cette derniere eſpece.

XXXIX. J'ai expliqué comment il pouvoit y avoir dans les Cieux des Maſſes de matiere, ſoit lumineuſe, ſoit réfléchiſſant la lumiere, dont les formes fuſſent des Sphéroïdes de toute eſpece, les uns approchans de la ſphéricité, les autres fort applatis. De tels Aſtres doivent cauſer des apparences ſemblables à celles qu'a obſervées M. Derham. Ceux qui approchent de la ſphéricité ſeront vus comme des eſpaces circulaires, quelque angle que faſſe l'axe de leur révolution avec le plan de l'Ecliptique; les autres, dont la figure eſt applatie, doivent paroitre des eſpaces circulaires ou ovales, ſelon la maniere dont le plan de leur équateur ſe préſente à l'Ecliptique. Ils peuvent même nous préſenter des figures plus irrégulieres, ſi pluſieurs de ces Maſſes, diverſement inclinées & placées à differentes diſtances, ont quelques-unes de leurs parties dans une ligne droite qui paſſe par la Terre.

XL. Quant à la matiere dont ſont formées

ces

ces Masses, il n'est guere permis de prononcer si elle est aussi lumineuse que celle des Etoiles, & si elles ne brillent moins que parce qu'elles sont plus éloignées.

Si ces Masses sont formées d'une matiere aussi lumineuse que les Etoiles, il faut que leur grosseur soit énorme par rapport à celle des Etoiles, pour que, malgré leur éloignement beaucoup plus grand que celui des Etoiles, que fait voir la diminution de leur lumiere, on les voye au Télescope avec grandeur & figure.

Et si on les suppose d'une grosseur égale à celle des Etoiles fixes, il faut que la matiere qui les forme soit moins lumineuse que celle des Etoiles, & qu'elles soient infiniment plus proches de nous que les Etoiles, pour que nous les puissions voir au Telescope avec une grandeur sensible. On prétend cependant qu'elles n'ont aucune parallaxe, & c'est un fait qui mérite d'être observé avec soin.

XLI. Mais les Etoiles dont parle M. Derham, qu'on observe dans l'espace lumineux d'Orion, & qu'on observeroit peut-être dans plusieurs autres de ces espaces, ces Etoiles sont-elles au-delà ou en-deçà des corps dont nous parlons?

C'est ce que l'Optique nous apprend que nous ne saurions déterminer ; & quoique M. Derham prétende qu'il a pu discerner que ces espaces lumineux étoient à une distance immense par-delà ces Fixes, il est sûr que passé un certain éloignement, qui n'est pas considérable, il n'est pas possible de décider sur la distance de deux objets qui n'ont ni l'un
ni

ni l'autre de parallaxe, à moins qu'on n'en juge par les diminutions de lumiere ou de couleur. Mais lorsque les degrés de lumiere des deux corps sont inconnus, il n'y a plus aucun moyen de juger lequel de deux objets qu'on voit est le plus éloigné. Si la matiere des Masses est diaphane ou de la même nature que sont les Queues des Cometes, on pourra voir au travers des Etoiles, quoiqu'elles soient plus éloignées qu'elles.

Malgré toute la considération que j'ai pour M. Derham; & l'autorité des Philosophes & des Théologiens qu'il cite, je ne saurois m'empêcher de croire qu'il est plus vraisemblable que ces espaces lumineux qu'il a découverts sont les Disques de quelques corps célestes, tels que ceux dont j'ai parlé, que de penser que ce soit réellement des trous ou des fenêtres par où l'on voit l'Empyrée.

XLII. Nous avons vu dans la seconde Partie, que la difference entre l'axe de notre Soleil & le diametre de son équateur étoit si peu considérable, qu'elle étoit fort éloignée de pouvoir nous être sensible. Mais nous avons vu aussi dans la seconde Partie & dans celle-ci, que d'autres Soleils pourroient être fort applatis. Toutes ces figures s'accordent aussi bien avec les loix de la Statique, que celle d'un Sphéroïde plus approchant de la Sphere. Il n'y a que la sphéricité parfaite qui ne s'y accorde pas.

XLIII. On ne connoit jusqu'ici la figure des Etoiles fixes par aucune observation; nous ne les voyons que comme des points lumineux dont l'éloignement immense nous em-

empêche de difcerner les parties. On peut raifonnablement penfer que dans leur multitude il fe trouve des figures de toute efpece. Qu'il me foit permis de répéter ici une conjecture que j'ai donnée dans le Difcours fur la figure des Aftres, parce qu'elle appartient à cette théorie, qu'elle en eft une fuite néceffaire, que dans l'Ouvrage que je viens de citer, elle n'a peut-être pas été affez approfondie, & que je ne penfois pas alors qu'elle dût être fi-tôt utile.

XLIV. Cette conjecture fert à expliquer comment quelques Etoiles ont paru s'allumer dans les Cieux, y durer pendant quelque tems, puis ceffer d'être apperçues, & comment d'anciennes qu'on appercevoit ont ceffé de luire. Tout le monde fait la difparition d'une des Pléiades. On obferva du tems de Tycho une nouvelle Etoile qui vint paroître dans la Caffiopée, qui l'emportoit en lumiere fur toutes les Etoiles du Ciel, & qui après avoir duré plus d'un an, difparut. On en avoit vu une dans la même conftellation en 945 fous l'empire d'Othon. Il eft fait mention d'une qui parut encore vers la même région du Ciel en 1264; & ces trois pourroient affez vraifemblablement n'être que la même.

On obferve dans quelques conftellations, des Etoiles dont la lumiere paroît croître & diminuer alternativement; il s'en trouve une dans le col de la Baleine qui femble avoir des périodes réglées d'augmentation & de diminution, & qui depuis plufieurs années occupe les obfervateurs. Le Ciel & les tems font remplis de ces phénomenes.

XLV. Je

XLV. Je dis maintenant, que ſi parmi les Etoiles il s'en trouve d'une figure fort applatie, elles nous paroîtront comme feroient des Etoiles ſphériques dont le diametre feroit le même que celui de leur équateur, lorſqu'elles nous préſenteront leur face; mais ſi elles viennent à changer de ſituation par rapport à nous, ſi elles nous préſentent leur tranchant, nous verrons leur lumiere diminuer plus ou moins ſelon la differente maniere dont elles ſe préſenteront, & nous les verrons tout-à-fait s'éteindre, ſi leur applatiſſement & leur diſtance ſont aſſez conſidérables.

De même, des Etoiles que leur ſituation nous avoit empêché d'appercevoir, paroîtront, lorſqu'elles prendront une ſituation nouvelle; & ces alternatives ne dépendront que du changement de leur ſituation par rapport à nous.

XLVI. Il ne faut plus qu'expliquer comment il peut arriver du changement dans la ſituation de ces Etoiles applaties.

Tous les Philoſophes d'aujourd'hui regardent chaque Etoile fixe comme un Soleil à-peu-près ſemblable au nôtre, qui a vraiſemblablement ſes Planetes & ſes Cometes, c'eſt-à-dire, qui a autour de lui des corps qui circulent avec differentes excentricités. Quelqu'une de ces Planetes qui circulent autour d'un Soleil applati, peut avoir une telle excentricité, & ſe trouver ſi près de ſon Soleil dans ſon périhélie, qu'elle dérangera ſa ſituation, ſoit par la peſanteur que chaque Planete porte pour ainſi dire avec elle, ſelon le ſyſtême

de

de M. Newton, qui fait que dès qu'elle passe auprès de son Soleil, la pesanteur de son Soleil vers elle, & la pesanteur d'elle vers lui, ont un effet sensible; soit par la pression qu'une telle Planete causeroit alors au fluide qui se trouveroit resserré entre elle & son Soleil, selon le systême des Tourbillons.

XLVII. De quelque cause que vienne la pesanteur, on peut assurément supposer qu'il y autour de chaque Planete une force qui feroit tomber les corps vers elle, comme celle que nous éprouvons sur notre Terre. Une pareille force suffit pour changer la situation d'un Soleil, lorsqu'une Planete passe fort proche de lui, & cette situation changera selon la maniere dont le plan de l'orbite de la Planete coupera le plan de l'équateur de son Soleil.

XLVIII. Le passage des Planetes dans leur périhélie auprès des Soleils plats, doit non seulement leur faire présenter des faces differentes de celles qu'ils présentoient; il peut encore changer absolument la situation de leur centre, & les déplacer entierement. Mais on voit assez que quand le centre de ces Soleils seroit avancé ou reculé de la distance d'un ou de plusieurs de leurs diametres, ce changement ne pourroit pas nous être sensible dans des Etoiles dont le diametre ne nous l'est pas. Ainsi quand on auroit observé avec exactitude que le lieu de ces Etoiles sujettes au changement a toujours été le même dans le Ciel, il n'y auroit rien en cela qui fût contraire à notre théorie. On a prétendu cepen-

dant

dant avoir remarqué quelque changement de ſituation dans quelques-unes.

Les Etoiles dont les alternatives, d'augmentation & de diminution de lumiere, ſont plus fréquentes, comme l'Etoile du col de la Baleine, ſeront environnées de Planetes dont les révolutions ſeront plus courtes.

L'Etoile de Caſſiopée, & celles dont on n'a point obſervé d'alternatives, ne ſeront dérangées que par des Planetes dont les révolutions durent pluſieurs ſiecles.

Enfin dans des choſes auſſi inconnues que nous le ſont les Planetes qui circulent autour de ces Soleils, leurs nombres, leurs excentricités, les tems de leurs révolutions, les combinaiſons des effets de pluſieurs Planetes, on voit qu'il n'y aura que trop de quoi ſatisfaire à tous les phénomenes d'apparition & de diſparition, d'augmentation & de diminution de lumiere.

QUATRIEME PARTIE,

Où l'on eſſaye de déterminer les figures des Aſtres dans le ſyſtême d'une peſanteur dépendante de l'Attraction mutuelle des parties de la matiere les unes vers les autres; & où l'on explique ce qu'a dit M. Newton ſur la figure de la Terre.

XLIX. Après avoir déterminé dans les Sections précédentes les figures des Aſtres en général, & en particulier la figure de la Terre, de Jupiter & du Soleil; en conſidérant la peſanteur à la maniere de M. Huygens, c'eſt-

c'est-à-dire, comme uniforme & vers un centre; & après avoir déterminé les mêmes choses dans l'hypothese des autres Philosophes plus modernes qui la considerent comme se faisant vers un centre en raison inverse du quarré de la distance au centre, sans la faire dépendre de l'Attraction des parties de la matiere:

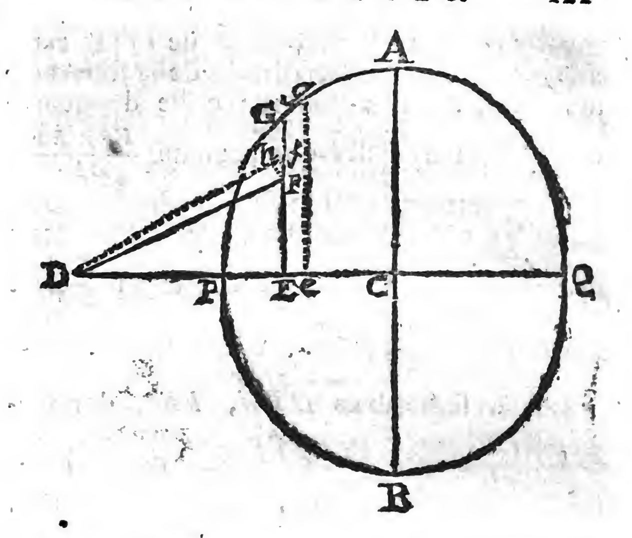
Afin de rendre cet Ouvrage plus complet, je vais, dans cette quatrieme Partie, examiner les figures que doivent avoir les Astres dans le systême de M. Newton, c'est-à-dire, si leurs figures dépendent de la Tendance mutuelle de leurs parties les unes vers les autres, & si la pesanteur que nous éprouvons n'est que l'effet de cette Tendance.

Je vais commencer par expliquer ce que M. Newton à donné sur la figure de la Terre. Il s'est contenté de trouver le rapport entre son Axe & le Diametre de son Equateur, sans déterminer sa figure entiere, qu'il a regardée comme si elle étoit formée par la révolution d'une Ellipse autour de son petit Axe; & la Terre en effet ne doit pas differer sensiblement de cette figure.

Dès qu'on regarde les parties de la matiere comme s'attirant les unes les autres, la figure d'un Sphéroïde dépend bien de l'Attraction de ses parties, mais cette Attraction dépend elle-même de la figure qu'a le Sphéroïde; & c'est ce qui rend difficile la détermination du rapport de l'Axe au Diametre de l'Equateur.

L. Soit l'Ellipsoïde $APBQ$ formé par la révolution de l'Ellipse autour de son petit axe PQ.

Soit



Soit un Atome ou un très petit corps placé en *D* sur l'axe prolongé, & qu'il faille trouver l'Attraction que l'Ellipsoïde applati exerce sur lui, en supposant que l'attraction répandue dans les parties de la matiere, se fasse en raison renversée du quarré de leur distance.

Ayant tiré d'un point *G* l'ordonnée *GE* & l'ordonnée infiniment proche *ge*, & conçu l'Ellipsoïde composé des tranches ou des petits cylindres que terminent ces deux ordonnées pendant la révolution de l'Ellipse autour de l'axe *PQ*, je cherche l'Attraction que chacun de ces cylindres exerce sur le corpuscule qui est en *D*.

Ayant tiré la ligne *DF* dans une situation quelconque, & la ligne *Df* infiniment proche, le corpuscule est attiré par le petit an-

neau formé par la révolution de Ff; & cette attraction eſt en raiſon directe de la ſuperficie attirante, & en raiſon renverſée du quarré de la diſtance, c'eſt-à-dire, comme $\frac{Ff \times EF}{DF^2}$.

Mais cette attraction ſe fait ſuivant DF, & on veut l'avoir ſuivant DC; il faut donc multiplier la quantité précédente par $\frac{DE}{DF}$, & l'on aura $\frac{Ff \times EF \times DE}{DF^3}$.

Les Δ ſemblables DEF, Fbf, donnent $Ff : fb :: DF : EF$, ou $Ff = \frac{DF \times fb}{EF}$; & ſubſtituant cette valeur de Ff dans l'attraction du petit anneau, on a $\frac{DE \times fb}{DF^2}$, ou (à cauſe que fb eſt la differentielle de DF) $\frac{DE \times d(DF)}{DF^2}$.

On aura l'attraction du plan circulaire formé par la révolution de l'ordonnée GE, en prenant l'attraction de la multitude des anneaux Ff, c'eſt-à-dire, en intégrant $\frac{DE \times d(DF)}{DF^2}$; en faiſant DE conſtante, ce ſera $1 - \frac{DG}{DF}$.

Faiſant donc $DP = e$, $PE = x$, $EG = y$, l'attraction du plan circulaire formé par la révolution de GE ſera $1 - \frac{\overline{(e+x)}^2}{\sqrt{(\overline{e+x}^2 + yy)}}$.

Si maintenant on appelle le demi-axe de l'Ellipſe PC, a, & l'autre demi-axe AC, b, l'Equa-

l'Equation de l'Ellipse sera $yy = \frac{bb}{aa}(2ax - xx)$; & mettant cette valeur de yy dans l'attraction du plan, on a $1 - \frac{(e+x)}{\sqrt{\overline{e+x}^2 + \frac{bb}{aa}(2ax - xx)}}$ pour l'attraction du plan dans l'Ellipsoïde.

Et multipliant la quantité précédente par Ee ou dx, on a $dx - \frac{(e+x)dx}{\sqrt{\overline{e+x}^2 + \frac{bb}{aa}(2ax - xx)}}$.

Si le corpuscule est placé en P, c'est-à-dire, au pole, la distance e est zero, & l'expression précédente devient $dx - \frac{axdx}{\sqrt{2abbx - (bb - aa)xx}}$, dont l'intégrale donnera l'attraction totale que le corpuscule souffre de l'Ellipsoïde vers C, ou la pesanteur.

Pour intégrer cette quantité, je lui donne cette forme, $dx - \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} \times \frac{xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb - aa}x - xx)}}$, ou $dx + \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} \times \frac{\frac{abb}{bb - aa}dx - xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb - aa}x - xx)}}$ $- \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} \times \frac{\frac{abb}{bb - aa}dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb - aa}x - xx)}}$, dont l'intégrale est $x + \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}}\sqrt{(\frac{2abb}{bb - aa}x - xx)}$

$- \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} \int \frac{abbdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x - xx)}}$; ou (prenant A pour l'arc de cercle dont le rayon $= \frac{abb}{bb-aa}$, & le ſinus verſe $= x$) on a pour l'intégrale $x + \frac{a}{bb-aa} \sqrt{2abbx - (bb-aa)xx}$ $- \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} A$.

Cette quantité étant zero, lorſque $x = 0$, il n'y faut rien ajouter; & lorſque $x = 2a$, elle devient $\frac{2abb}{bb-aa} - \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} Q$, où par Q j'entends l'arc de cercle, dont le rayon étant $= \frac{abb}{bb-aa}$, le ſinus verſe eſt $= 2a$.

La peſanteur donc qu'éprouvera un corps placé au pole ſur l'Ellipſoïde applati ſera exprimée par cette quantité, & dépendra, comme on voit, des differens rapports qui peuvent être entre l'axe & le diametre de l'équateur.

L I. Cherchons maintenant la peſanteur qu'un corps éprouvera placé à l'extrémité de l'axe de l'Ellipſoïde allongé.

On aura pour la differentielle de l'attraction la même expreſſion qu'on vient de trouver $dx = \frac{axdx}{\sqrt{2abbx + (aa-bb)xx}}$, mais dans laquelle $a > b$.

Pour l'intégrer, je la mets ſous cette forme, $dx - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)}}$, ou

$dx -$

$$dx - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{\left(\frac{abb}{aa-bb}dx + xdx\right)}{\sqrt{\left(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx\right)}}$$

$$+ \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{\frac{abb}{aa-bb}dx}{\sqrt{\left(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx\right)}}$$, dont l'intégrale est $x - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \sqrt{\left(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx\right)}$

$$+ \frac{aabb}{\overline{aa-bb}^{\frac{3}{2}}} l\left(\frac{abb}{aa-bb} + x + \sqrt{\frac{2abb}{aa-bb}x + xx}\right).$$

Comme cette quantité doit s'évanouïr lorsque $x = 0$, on a pour l'intégrale corrigée

$$x - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \sqrt{\left(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx\right)}$$

$$- \frac{aabb}{\overline{aa-bb}^{\frac{3}{2}}} l\left(\frac{abb}{aa-bb}\right) + \frac{aabb}{\overline{aa-bb}^{\frac{3}{2}}} l\left(\frac{abb}{aa-bb}\right.$$

$$\left. + x + \sqrt{\frac{2abb}{aa-bb}x + xx}\right).$$

Et lorsque $x = 2a$, elle devient

$$\frac{aabb}{\overline{aa-bb}^{\frac{3}{2}}} l\left(\frac{2a^3 - abb + 2aa\sqrt{aa-bb}}{abb}\right) - \frac{2abb}{bb-aa}.$$

On voit par les calculs précédens, que la pesanteur au pole d'un Ellipsoïde applati dépend de la quadrature du cercle, & qu'au pole d'un Ellipsoïde allongé, elle dépend de la quadrature de l'hyperbole.

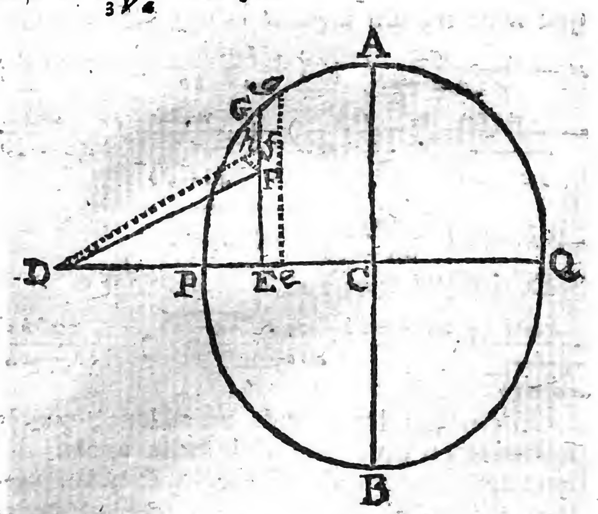
LII. Au pole d'un Ellipsoïde qui n'est ni allongé ni applati, c'est-à-dire, d'une Sphere, la

la pesanteur ne dépend ni de la quadrature de l'hyperbole, ni de celle du cercle. En effet, lorsque $a = b$, l'attraction du petit cylindre que nous avons trouvée (Art. 50.)

$$dx - \frac{axdx}{\sqrt{2abbx(-bb+aa)xx}}$$ devient

$$dx - \frac{axdx}{\sqrt{2a^3x}}, \text{ ou } dx - \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{2a}}$$ qui s'intègre facilement, & donne $x - \frac{x\sqrt{2x}}{3\sqrt{a}}$, & pour la pesanteur de la Sphere entiere

$$2a - \frac{2a\sqrt{4a}}{3\sqrt{a}} \text{ ou } \tfrac{2}{3}a.$$



LIII. Ayant trouvé les pesanteurs au pole, dans l'Ellipsoïde applati, dans l'Ellipsoïde allongé, & dans la Sphere, on peut facilement com-

comparer ces peſanteurs ; & c'eſt par des calculs ſemblables que M. Newton a trouvé,

Que ſi le petit axe de l'Ellipſe *PAQB* étoit au grand, c'eſt-à-dire, *a* à *b*, comme 100 à 101, la peſanteur en *P* ſur l'Ellipſoïde applati, ſeroit à la peſanteur en *P* ſur la Sphere dont le rayon ſeroit *a* ou *CP*, :: 126 : 125.

Et que la peſanteur en *A* ſur l'Ellipſoïde allongé, ſeroit à la peſanteur en *A* ſur la Sphere dont le rayon ſeroit *b* ou *CA*, :: 125 : 126.

LIV. L'Ellipſoïde applati formé par la révolution de l'Ellipſe autour de l'axe *PQ* repréſentant la Terre, il faut maintenant chercher le rapport de la peſanteur au pole *P* ou *Q* à la peſanteur en *A* ſur l'équateur.

LV. La ſolidité de l'Ellipſoïde applati qui repréſente la Terre, eſt moyenne proportionnelle entre la Sphere circonſcrite, dont le rayon eſt *CA*, & l'Ellipſoïde allongé formé par la révolution de l'Ellipſe autour de l'axe *AB*.

Car concevant la Sphere circonſcrite, & l'Ellipſoïde formés l'un & l'autre par la révolution du cercle *AMR* & de l'Ellipſe *AGP* autour de l'axe *AC*, diviſés dans leurs petits cylindres formés par la révolution des ordonnées *ME*, *me*, *GE* & *ge*, ces cylindres dans la Sphere ſeront aux cylindres dans l'Ellipſoïde, comme ME^2 à GE^2, parce que leur hauteur *Ee* étant la même, ils ſont comme leur baſe ; & comme

dans l'Ellipse le rapport de ME^2 à GE^2 est un rapport constant, & celui de bb à aa, la somme de ces cylindres dans la Sphere, est à la somme dans l'Ellipsoïde allongé :: bb : aa, ou (*Spher.*) : (*Ellipſ. all.*) :: bb : aa.

Concevant maintenant la Sphere circonscrite & l'Ellipsoïde applati formés l'un & l'autre par la révolution du cercle AMR & de l'Ellipse AGP autour de l'axe PC, divisés dans leurs petits tuyaux formés par la révolution des ordonnées ME, me, GE, ge, autour de l'axe PC, ces tuyaux dans la Sphere seront aux tuyaux dans l'Ellipsoïde applati comme leur longueur ME & GE, parce que leur épaisseur Ee & leur rayon CE sont les mêmes; & comme le rapport de ME à GE est constant, & celui de b à a, la somme des tuyaux dans la Sphere est à la somme dans l'Ellipsoïde applati :: b : a, ou (*Spher.*) : (*Ell. app.*) :: $\overline{b : a}^2$, ou (*Spher.*) : $(Ell.\ app.)^2$ :: bb : aa. Donc (*Spher.*) : (*Ell. all.*) :: $(Spher.)^2$: $(Ell.\ app.)^2$; & $(Ell.\ app.) = \sqrt{(Spher.) \times (Ell.\ all.)}$

LVI. Et comme les pesanteurs qu'un corps éprouve en A, de la Sphere, du Sphéroïde applati & du Sphéroïde allongé peuvent passer pour proportionnelles aux quantités de matiere de ces trois corps; la pesanteur qu'un corps éprouve de la Terre placé en A sur l'Equateur terrestre, est moyenne proportionnelle entre la pesanteur qu'il éprouveroit de la Sphere & du Spheroïde allongé.

LVII. Nommant donc cette pesanteur qu'un corps éprouveroit sur l'Equateur terrestre. $= T$.

La

La pesanteur en P sur le Sphéroïde applati. . . . . $=P$.

La pesanteur en P sur la Sphere dont le rayon est CP. . . . . $=s$.

La pesanteur en A sur le Sphéroïde allongé. . . . . $=\pi$.

La pesanteur en A sur la Sphere dont le rayon est CA. . . . . $=S$.

On a par (Art. 53.) $P : s :: 126 : 125.$
$\pi : S :: 125 : 126.$

Ou mettant entre les deux termes de cette proportion un moyen proportionnel, on a $\pi : T :: T : S :: 125 : 125\frac{1}{2}$, ou :: $125\frac{1}{2} : 126$.

LVIII. De plus la pesanteur qu'un corps éprouve, placé sur la surface de deux Spheres differentes, est en raison directe du rayon de ces Spheres (Art. 52.); on a donc

$$s : S :: 100 : 101.$$

LIX. Et joignant ces trois proportions

$$P : s :: 126 : 125.$$
$$S : T :: 126 : 125\tfrac{1}{2}.$$
$$s : S :: 100 : 101.$$

On a $P : T :: 126 \times 126 \times 100 : 125 \times 125\frac{1}{2} \times 101.$

ou $P : T :: 1587600 : 1584437\frac{1}{2}.$

ou $P : T :: 501 : 500.$

C'est-à-dire, que la pesanteur au pole de la Terre est à la pesanteur sous l'Equateur, comme 501 à 500.

LX. M. Newton a demontré (Liv. I. Prop. XCI. Coroll. 3.) Que dans un Ellipsoïde, l'Attraction qu'un corps placé sur un diametre éprouve, est en raison directe de sa distance au centre. Cela posé,

Concevant le demi-diametre de l'équateur AC & le demi-axe PC divisés dans un

même nombre de parties Ee, Hh, qui seront entre elles comme le demi-diametre de l'équateur & le demi-axe; puisque la pesanteur au pole est 501, & sur l'équateur 500, la pesanteur P en H sera $P = \frac{501\, CH}{CP}$. De même la pesanteur π en E sera $\pi = \frac{500\, CE}{CA}$. Voilà les forces résultantes de l'attraction, qui tirent les parties Hh, Ee, vers le centre.

LXI. Mais la Terre tournant autour de l'axe PC, les parties qui sont dans AC pendant qu'elles sont tirées vers C par la force π, sont repoussées vers A par la force centrifuge que le mouvement de révolution leur donne; & cette force en chaque point E est proportionnelle aussi à sa distance au centre CE.

Si donc cette force en A est f, on a ce qu'elle est en $E = \frac{f \times CE}{CA}$.

Concevant donc PC & CA comme deux colonnes du fluide qui forme la Planete, on aura le poids vers C du petit cylindre Hh; en le multipliant par sa force accélératrice, ce sera $\frac{501 \times CH \times Hh}{CP}$, ou $\frac{501 \times CH d(CH)}{CP}$; & l'on aura le poids vers C du petit cylindre Ee, en le multipliant par sa force accélératrice $\frac{500\, CE - f \times CE}{CA}$, ce sera $\left(\frac{500 - f}{CA}\right) CE\, d(CE)$.

LXII.

LXII. La ſomme des poids des cylindres *Hh* ſera en intégrant $\frac{501\, CH^2}{2\, CP}$, & le poids de la colomne entiere *PC* ſera $\frac{501\, CP}{2}$.

La ſomme des poids des cylindres *Ee* ſera $\frac{(500 - f)\, CE^2}{2\, CA}$, & le poids de la colomne entiere *AC* ſera $\frac{(500 - f)\, CA}{2}$.

Puiſque le fluide de la Planete eſt dans un état permanent, il faut que ces deux colomnes ſe ſoutiennent; c'eſt-à-dire, il faut que $\frac{501 \times CP}{2} = \frac{(500 - f)\, CA}{2}$; ou (à cauſe de $CP : CA :: 100 : 101$) il faut que $501 \times 100 = (500 - f) \times 101$; d'où l'on tire $f = \frac{400}{101} = 4$.

Donc dans une Planete qui auroit le diametre de l'équateur à l'axe, comme 101 à 100, & où la force centrifuge de chaque partie ſeroit à ſon poids comme 4 à 505, les colomnes ſeroient en équilibre.

Or dans cette Planete, la force centrifuge qui eſt $\frac{4}{505}$ du poids, rend chaque partie de la colomne *CA* plus longue que les parties de la colomne *CP* de $\frac{1}{100}$, & fait élever le fluide dans l'équateur de $\frac{1}{100}$e. partie du demi-axe *PC*.

LXIII. Il faut donc dire, en comparant la Terre à cette Planete; ſi la force centrifuge dans la Planete où elle eſt la $\frac{4}{505}$e. partie de la peſanteur, fait élever chaque cylindre dans l'équateur de $\frac{1}{100}$, la force centrifuge ſur la Terre qu'on fait être dans la colomne *CA*

la $\frac{1}{289}$e. partie de la pesanteur, fera élever chaque cylindre de $\frac{1}{225}$; d'où l'on voit que le diametre de l'équateur sera à l'axe comme 230 à 229. Le demi-diametre moyen de la Terre, selon M. Picard, étant de 19615800 pieds, la Terre sera plus élevée à l'équateur qu'aux poles de 85472 pieds, le demi-diametre de son équateur sera de 19658600 pieds, & son demi-axe de 19573000 pieds.

LXIV. Comparant maintenant les autres Astres avec la Terre; appellant la pesanteur & la force centrifuge sur la Terre, P & F, & sur les Astres π & φ; on a pour trouver la difference du demi-diametre de leur équateur à leur demi-axe $\frac{F}{P} : \frac{\varphi}{\pi} :: \frac{1}{229}$: cette difference $= \frac{P \times \varphi}{229\,\pi \times F}$.

La pesanteur sur la superficie de differentes Planetes étant en raison composée de leur densité & de leur rayon; & les forces centrifuges étant en raison composée de la directe du rayon, & inverse doublée du tems périodique de la révolution autour de l'axe: si l'on nomme sur la Terre la densité $= D$, le rayon $= R$, le tems périodique $= T$; & sur les autres Planetes δ, ρ, ϑ, on aura la difference du demi-diametre de l'équateur au demi-axe $\frac{P \times \Phi}{229\,\pi \times F} = D \times R \times \frac{\rho}{\vartheta\vartheta} : 229\,\delta \times \rho \times \frac{R}{TT} = \frac{D \times T \times T}{229 \times \delta \times \vartheta\vartheta}$; d'où l'on voit,

LXV. Que si l'Astre est plus grand ou plus petit que la Terre, & que sa densité & le

tems de sa révolution soient les mêmes, la figure de l'Astre est la même que celle de la Terre.

Mais si le tems de la révolution n'est pas le même, la difference du diametre de l'équateur à l'axe changera en raison inverse du quarré des tems.

Enfin, si la densité augmente ou diminue, la difference du diametre de l'équateur à l'axe augmentera ou diminuera en raison inverse de l'augmentation ou de la diminution de la densité.

LXVI. On peut par-là facilement comparer les figures de la Terre, de Jupiter, & du Soleil. Car le tems de la révolution de la Terre autour de son axe étant de $23^h\ 56'\ 4''$, & celui de Jupiter de $9^h\ 56'$, on a $TT : \vartheta\vartheta$ à-peu-près :: 29 : 5, & la densité de la Terre étant (selon ce qu'a trouvé M. Newton, Prop. VIII. Liv. III.) à la densité de Jupiter, ou $D : \delta :: 400 : 94\frac{1}{2}$, on a la difference entre le diametre de l'équateur de Jupiter & son axe,

à son axe, $:: \frac{29}{5} \times \frac{400}{94\frac{1}{2}} \times \frac{1}{229} : 1$; ou à très peu-près $:: 1 : 9\frac{1}{3}$.

Comme cette difference est beaucoup plus grande que celle qui résulte des observations de M. Cassini, & que celle qui résulte des observation de M. Pound, M. Newton conjecture que Jupiter est plus dense vers le plan de son équateur que vers les poles. Cet excès de densité feroit que la colomne qui est dans le plan de l'équateur, pour être en équilibre avec celle qui répond au pole, doit être plus courte que cette Théorie ne la détermine,

& par conféquent le diametre de l'équateur differeroit moins de l'axe, & fon rapport à l'axe approcheroit plus du rapport obfervé.

LXVII. Pour trouver la difference dont le diametre de l'équateur du Soleil furpaffe l'axe; le tems de la révolution du Soleil autour de l'axe étant de $25\frac{1}{2}^{j}$, on a $TT : \vartheta\vartheta :: 1 : 650\frac{1}{4}$, & la denfité de la Terre étant à la denfité du Soleil (Prop. VIII. Liv. III.) ou $D : \delta :: 4 : 1$, on aura la difference entre le diametre de l'équateur du Soleil & fon axe, à fon axe, $:: \frac{1}{650\frac{1}{4}} \times 4 \times \frac{1}{229} : 1$; ou $:: 1 : 37226$, difference beaucoup plus grande que celle qui réfulte de l'hypothefe de la pefanteur vers le centre en raifon renverfée du quarré de la diftance, mais cependant imperceptible à toute obfervation.

LXVIII. Je reviens à la figure de la Terre. Il fuit de l'équilibre qui eft entre les colomnes, que prenant des parties femblables de ces colomnes en * A & en P, ces parties pefent également. Pour cela, il faut que la force qui anime celle qui eft en A vers C, que j'appelle *la pefanteur réduite*, foit à la pefanteur de celle qui eft en P, comme la partie de la colomne qui eft en P, eft à la partie de la colomne qui eft en A, ou comme CP à CA; & c'eft la même chofe pour les colomnes obliques CD.

LXIX. D'où l'on voit que les differens poids d'un même corps, dans differentes régions de la Terre, font en raifon inverfe des lon-

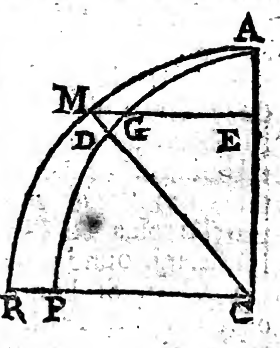
* *Voyez la Figure pag. 130.*

longueurs des colomnes, ou des diſtances au centre de la Terre.

Si donc on avoit avec aſſez d'exactitude le rapport des differens poids d'une même quantité de matiere aux differentes latitudes, (ce qu'on peut avoir par les longueurs des Pendules iſochrones, où par le retardement des Pendules de même longueur vers l'Equateur) on détermineroit les longueurs de toutes les colomnes pour quelque angle qu'elles faſſent avec l'axe, c'eſt-à-dire, la figure entiere de la Terre; & c'eſt la ſeule maniere dont M. Grégori la détermine.

Et ſi la figure de la Terre eſt donnée, on peut par elle déterminer les differens poids d'un même corps à differentes latitudes, ou, ce qui revient au même, les differentes longueurs du Pendule iſochrone.

En effet, conſidérant la Terre comme un Ellipſoïde, il eſt facile de démontrer le Théorême de M. Newton, *Que l'augmentation des poids, en allant de l'équateur au pole, approche fort du rapport du quarré du ſinus de la latitude.*



LXX. Car ſoit *ADP* le quart de l'Ellipſe qui repréſente le Méridien de la Terre, & *AMR* un quart de cercle décrit du rayon *CA*, demi-diametre de l'Equateur terreſtre. On a par la propriété de l'Ellipſe $RP : MG :: CR : EM$, ou $MG = \frac{RP \times EM}{CR}$. Mais

à

à cause que les triangles DMG, EMC, sont semblables, lorsque l'Ellipse approche fort du cercle (comme fait l'Ellipse qui sert de Méridien à la Terre) on a $MG : MD :: MC : ME$, ou $MG = \frac{MD \times MC}{ME}$. On a donc $\frac{RP \times ME}{CR} = \frac{MD \times MC}{ME}$, ou $MD = \frac{RP \times ME^2}{CR^2}$; c'est-à-dire, MD à RP comme le quarré du sinus de l'angle ACM au quarré du sinus total, ou (comme RP est constant) MD comme le quarré du sinus de l'angle ACM, ou du sinus de la latitude.

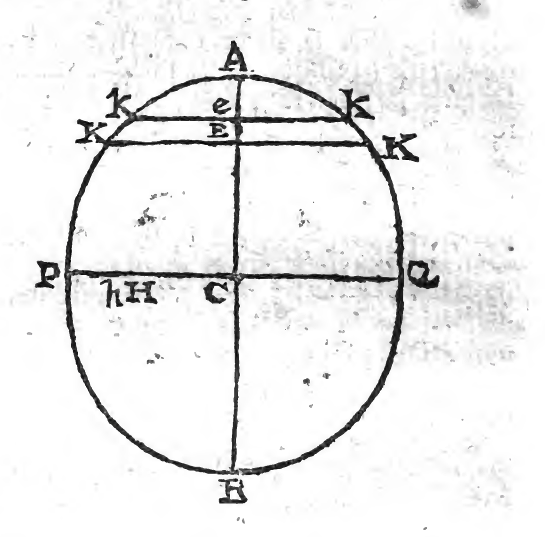
Mais il est visible que le poids d'un corps sous l'équateur étant représenté par CD, le poids du même corps placé en D est représenté par CA; l'augmentation du poids, en allant de l'équateur vers le pole, est donc représentée par MD, cette augmentation est donc proportionnelle au quarré du sinus de la latitude.

C'est après ce Théorême que M. Newton a calculé sa Table des differentes longueurs des Pendules répondantes aux differentes latitudes.

LXXI. Cette détermination de la figure de la Terre n'est qu'une approximation; aussi M. Newton ne la donne-t-il pas pour une détermination exacte. Les erreurs sont d'autant moindres, que la figure des Astres approche plus de l'Ellipsoïde, & que l'Ellipsoïde approche plus de la Sphere.

LXXII. Si l'on vouloit une solution plus exacte de ce Problême; ou que la méthode précédente, qui suppose que le Sphéroïde ter-

terreſtre approche beaucoup de la Sphere, ne pût pas ſervir, comme il arriveroit ſi la Terre étoit fort applatie; voici comme on pourroit réſoudre le Problême. Il faudroit, après avoir trouvé l'attraction qu'éprouve un corpuſcule en *P* au pole du Sphéroïde formé par la révolution d'une Ellipſe autour de l'axe *P Q* dans laquelle les deux axes *a* & *b* ſeroient indéterminés, il faudroit chercher l'attraction qu'un corpuſcule éprouveroit en *A* placé dans l'équateur de ce Sphéroïde.



Pour cela, il faudroit dans le Sphéroïde *P A Q B*, formé par la révolution de l'Ellipſe *P A Q* autour de l'axe *P Q*, chercher l'Attraction qu'un corpuſcule éprouve de chaque Ellipſe qui eſt la ſection du Sphéroïde par un plan

plan *KK*, parallele à l'axe; & multipliant cette Attraction par *Ee*, differentielle de *AB*, on auroit l'Attraction d'un petit cylindre à base elliptique, terminé par les deux plans *kk*, *KK*; & si l'on pouvoit vaincre les longueurs & les difficultés de ce calcul, on auroit, en intégrant, l'Attraction qu'éprouveroit le corpuscule placé en *A* sur l'équateur du Sphéroïde.

Ayant donc la pesanteur en *P* par une fonction $[ab]$ des axes de l'Ellipse, & la pesanteur en *A* par une autre fonction (ab); ayant de plus la force centrifuge en $A = f$, on auroit (puisque dans l'Ellipsoïde, la pesanteur sur chaque colomne est en raison directe de la distance au centre; & que la force centrifuge dans la colomne *AC* suit la même proportion), on auroit la pesanteur en $H = [ab]\,\frac{CH}{CP}$; & la force qui tire *Ee* vers $C, = \frac{(ab)\times CE - f\times CE}{CA}$; & pour les poids vers *C* des petits cylindres $[ab]\,\frac{CH\,.\,d(CH)}{CP}$, & $((ab)-f)\times\frac{CE\times d(CE)}{CA}$. Et puisque les deux colomnes *CP* & *CA* sont en équilibre, $\frac{[ab]}{CP}\int CH\times d(CH) = \left(\frac{(ab)-f}{CA}\right)\int CE \times d(CE)$, ou $[ab]\times CP = ((ab)-f)\times CA$. Mettant dans cette Equation, a pour *CP*, & b pour *CA*, on aura $a\,[ab] = b((ab)-f)$; & f étant donnée, cette Equation déterminera la relation entre a & b, c'est-à-dire, le rapport entre l'axe & le diametre de l'équateur.

ESSAI

ESSAI D'ANALYSE DES PLANTES.

Par M. BOULDUC. *

QUOIQU'UN habile Chimiste de cette Académie se soit occupé pendant plusieurs années à l'Analyse des Plantes, & ait essayé par-là de découvrir, si par la recherche de la differente proportion de leurs principes on pourroit juger de leurs differentes propriétés; après en avoir analysé un très grand nombre avec toute l'exactitude & la précision possible, on ne s'est assuré, comme le dit feu M. Homberg, dans un Mémoire donné à l'Académie, d'autre chose, sinon que cette voye que l'on avoit cru la seule de sure pour y parvenir, y étoit entierement inutile, & qu'il falloit l'abandonner, puisque le produit des Plantes les plus salutaires ne differoit pas, ou de peu de chose, du produit de celles qui étoient les plus venimeuses, le feu que l'on étoit obligé d'employer pour ces Analyses changeant entierement & dénaturant leurs principes, en sorte qu'ils n'étoient plus qu'en partie des créatures du feu, & non pas les principes que la Nature avoit employés à leur composition.

Le peu de réussite de ces Analyses m'a fait imagi-

* 30 Janvier 1734.

imaginer, qu'en examinant non ſeulement les Plantes dans leur entier, ou leur marc, mais auſſi les ſucs ou les décoctions de ces mêmes Plantes, on pourroit peut-être rencontrer dans l'examen de leurs ſels eſſentiels ce que l'Analyſe connue & uſitée avoit refuſé. Dans cette idée, j'ai commencé par examiner une ſeule Plante fort employée dans la Médecine, qui eſt la *Bourache*.

J'ai donc pris une bonne quantité de décoction de Bourache, que j'ai ſéparée en trois parties égales. J'ai fait évaporer la premiere juſqu'à pellicule, ou en conſiſtence de ſyrop; elle étoit d'une couleur fort noire, étant chargée de beaucoup de parties huileuſes, en ſorte que l'ayant laiſſé en repos dans le tems chaud, elle ſe couvrit en peu de jours d'une peau aſſez épaiſſe, laquelle étoit recouverte de moiſiſſure. Ayant enlevé cette peau, je trouvai au-deſſous une aſſez bonne quantité de cryſtaux en aiguilles fines & déliées, confondus avec un grand nombre d'autres petits cryſtaux ſalins, aſſez irréguliers pour ne pouvoir en déterminer la figure, le tout nageant dans une portion de liquide gras ou ſyrupeux. Je détachai quelques-uns de ces cryſtaux longuets & en aiguilles, & les ayant mis ſur une pêle rougie, ils s'y enflammerent comme auroit fait le Salpêtre mêlé avec quelque corps gras ou ſulphureux; & en effet ce Salpêtre avoit encore un enduit de la partie graſſe de cette décoction. Cette obſervation avoit déja été annoncée par M. Lémery, qui a cité là-deſſus M. de Reſſons. Voilà donc l'Acide nitreux démontré dans

cette

cette Plante, & de plus *le Nitre* y eſt dans tout ſon entier, puiſque quand j'ai verſé de l'huile de Tartre ſur ce nouveau Nitre diſſous, elle n'en a rien précipité, comme elle l'auroit fait ſi l'acide nitreux avoit eu pour baſe une ſimple matiere terreuſe.

J'ai pris la deuxieme portion de ma décoction que j'ai paſſée ſur de la Chaux vive, afin de la dégraiſſer; enſuite de quoi je l'ai fait évaporer à lente chaleur, & juſqu'à une légere pellicule; & l'ayant laiſſée en repos pendant pluſieurs jours, j'y ai trouvé des cryſtaux en aiguilles, plus diſtincts, mieux formés & moins roux que ceux de la premiere portion, ils étoient vraiment nitreux; & au-deſſous de ces cryſtaux longuets j'ai trouvé une bonne quantité de cryſtaux cubiques, que je n'eus point de peine à reconnoitre pour des cryſtaux de *Sel marin*.

J'ai pris de ces cryſtaux en aiguilles, que j'ai mis ſur le charbon allumé, & qui y ont fuſé comme ceux de la premiere portion de ma décoction: & pour ceux qui étoient de figure cubique, outre qu'ils décrépitoient au feu ſans s'y enflammer, c'eſt qu'en ayant fait fondre dans de l'eau, & ayant verſé cette diſſolution ſur celle d'argent faite par l'eſprit de Nitre, il s'y faiſoit ſur le champ un caillé blanc, lequel amaſſé, lavé & expoſé au feu, ſe changeoit en argent corné, tranſparent, & ſe coupant au couteau.

Voilà donc l'Acide nitreux & l'Acide du Sel commun, ou plutôt le *Salpêtre* & le *Sel marin* bien avérés dans la même Plante.

J'ai enfin pris la troiſieme portion de ma dé-

décoction de Bourache que j'ai passée sur des cendres de bois neuf, & l'ayant fait évaporer de même que les deux premieres, & l'ayant laissée en repos quelques jours, j'y ai trouvé plus de Nitre que dans les deux précédentes portions, plus blanc ou moins roussâtre. Il y a toute apparence, que cette plus grande quantité de Nitre qui se trouve dans cette troisieme portion, vient de ce qu'une partie d'acide nitreux n'ayant été unie, ou qu'avec une portion de simple terre, ou qu'avec la matiere grasse qui est abondante dans cette Plante, rencontrant dans la lessive le sel alkali fixe des cendres, s'y joint, & se corporifie avec lui, ce qui augmente le produit du Salpêtre.

J'ai dit, que j'avois enlevé de dessus la premiere portion de la décoction de la Plante évaporée, & qui n'avoit point été passée ni sur les cendres ni sur la chaux, une peau grasse & couverte de moisissure, laquelle dessechée au feu & mise en charbon, s'y enflammoit de même que si j'eusse mis dans un creuset au feu du Nitre mêlé de la poudre de charbon ordinaire, parce que cette peau grasse en retenoit encore, n'ayant pas permis au Nitre de s'en débarasser entierement.

Après ces premieres expériences faites sur la décoction de la Bourache, j'ai voulu voir ce que le Marc ou la Plante entiere brulée me donneroit de plus en sel. J'en ai donc séché à l'ombre, je l'ai ensuite fait bruler dans un pot de grès à petit feu, & le vaisseau couvert elle s'y est convertie en charbon, que j'ai après calciné à feu ouvert pour le rédui-

re en cendres, & pour en faire une lessive, avec laquelle j'ai voulu faire quelques expériences avant que de l'évaporer pour en retirer les sels qu'elle pourroit contenir; & persuadé que le sel alkali n'y manqueroit pas, les cendres des Plantes en fournissant ordinairement, j'ai mêlé la lessive avec du syrop violat, qu'elle n'a que très légerement & même à peine verdi; de plus cette couleur verte n'a point tenu, & le syrop a repris sa premiere couleur en très peu de tems: ce qui m'a fait juger, ou que le sel alkali s'y trouvoit en très petite quantité, ou qu'il y étoit confondu & embarassé avec d'autres sels qui s'opposoient à son effet sur le syrop violat; & l'événement m'en a éclairci: car en faisant évaporer cette lessive jusqu'à pellicule, & la laissant ensuite en repos dans un lieu frais, je n'ai point tardé d'y appercevoir des crystaux de *Tartre Vitriolé* très distincts, très bien figurés, & de toutes les propriétés qui caractérisent ce sel; j'ai retiré la liqueur qui surnageoit, & l'ayant de nouveau laissé un peu évaporer, j'y ai trouvé une autre portion du même sel, dont les crystaux étoient moins gros que les premiers, mais dans leur petitesse bien connoissables pour être le même sel à tous égards.

J'ai ensuite continué d'évaporer la lessive jusqu'à environ la diminution de la moitié, & l'ayant laissée en repos, j'y ai trouvé au bout de quelque tems des crystaux cubiques, lesquels, bien examinés, sont un vrai Sel marin qui s'étoit conservé malgré la forte calcination; le reste de la lessive a alors changé le syrop violat dans un beau verd d'éme-

raude

raude qui a duré, & ne s'eſt point perdu, comme j'ai dit que cela étoit arrivé à cette même leſſive avant qu'elle eût été concentrée & privée des deux ſels moyens dont je viens de parler.

Je crois donc pouvoir dire avec certitude, que la Bourache peut fournir quatre ſels differens ; ſavoir, le Salpêtre, le Sel marin, le Tartre vitriolé, & enfin un Sel alkali fixe; & ce qui, à mon ſens, eſt une choſe particulieré, c'eſt de voir que les trois Acides mineraux ſe trouvent en même tems dans une même Plante.

Je ne penſe pas que le Tartre vitriolé ſoit formellement dans cette Plante: on ne peut pourtant pas douter que l'acide vitriolique n'y exiſte; mais comme il étoit envelopé avant la calcination de la matiere graſſe qui y eſt abondante, il n'étoit pas aiſé de le connoitre: cette matiere graſſe au contraire ayant été diſſipée par le feu, & l'acide vitriolique devenu libre, rencontrant le ſel alkali que la Plante fournit, ou le Nitre fixé qui reſte après la déflagration, il s'y unit, dont il réſulte le Tartre vitriolé, de la même façon que du mélange d'un ſel alkali & du ſouphre commun, il ſe forme un Tartre vitriolé après que l'on a chaſſé par la calcination la partie inflammable du ſouphre.

Il ne ſera pas hors de propos de dire ici, à l'occaſion du Tartre vitriolé, qu'il y a déja longtems qu'en travaillant avec M. Groſſe ſur la Potaſſe, que l'on a communément regardée comme un ſel alkali, nous y trouvames une bonne quantité de vrai Tartre vitriolé,

triolé, & depuis nous avons vu que ce fait avoit déja été annoncé par Cardilucius; cependant cela nous a rendus attentifs à ne pas négliger l'examen des Cendres de differentes Plantes, & je puis assurer qu'en faisant les sels alkalis fixes, & quelquefois seulement à ce dessein, nous avons retiré, des cendres de differentes Plantes ameres & aromatiques, un vrai Tartre vitriolé: ce qui peut du moins confirmer, que l'acide vitriolique, quoique le plus fixe des acides minéraux, ne laisse pas de s'élever, &, selon toute apparence, de se trouver dans un plus grand nombre de Plantes qu'on ne l'a pensé jusqu'ici. Je conjecture de plus qu'il se trouve peu de sels fixes tirés des Plantes, qui soient purement alkalis, & cela après en avoir fait & examiné un grand nombre: il n'y a que le sel de Tartre qui me paroisse être le plus parfait alkali, n'y ayant pu reconnoitre jusqu'ici aucun mêlange d'autres sels.

J'ajouterai encore, qu'il n'y a point d'apparence, que d'autres Plantes qui paroissent avoir du nitreux en général, comme sont la Poirée, le Chardon-benit, le Cerfeuil, le Concombre sauvage, la Pariétaire, & d'autres, ne pussent également fournir les quatre Sels dont j'ai parlé, si on les traitoit suivant les mêmes procédés que j'ai exposés.

Après l'examen de la Bourache, reconnue dans la Médecine pour une Plante salutaire, mon dessein seroit d'en examiner, suivant les mêmes procédés, une ou plusieurs de celles qui sont regardées comme venimeuses; & si de ce travail on peut tirer quelques lu-

mieres, quand ce ne feroit que pour la Physique, je le continuerai.

DE L'INCLINAISON DU PLAN DE L'ECLIPTIQUE ET DE L'ORBITE DES PLANETES

Par rapport à l'Equateur de la Révolution du Soleil autour de son Axe.

Par M. CASSINI. *

JUSQU'A présent les Astronomes ont déterminé l'inclinaison de l'Orbite des Planetes, la situation & le mouvement de leurs Nœuds par rapport à l'Ecliptique, que le Soleil, dans les Systêmes de Ptolémée & de Tycho, décrit autour de la Terre par son mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, & que la Terre au contraire, dans le systême de Copernic, décrit dans le même sens autour du Soleil par sa révolution annuelle; parce que dans l'une ou l'autre de ces hypotheses, le Soleil & la Terre étant tous les deux sur le plan de l'Ecliptique, il est nécessaire d'y rapporter le lieu des Planetes qui sont tantôt au-dessus ou au-dessous de ce plan.

On a pour cet effet choisi principalement les

* 3 Avril 1734.

les tems où les Planetes se rencontroient près du plan de l'Ecliptique sans aucune latitude sensible; car calculant pour-lors leur vrai lieu, vu du Soleil, on a eu le vrai lieu du Nœud de ces Planetes à l'égard du Soleil, lequel dans les systêmes de Tycho & de Copernic est au foyer des Planetes principales qui sont les seules que nous considerons dans ce Mémoire, la Lune n'étant, suivant l'opinion de la plupart des Astronomes & Philosophes, qu'une Planete du second ordre qui fait sa révolution autour de la Terre, & doit être assujettie à d'autres loix dans ses mouvemens.

Le vrai lieu du Nœud des Planetes sur l'Ecliptique à l'égard du Soleil étant connu, on a cherché le tems où ces Planetes, vues du Soleil, devoient être à la distance de 90 de ces Nœuds; & observant pour-lors leurs latitudes vues de la Terre, on les a réduites à leurs latitudes vues du Soleil, qui mesurent alors l'inclinaison de leurs Orbites à l'égard du plan de l'Ecliptique.

Enfin, comme on s'est apperçu, par la comparaison des Observations anciennes avec les modernes, que les Nœuds des Planetes & les termes de leurs plus grandes latitudes ne répondoient pas toujours aux mêmes degrés de l'Ecliptique, on a comparé la situation de ces Nœuds observée en divers tems les plus éloignés les uns des autres qu'il a été possible, & on en a déduit la quantité de leurs mouvemens, dont les Astronomes ne sont pas bien d'accord emsemble, tant à cause de la lenteur de ce mouvement, qu'à cause du dé-

faut d'exactitude dans les obſervations anciennes que l'on employe pour les déterminer.

L'on ſuppoſe pour cette recherche, en premier lieu, que les orbites des Planetes conſervent toujours la même inclinaiſon à l'égard du plan de l'Ecliptique qu'elles coupent en des points diamétralement oppoſés. En ſecond lieu, que ces points d'interſection ou Nœuds s'avancent ſuivant la ſuite des Signes uniformément, c'eſt-à-dire, dans la proportion des tems qui ſe ſont écoulés entre les obſervations.

Ces deux ſuppoſitions doivent être admiſes dans le ſyſtême de Tycho, parce que dans cette hypotheſe les Planetes principales faiſant leur révolution autour du Soleil, pendant que cet aſtre tourne autour de la Terre ſur le plan de l'Ecliptique, ce plan auquel ſe rapporte le mouvement de tous les corps céleſtes, doit être conſidéré comme fixe & immobile.

Il ne paroît pas qu'il en ſoit de même dans le ſyſtême de Copernic. Le Soleil y eſt placé au centre du Monde, & c'eſt autour de cet aſtre que toutes les Planetes du premier ordre, y compris la Terre, font leurs révolutions ſuivant une règle conſtante obſervée par Kepler entre leurs diſtances & la quantité de leurs mouvemens; de ſorte que dans cette hypotheſe, l'Ecliptique n'eſt que l'Orbite de la Terre qui ſe trouve inclinée diverſement aux Orbites des autres Planetes, ſans qu'on voye plus de raiſon pour faire mouvoir les Orbites des autres Planetes

autour

autour de la Terre, que l'Orbite de la Terre autour de celle d'une autre Planete ou d'un plan quelconque pris à volonté.

Il doit cependant résulter de ces divers mouvemens des apparences bien differentes; car si au-lieu de supposer que les Orbites des Planetes se meuvent autour du plan de l'Ecliptique avec des degrés égaux de vîtesse & une inclinaison constante, comme on l'a fait jusqu'à présent, on leur attribue un mouvement uniforme autour d'un autre plan à l'égard duquel elles conservent une même inclinaison, on appercevra des inégalités dans le mouvement de leurs Nœuds sur l'Ecliptique, de même que des variations dans les inclinaisons de leurs Orbites.

Comme, par les raisons que nous venons d'exposer, il n'y a rien qui doive faire préférer l'Orbite d'une Planete à celle d'une autre pour y rapporter leurs mouvemens, il paroît qu'il est plus convenable de les considérer toutes, sans en excepter l'Orbite de la Terre, par rapport à l'Equateur de la révolution du Soleil autour de son axe, que l'on peut avec beaucoup de vraisemblance regarder comme le principe de la direction du mouvement des Planetes.

Nous nous conformons en cela au sentiment de Kepler, qui, quoique la révolution du Soleil autour de son axe ne fût pas encore connue, ne laissa pas de juger que cet astre tournoit autour d'un axe qui lui étoit particulier, & qu'à distance égale des deux poles du Soleil il y avoit une Ecliptique fixe à l'égard de laquelle les Orbites des Planetes, y

compris celle de la Terre, étoient inclinées, & avoient chacune un mouvement particulier.

La révolution du Soleil autour de ſon axe, les Nœuds de ſon équateur avec l'Ecliptique & ſon inclinaiſon, que Kepler avoit déduits de diverſes conjectures, & qu'il n'avoit déterminés qu'imparfaitement, étant préſentement connus depuis la découverte des Taches dans le Soleil, nous ſommes plus en état que lui d'examiner ce qui doit réſulter du mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'Ecliptique.

Par l'obſervation aſſidue des Taches du Soleil, on a remarqué qu'elles paroiſſoient décrire ſur le diſque du Soleil, tantôt des lignes droites, tantôt des lignes courbes ou Ellipſes plus ou moins étroites, & qu'après avoir fait une révolution autour du Soleil dans l'eſpace de 27 jours ½ ou environ, elles retournoient aux mêmes endroits où l'on avoit commencé à les appercevoir. On a auſſi reconnu par la variété des apparences qu'elles forment ſur le diſque du Soleil où elles paroiſſent larges vers le milieu de ce diſque, & étroites vers les bords, qu'elles étoient adhérentes à ſa ſurface, & qu'ainſi le mouvement qu'on y appercevoit, devoit s'attribuer à celui du Soleil autour de ſon axe. Pour déterminer la poſition de cet axe, on a obſervé les tems où ces Taches paroiſſoient décrire des lignes droites, ce qui arrive lorſque le Soleil eſt au 10ᵉ. degré des Gemeaux & du Sagittaire, avec la difference que lorſqu'il étoit dans la premiere de ces ſituations, ces lignes

lignes s'élevoient vers le Septentrion à l'égard de l'Ecliptique, & que dans la seconde elles s'abbaissoient vers le Midi, avec une inclinaison de part & d'autre de $7^d \frac{1}{2}$, d'où l'on a conclu que le Nœud Boréal de l'équateur du Soleil répondoit au 10ᵉ. degré des Gemeaux, & le Nœud austral au 10ᵉ. degré du Sagittaire, & que cet équateur étoit incliné à l'Ecliptique de $7^d \frac{1}{2}$. Enfin l'on a remarqué que lorsque le Soleil étoit au 10ᵉ. degré des Poissons & de la Vierge, les Ellipses que décrivoient les Taches étoient dans leur plus grande largeur, de maniere cependant que dans la premiere de ces positions, la convexité de cette Ellipse regardoit le Septentrion, & que dans la seconde elle étoit tournée vers le Midi, d'où l'on a reconnu que le pole boréal du Soleil répondoit au 10ᵉ. degré des Poissons, & le pole austral au 10ᵉ. degré de la Vierge.

Suivant ces Elémens, on déterminera le lieu des Nœuds de l'Orbite de chaque Planete à l'égard de l'équateur de la révolution du Soleil & son inclinaison, en cette maniere.

* Soit *ABD* l'Ecliptique, *DAC* l'équateur du Soleil qui lui est incliné de $7^d \frac{1}{2}$, & la coupe en *A* au 10ᵉ. degré des Gemeaux; *B* le lieu du Nœud boréal d'une Planete sur l'Ecliptique, telle, par exemple, que Saturne qui est en ♋ $22^d\ 56'\ 0''$, plus avancé de $42^d\ 56'$ que le lieu du Nœud de l'équateur du Soleil.

On fera l'angle *ABC* de $20^d\ 30'\ 35''$ égal à l'inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard

* Fig. 1.

gard de l'Ecliptique, & on prolongera *BC* jufqu'à ce qu'il rencontre l'équateur du Soleil en *C*; l'arc *BC* repréfentera l'Orbite de Saturne, & le point *C* le lieu de fon Nœud à l'égard de l'équateur du Soleil *DAC*, qui eft auftral ou defcendant, à caufe que la Planete paffe de la partie feptentrionale de l'équateur du Soleil à fa partie méridionale; l'angle *ACB* mefurera auffi l'inclinaifon de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'équateur que l'on trouvera de même que le lieu de fon Nœud. Car dans le triangle fphérique *BAC*, l'arc *BC*, diftance du Nœud de la Planete au Nœud de l'équateur du Soleil, étant connu de 42^d 56', l'angle *ABC* inclinaifon de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'Ecliptique de 2^d 30' 35", & l'angle *BAD* inclinaifon de l'équateur du Soleil à l'égard de l'Ecliptique de 7^d 30', ou fon fupplément *BAC* de 172^d 30', on trouvera l'angle *BCA* qui mefure l'inclinaifon de l'Orbite de Saturne à l'équateur du Soleil de 5^d 54' 57", & l'arc *AC* diftance du Nœud de cette Planete au Nœud de l'équateur du Soleil de 16^d 50' 30", qui étant retranchés du 10e. des Gemeaux, donnent le lieu du Nœud de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'équateur du Soleil en ♉ 23^d 9' 30".

Pour une plus grande exactitude, on réduira l'arc *AC* qui eft de 16^d 50' 30" à l'Ecliptique, pour avoir l'arc *AE* de 16^d 43' 13", qui étant retranché du 10me. degré des Gemeaux, donne le lieu du Nœud de l'Orbite de cette Planete fur l'équateur du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en ♉ 23^d 16' 43".

On

On trouvera de la même maniere les Nœuds des autres Planetes & l'inclinaiſon de leurs Orbites à l'égard de l'équateur du Soleil, tels qu'on les a marqués dans la Table ſuivante, où l'on voit que l'inclinaiſon de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, qui eſt de 1d 19′ 39″, la plus petite de celles qu'on obſerve dans les Planetes, ſe trouve à l'égard de l'équateur du Soleil de 6d 22′, la plus grande de celles que l'on a calculées; & que tout au contraire l'inclinaiſon de Mercure à l'égard de l'Ecliptique qui eſt de 6d 55′ plus grande que dans les autres Planetes, ſe trouve à l'égard de l'équateur du Soleil de 3d 10′ 6″ plus petite que toutes les autres, en ſorte néanmoins que de la plus grande à la plus petite inclinaiſon des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil, il y a une difference beaucoup moindre que par rapport à l'Ecliptique.

Pour ce qui eſt du Nœud des Planetes ſur l'équateur de la révolution du Soleil, ils ſe trouvent rangés en ſens contraire à l'égard de l'Ecliptique, ceux qui étoient plus à l'Orient étant vers l'Occident, & ceux qui étoient vers l'Occident ſe trouvant à l'Orient. Il faut ſeulement remarquer que le lieu du Nœud des Orbites des Planetes, y compris celle de la Terre, à l'égard de l'équateur du Soleil, eſt Auſtral, au-lieu qu'il eſt Boréal par rapport à l'Ecliptique.

	INCLINAISON des Orbites des Plantes.		LIEU DU NOEUD des Orbites des Planetes. en 1700.		MOUVEMENT des Nœuds des Planetes.		
	A l'égard de l'Ecliptique.	A l'égard de l'Equateur du Soleil.	Sur l'Ecliptique Boréal.	Sur l'Equateur du Soleil Auftral.	Sur l'Ecliptique.	A l'égard des Etoiles fixes.	A l'égard de l'Equateur du Soleil.
SATURNE..	2d 30′ 25″	5 55 0″	♋ 22d 56′	♉ 23d 17′	0′ 59″ dir.	8″ dir.	6″ retr.
JUPITER...	1 19 39	6 22 0	♋ 8 0	♊ 4 24	24 dir.	27 retr.	8 dir.
MARS.....	1 50 54	5 50 0	♉ 17 45	♊ 16 50	36 dir.	15 retr.	4 dir.
LA TERRE.	3 0 0	7 30 0	♊ 10 0	♊ 10 0	51 dir.	0 retr.	0
VENUS....	3 27 5	4 6 0	♊ 14 19	♊ 6 25	34 dir.	17 retr.	12 dir.
MERCURE.	6 55 0	3 10 6	♉ 15 9	♌ 16 7	47 dir.	10 retr.	4 dir.

A l'égard du mouvement annuel des Nœuds des Planetes fur l'Ecliptique, nous trouvons celui de Saturne de 0′ 59″, de Jupiter de 24″, de Mars de 36″, de Vénus de 34″, & de Mercure de 41″. Mais il faut confidérer que fuivant le fyftême de Copernic, les Etoiles que l'on nomme fixes, à caufe qu'elles gardent

tou-

toujours entre elles la même ſituation, ſont réellement immobiles & invariables dans le Ciel, & que le mouvement que l'on y apperçoit par la ſucceſſion des tems n'eſt qu'apparent, produit par celui de l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident. Il en eſt de même de tout autre point fixe dans le Ciel; ainſi ſi l'on ſuppoſe les Nœuds des Planetes immobiles, on doit y appercevoir un mouvement apparent ſemblable à celui des Etoiles fixes & d'une égale quantité; & s'ils ſont mobiles, leur mouvement apparent doit être plus grand ou plus petit que celui des Etoiles fixes. Leur mouvement vrai eſt donc meſuré par la difference entre leur mouvement apparent & celui qu'on attribue aux Etoiles fixes. Il eſt direct, lorſqu'il excede 51″; & rétrograde, lorſqu'il eſt moindre.

Dans cette hypotheſe, le mouvement vrai des Nœuds de Saturne, qui, ſuivant les obſervations des Caldéens comparées aux nôtres, eſt de 59″ ſuivant la ſuite des Signes, n'eſt ſeulement que de 8″ du même ſens; & il eſt nul ou inſenſible ſuivant les obſervations de Ptolémée, qui ne le donnent que de 51 minutes.

A l'égard du mouvement des Nœuds de l'Orbite de Jupiter, que l'on a trouvé de 24″, il eſt réellement rétrograde de 27″. On obſerve une ſemblable rétrogradation dans les Nœuds des autres Planetes, dont le mouvement apparent eſt moindre de 51″, & dont le vrai mouvement eſt par conſéquent rétro-

grade, dans Vénus de 17″, & dans Mercure de 10″.

L'inclinaiſon des Orbites des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil, la ſituation de leurs Nœuds ſur cet équateur, & leur mouvement par rapport à l'Ecliptique étant ainſi connus, il conviendroit préſentement de déterminer la quantité du mouvement de ces Nœuds à l'égard de l'équateur du Soleil. Mais cette recherche demande que l'on ſoit aſſûré ſi les Nœuds de l'Orbite de la Terre ſont fixes ſur l'équateur du Soleil, & de la quantité de leur mouvement, s'ils ſont mobiles; ce que l'on n'a pas pu encore reconnoitre, à cauſe que la révolution du Soleil autour de ſon axe ne ſe peut déterminer que par le moyen de ſes Taches, & que leur découverte n'étant que de puis l'invention des Lunettes, on n'a pas eu juſqu'à préſent d'intervalle aſſez grand pour pouvoir diſcerner s'il y a quelque mouvement dans les Nœuds de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil.

Au défaut de cette connoiſſance, nous avons ſuppoſé que les Nœuds de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre à l'égard de l'équateur du Soleil ſont immobiles, c'eſt-à-dire, ſuivant qu'on l'a remarqué ci-deſſus, que ſon mouvement apparent eſt de 51 ſecondes, égal à celui des Etoiles fixes, & moyen entre ceux que divers Aſtronomes ont attribués à ceux des autres Planetes; & ſuppoſant le mouvement de leurs Nœuds à l'égard de l'Ecliptique, tel qu'il eſt marqué ci-deſſus, on a calculé le mouvement de leurs Nœuds à l'égard de l'équateur du Soleil dans l'intervalle

de

de 1200 années avant ces tems-ci, c'est-à-dire, vers l'an 500, où l'on a diverses observations de conjonctions de Planetes avec les Etoiles fixes, qui ont servi à déterminer leurs Nœuds.

Suivant cette supposition, on a trouvé que le mouvement des Nœuds de Saturne, qui étoit de 8″ direct sur l'Ecliptique, se trouvoit rétrograde sur l'équateur du Soleil de 6″; que tous les autres au contraire qui étoient rétrogrades sur l'Ecliptique, se trouvent directs sur l'équateur du Soleil, savoir celui de Jupiter de 8″, celui de Mars de 4″, celui de Vénus de 12″, & celui de Mercure de 4″.

En comparant les divers mouvemens des Nœuds des Orbites des Planetes tant sur l'Ecliptique que sur l'équateur du Soleil, de la maniere que nous venons de les déterminer, il paroît qu'ils sont plus uniformes sur l'équateur du Soleil, puisque du plus grand au plus petit il n'y a qu'une difference de 18″, au-lieu que sur l'Ecliptique elle est de 35″; ce qui rend l'hypothese du mouvement des Planetes sur l'équateur du Soleil plus vraisemblable que sur l'Ecliptique.

Si au-lieu du mouvement des Nœuds que nous avons trouvé par nos observations, on avoit employé ceux qui sont dans les Tables de divers Astronomes, comme par exemple de M. de la Hire, où le mouvement vrai du Nœud de Saturne à l'égard des Etoiles fixes est de 21″ direct, celui de Jupiter de 37″ rétrograde, celui de Mars de 14″ rétrograde, celui de Vénus de 5″ rétrograde, & celui de Mercure de 34″ direct, on auroit trouvé leurs

mouvemens vrais à l'égard de l'équateur du Soleil assez differens de ceux que l'on avoit déterminés ci-dessus : ce qui fait voir combien il est difficile de fixer la quantité dont les Nœuds des Orbites des Planetes se meuvent à l'égard de l'équateur du Soleil.

On remarquera ici que le mouvement des Nœuds de l'Orbite de Mercure que nous avons déterminé de 10″ rétrograde, se trouve, suivant les Tables de M. de la Hire, de 34″ direct ; & qu'ainsi, si l'on supposoit le Nœud de cette Planete immobile, le mouvement apparent qui en résulte se trouveroit entre ces differentes déterminations : ce qui pourroit donner lieu de conjecturer que le mouvement que l'on a apperçu jusqu'à présent dans les Nœuds des Orbites des Planetes n'est qu'apparent, produit de même que les Etoiles fixes par le mouvement de l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique ; & que les differences qu'on y a observées doivent être attribuées au défaut d'exactitude des observations que l'on a employées pour déterminer leurs situations.

Si cependant on juge, comme il y a bien de la vraisemblance, qu'il y ait quelque réalité dans ce mouvement, & que l'Orbite de la Terre n'en soit pas exempte, il suit que les Etoiles fixes doivent paroitre changer de latitude dans la succession de tems. Car soit *ABDC** le plan de l'équateur de la révolution du Soleil autour de son axe, dont le pole boréal est en *S* ; *ANCL*, le plan de l'Eclip-

* Fig. 2.

l'Ecliptique qui lui est incliné de $7^d \frac{1}{2}$, de maniere qu'il conserve toujours à son égard la même inclinaison avec un mouvement direct ou rétrograde, de telle quantité qu'on le jugera à propos; *E* le pole boréal de l'Ecliptique projetté sur le plan de l'équateur du Soleil, placé à la distance de $7^d \frac{1}{2}$ du point *S*. Le pole boréal de la révolution du Soleil répondant, comme on l'a marqué ci-dessus*, au 10e. degré des Poissons à l'égard du pole *E* de l'Ecliptique, le pole boréal de l'Ecliptique répondra au 10e. degré de la Vierge, & par la même raison, le Nœud boréal de l'Ecliptique sera au 10e. degré du Sagittaire, opposé au Nœud boréal de l'équateur du Soleil qui coupe l'Ecliptique au 10e. degré des Gémeaux.

Si l'on suppose présentement que ce Nœud ait rétrogradé d'un Signe par un mouvement qui lui est propre, le pole boréal de l'Ecliptique qui est toujours éloigné de 3 Signes de son Nœud aura aussi retrogradé d'un Signe, & répondra au point *F*, éloigné du point *E* de l'arc *EF*, de 30 degrés. Si donc l'on suppose une Etoile fixe placée d'abord en *E* au pole de l'Ecliptique; lorsque ce pole sera parvenu de *E* en *F*, elle en sera éloignée de l'arc *EF* qui mesure sur un grand cercle le complément de sa latitude qui ira en augmentant jusqu'à ce que ce pole, après avoir fait une demi-révolution, soit arrivé en *G* où il sera éloigné de l'Etoile fixe de 15 degrés d'un grand cercle, qui sont mesurés par le double de la distance *SE* du pole de l'Ecliptique au pole de l'équateur du Soleil, de la même maniere que dans le systême de Copernic, une Etoile placée dans le pole

pole du Monde, paroît s'en éloigner, par la succeſſion des tems, d'une quantité qui monte à 47 degrés, & eſt meſurée par le double de la diſtance du pole de l'Equinoctial au pole de l'Ecliptique.

On verroit les mêmes apparences dans une Etoile placée dans l'un des Nœuds de l'Ecliptique avec l'équateur du Soleil, comme en *A*, qui, lorſque le plan de l'Ecliptique auroit été tranſporté de *LAN* en *KBK*, à la diſtance d'un Signe, paroîtroit s'être éloignée d'une quantité *AI* proportionnée à l'inclinaiſon de l'Orbite de la Terre, que l'on trouvera être de 1ᵈ 52′ 30″ dans l'eſpace d'environ 2100 ans.

C'eſt conformément à cette hypotheſe, que Kepler * explique les variations que Tycho avoit obſervées dans les latitudes des Etoiles fixes, où il avoit remarqué que celles qui étoient placées vers le point du Solſtice d'Eté, étoient de ſon tems plus près du pole de l'Ecliptique que du tems de Timocharis & de Ptolémée; que les Méridionales qui répondoient au même point de l'Ecliptique s'en approchoient; que le contraire arrivoit vers le point du Solſtice d'Hiver, & qu'on ne trouvoit aucune difference ſenſible dans la latitude des Etoiles qui répondoient au point du Bélier & de la Balance. Il donne auſſi la raiſon des variations qu'il jugeoit avoir trouvées dans l'obliquité de l'Ecliptique, en ſuppoſant outre cela que l'axe de la révolution de la Terre a une inclinaiſon conſtante à

* *Liv. 7. p. 912.*

à l'égard de celui de la révolution du Soleil; c'est-à-dire, que le cercle ſur lequel le pole du Monde ſe meut à l'égard des Etoiles fixes, a pour centre le pole de la révolution du Soleil. En ſecond lieu, que le pole de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre ſe meut avec plus de vîteſſe contre la ſuite des Signes, que les poles de l'Equinoctial terreſtre.

Comme on ne connoiſſoit point encore la quantité de l'inclinaiſon de l'axe de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil, ni le lieu de ſes Nœuds, Kepler * détermina cette inclinaiſon de $1^{d} 47' 40''$, ce qu'il ne donne que comme des conjectures qu'il a déduites de diverſes raiſons de convenance; & ayant fixé une époque au tems de la création du Monde où cette obliquité étoit de 24^{d} 17' 40'', moyenne entre la plus grande & la plus petite, auquel tems les poles de la Terre étoient, ſelon lui, à égale diſtance du pole de l'équateur du Soleil & du pole de l'Ecliptique; il trouve que cette obliquité a dû diminuer, ce qu'elle continuera de faire juſqu'à ce qu'elle ſoit réduite à 22^{d} 30', après quoi elle augmentera juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenue à la quantité de 26^{d} 5' 20''.

A l'égard des Nœuds de l'Orbite de la Terre, il trouve † que celui qui étoit aſcendant répondoit vers le Signe du Capricorne, & le Nœud deſcendant vers le Signe de l'Ecreviſſe; que le terme boréal eſt vers le Bélier, l'auſtral vers la Balance, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup de celui que l'on trouve préſen-

* *Liv. 7. p. 917.* † *p. 915.*

ſentement par l'obſervation des Taches.

Pour nous qui connoiſſons plus préciſément que Kepler la quantité de l'inclinaiſon de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil & le lieu de ſes Nœuds, nous avons cru devoir examiner ſi ce qui réſulte du mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur de la révolution du Soleil, s'accorde aux obſervations des Etoiles fixes.

On conſiderera pour cet effet, que l'Orbite de la Terre étant emportée contre la ſuite des Signes de l'Orient vers l'Occident, autour des poles de l'équateur du Soleil, le pole *E* de l'Ecliptique, auſſi-bien que le pole *P* de l'Equinoctial de la Terre, conſervant entre eux la même ſituation, doivent ſe mouvoir dans le même ſens autour des poles de l'équateur du Soleil, ſans cependant avoir aucun mouvement apparent, parce qu'étant immobiles l'un à l'égard de l'autre, ils répondent toujours aux mêmes points du Zodiaque. A l'égard des Etoiles fixes, elles doivent toutes, ſans en excepter celles qui ſont aux poles de l'Ecliptique, paroître avoir un mouvement en ſens contraire, & d'une égale quantité, ſuivant la ſuite des Signes.

Ainſi, ſi l'on ſuppoſe le mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur du Soleil, égal préciſément à celui que l'on attribue aux Etoiles fixes, mais en ſens contraire; il n'eſt nullement néceſſaire d'attribuer d'autre mouvement à l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique, pour repréſenter leur mouvement en longitude dans l'eſpace de 25000 ans; mais on appercevra, comme on

on l'a remarqué ci-dessus, un mouvement dans leur latitude, different en differentes Etoiles, suivant la situation où elles se trouvent à l'égard des poles de l'Ecliptique, & qui, dans les mêmes Etoiles, sera tantôt plus prompt, tantôt plus lent, suivant qu'elles s'éloignent plus ou moins de l'intersection de l'Ecliptique avec l'équateur du Soleil.

Une Etoile, par exemple placée en *E* au pole de l'Ecliptique, à la distance de 23d 30' du pole *P* terrestre, & de 7d 30' du pole *S* de l'équateur du Soleil; lorsque le pole *E* de l'Ecliptique se sera avancé d'un degré de *E* en *O*, contre la suite des Signes, dans l'espace de 70 ans, paroîtra s'en être éloignée de l'arc *EO* qui mesure le complément de sa latitude, qui est d'un degré sur le petit cercle *EFG*, & que l'on trouvera de 7' 30" d'un grand cercle qui mesurera le complément de sa latitude, qui sera par conséquent de 89d 52' 30". Il en est de même de toute autre Etoile placée sur la ligne *EFC*, dont la longitude répond au 10e. degré des Gemeaux & du Sagittaire, à quelque distance qu'elle se trouve de l'Ecliptique. Car le pole *E* de l'Ecliptique, par son mouvement d'Orient en Occident, s'approchant de celles qui sont au 10e. degré des Gemeaux, & s'éloignant de celles qui se trouvent au 10e. degré du Sagittaire, suivant la même direction; on doit y appercevoir un mouvement en latitude sensiblement égal à celui du mouvement des poles de l'Ecliptique, qui, comme on l'a dit, est de 7' 30" en 70 ans.

On ne doit point appercevoir les mêmes varia-

variations dans les Etoiles placées dans les Signes de la Vierge ou des Poissons, comme en *H* & en *M*, pourvu qu'elles soient éloignées de plusieurs degrés du pole de l'Ecliptique. Car ce pole étant, par exemple, parvenu de *E* en *F*, la distance *FH* ou *FM* des Etoiles fixes à ce pole, qui mesure le complément de leur latitude, ne differe pas sensiblement de la distance *EH* ou *EM* de ces Etoiles au pole de l'Ecliptique lorsqu'il étoit en *E*. Dans les autres situations des Etoiles, entre le lieu des Nœuds de l'Ecliptique & des poles, on doit appercevoir des variations dans leur latitude, plus ou moins grandes, suivant que ces Etoiles s'éloignent plus ou moins de ces poles.

Ces variations des Etoiles en latitude ne sont pas les seules qui doivent résulter du mouvement des poles de l'Ecliptique autour de ceux de l'équateur du Soleil; il doit y en avoir aussi dans leur mouvement en longitude, à quoi il ne paroît pas que Kepler ait fait attention. Une Etoile, par exemple, placée au point *F*, fort près du pole de l'Ecliptique, & qui se trouve dans la ligne *EC* qui répond au 10e. degré des Gemeaux, lorsque ce pole se sera avancé de *E* vers *F*, paroîtra toujours répondre au même point du Zodiaque, & par conséquent n'aura point eu de mouvement sensible en longitude, pendant que ce pole aura parcouru un ou plusieurs degrés. On appercevroit des variations plus sensibles dans une Etoile placée près du pole de l'Ecliptique entre ce pole & celui de l'équateur du Soleil, comme en *T*; car pendant que

cette

cette Etoile paroîtroit ſe mouvoir de l'Occident vers l'Orient, autour des poles de l'équateur du Soleil de *T* vers *R*, les poles de l'Ecliptique ſe mouvant en ſens contraire de *E* vers *F*, elle paroîtroit avoir un mouvement contraire autour des poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident, dont la vîteſſe feroit d'autant plus grande que cette Etoile feroit plus près du pole de l'Ecliptique que de l'équateur du Soleil. Dans les autres Etoiles, on appercevroit une variation dans leur mouvement en longitude, ſuivant les differentes ſituations où elles ſe trouveroient à l'égard des poles de l'équateur du Soleil & de ceux de l'Ecliptique; de même que l'on en remarque dans les aſcenſions droites des Etoiles dont le mouvement ſurpaſſe, ou eſt moindre que celui de leur longitude, & ſe trouve quelquefois en ſens contraire dans les Etoiles ſituées entre les poles de l'Ecliptique & ceux de l'équateur terreſtre.

Voilà ce qui réſulte du mouvement des Nœuds de l'Orbite de la Terre égal en ſens contraire au mouvement apparent des Etoiles fixes.

Si l'on ſuppoſe avec Kepler, que le pole de l'Orbite de la Terre ſe meut avec plus de vîteſſe que les poles de la Terre dans un rapport qui eſt comme 4 à 3, ce qu'il employe pour expliquer la variation de l'obliquité de l'Ecliptique qui réſulte des obſervations anciennes comparées aux modernes, on trouvera à-peu-près les mêmes variations qui, dans certaines Etoiles fixes, peuvent ſe monter à $2^d\ 50'$ en latitude, pendant que d'autres au-

auroient toujours conſervé la même; ce que l'on ne peut point concilier avec les obſervations.

On ne doit donc point admettre cette hypotheſe, à moins de ſuppoſer que l'Orbite de la Terre ne ſe meut pas autour de l'équateur de la révolution du Soleil, mais autour d'un autre plan invariable quelconque, moins incliné à l'Ecliptique, à l'égard duquel les Orbites des autres Planetes feroient auſſi leurs révolutions; ce qui pourroit avoir quelque vraiſemblance, puiſque nous voyons que les Nœuds de la Lune ne ſe meuvent pas autour du plan de l'équateur que la Terre décrit par ſa révolution journaliere, mais autour du plan de l'Ecliptique qui en décline de plus de 23 degrés.

Cependant comme la Lune n'eſt qu'une Planete du ſecond ordre, dont les mouvemens ne doivent point être tirés à conſéquence pour ceux des Planetes qui font leurs révolutions immédiatement autour du Soleil; nous avons cherché s'il n'y avoit pas d'autre moyen d'expliquer les variations que l'on a pu appercevoir, tant dans la latitude des Etoiles fixes que dans l'obliquité de l'Ecliptique.

Nous ſuppoſerons pour cet effet, de même que dans le ſyſtême de Copernic, que l'axe de la Terre ſe meut autour des Poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident, mais avec une vîteſſe un peu moins grande que celle que l'on apperçoit dans le mouvement des Etoiles fixes, de ſorte que, par exemple, au-lieu d'un degré en 70 ans, cet axe employe 80 ans à le parcourir. Nous attri-

attribuons en même tems un mouvement dans le même ſens, c'eſt à-dire rétrograde, aux Nœuds de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur ſolaire, mais beaucoup plus lent, qui ſoit, par exemple, d'un degré en 600 ans, ou de 6'' par année.

Par ce mouvement, l'axe de l'Ecliptique ſera emporté autour des poles de la révolution du Soleil avec une vîteſſe égale qui ſera auſſi de 6'' par année ſur le petit cercle que cet axe décrit, dont le rayon eſt de 7^{d} 30'; réduiſant ce mouvement à un grand cercle, on aura 45''' pour la meſure du mouvement des poles de l'Ecliptique dans le cours d'une année, dont le pole boréal s'approcheroit des Etoiles fixes qui répondent au 10e. degré des Gemeaux, c'eſt-à-dire, du lieu du Nœud auſtral de l'Orbite de la Terre, pendant qu'il s'éloigneroit de la même quantité des Etoiles qui répondent au Nœud boréal qui eſt au 10e. degré des Poiſſons; ce qui paroît s'accorder à la remarque de Tycho, que les Etoiles boréales qui répondent au Signe de l'Ecreviſſe avoient augmenté de latitude depuis Ptolémée, au-lieu que celles qui répondent au Signe du Capricorne en avoient une moindre, pendant que les Etoiles qui ſont vers le commencement du Bélier ou de la Balance ont conſervé à-peu-près la même latitude qu'on y avoit obſervée.

A l'égard de la variation de l'obliquité de l'Ecliptique, il ſeroit néceſſaire pour l'expliquer, au cas que celle qui a été déterminée par Hipparque & Ptolémée fût exacte, de ſuppoſer que le pole de l'axe de la Terre n'a point

point participé au mouvement du pole de l'Ecliptique autour du pole de l'équateur du Soleil, & qu'ainſi il s'en eſt trouvé plus proche par la ſuite des tems.

Nous n'entreprendrons point ici de faire voir le rapport de cette hypotheſe avec les obſervations des Etoiles fixes faites en differens tems, nous nous contenterons de remarquer qu'il y en a beaucoup qui s'y accordent; mais comme il y en a auſſi d'autres, quoiqu'en beaucoup moindre quantité, qui s'en éloignent, on ne peut pas encore s'aſſûrer ſi ces differences ſont réelles, ou ſi l'on doit les attribuer au défaut d'exactitude des obſervations anciennes. Il nous ſuffira d'avoir remarqué ici les lieux où ces differences doivent être les plus ſenſibles, afin que les Aſtronomes ſoient attentifs à les obſerver; le mouvement des Etoiles fixes à l'égard deſquelles on détermine les lieux des Planetes, & l'obliquité de l'Ecliptique à laquelle il eſt néceſſaire de réduire les diſtances obſervées, en aſcenſion droite & en déclinaiſon, devant être conſidérés comme les principaux fondemens de l'Aſtronomie, dont il eſt néceſſaire de reconnoitre la ſituation, de même que la quantité de leur mouvement.

ANE-

Fig. 2.

M G D ♍ 10 N

ANEMOMETRE

Qui marque de lui-même sur le Papier, non-seulement les Vents qu'il a fait pendant les 24 heures, & à quelle heure chacun a commencé & fini, mais aussi leurs differentes vîtesses ou forces relatives.

Par M. D'ONS-EN-BRAY.

LA Navigation & les Moulins à vent nous procurent chaque jour des avantages très considérables, que nous devons aux moyens qu'on a imaginés de profiter de l'impulsion de l'Air, ou de la force du Vent, qui est un si puissant moteur, & qui ne nous coûte rien à entretenir. Nous tirerions encore de plus grands avantages de cette force, si nous la connoissions mieux; aussi ai-je cru qu'il seroit très utile de trouver des Machines qui nous missent en état de mesurer mieux la force relative du Vent qu'on ne l'a fait jusqu'ici, & qui pussent même nous conduire à connoitre sa force absolue.

Il n'étoit pas moins essentiel de connoitre toutes les variétés des Vents dans differens pays; aussi plusieurs Auteurs ont-ils écrit de leur origine & des causes de leurs variétés.

Le Chancelier Bacon, dans son Histoire des Vents, après avoir parlé de l'origine, des causes & des variétés des Vents, fait connoitre la néceffité d'avoir des observations dans diffe-

differens pays : mais il ne dit rien ſur les moyens dont on pourra ſe ſervir pour faire ces obſervations.

Le Capitaine Guillaume Dampier, Anglois, à la fin de ſon ſecond tome du Voyage autour du Monde, a donné un Traité des Vents qui regnent dans toute la Zone torride ; il eſt très utile pour les grandes Navigations.

Tout ce qu'on trouve, ſoit dans Rohault, ſoit dans M. Mariotte, ne ſont que des explications générales ſur la nature & les cauſes phyſiques de l'origine & des variétés des Vents.

En dernier lieu nous avons eu une Diſſertation ſur les cauſes & les variations des Vents par le P. Sarrabat, Jéſuite, qui a remporté le Prix à l'Académie de Bordeaux en 1730. Mais comme toutes ces réflexions ou Diſſertations ont eu pour objet principal la Théorie plutôt que la Pratique, qui n'en peut tirer qu'un léger avantage, j'ai cru n'en pouvoir mieux prouver la certitude, qu'en conſtruiſant cinq Machines differentes, dont chacune a des avantages particuliers dans l'uſage, pour ſervir de preuve à ce que nous propoſons.

La premiere, que nous nommons *Anémometre à levier*, fera connoitre la force relative du Vent. Nous parlerons dans ſa deſcription d'un Anémometre décrit par M. Wolf, & de celui que propoſa George Leutman.

La ſeconde, que nous appellons *Anémometre à fuſée*, fera connoitre la force abſolue du Vent.

Par la troiſieme Machine, qui eſt une eſpece

pece de Romaine, on pourra peser, pour ainsi dire, la force absolue du Vent, ou la force de son impulsion sur la surface d'un pied quarré.

La quatrieme est faite pour l'usage de la Navigation, afin de connoitre sur un Vaisseau la vîtesse ou la force du Vent sur les Voiles.

Nous réservons pour nos Assemblées particulieres la description & l'usage de ces quatre Machines, que le tems ne nous permet pas de donner, & qui nous ont procuré differens moyens pour nous confirmer & nous assurer de la précision de la cinquieme Machine qui fait l'objet de ce Mémoire.

Cet Anémometre, que nous nommons *Anémometre à Pendule*, est composé de deux parties qui sont menées par la roue des heures de la Pendule *A* placée entre les deux, & qui va 30 heures. Ce qu'il y a de plus singulier à cet Anémometre, c'est qu'on n'a pas besoin de se tenir auprès pour observer, & qu'on trouve marqué sur le papier tous les changemens qui sont arrivés, soit de direction, soit de vîtesse du Vent, l'heure de ces changemens, & la durée de chaque Vent. On verra, par exemple, à quelle heure un Vent a commencé à souffler, son nom ou sa direction, sa vîtesse relative, combien il aura continué, & combien il se sera passé de tems sans qu'il y ait eu de Vent. Enfin nous avons tâché de rendre cet Anémometre plus parfait & plus utile que tous ceux qu'on a proposés jusqu'ici, & tel, qu'il nous instruisît de tout ce que nous pouvons avoir besoin & envie de savoir par rapport aux Vents. Il

se placera dans une chambre ou un cabinet, où il fera ornement, sans qu'on soit obligé de le tenir à l'air.

DESCRIPTION.

L'Anémometre fait son effet par trois moteurs differens. Le permier est une Pendule ordinaire à secondes & à poids, placée au milieu, dont la roue des heures engraine dans les deux roues (1) & (2), dont l'une est à droite, & l'autre à gauche, par le moyen desquelles les deux cylindres ou bobines (3) & (24) à qui elles correspondent, font également deux tours par heure.

Le second moteur, qui est placé à droite, est une longue tige (4) qui perce le long du mur jusqu'au dessus du toit, portant une girouette (5), dont la grandeur doit être telle, qu'une petite force de Vent puisse faire tourner la tige; & il est important de choisir des endroits où la direction du Vent sur la girouette ne sera pas interrompue par des hauteurs plus grandes que celle de la girouette.

Cette tige entre par son bout d'en-bas dans un cylindre marqué (6), dont les bases ont un pouce & demi de diametre, & la hauteur ou longueur est de 5 à 6 pouces. Ce cylindre porte de haut en-bas 32 chevilles pour servir à marquer les 32 airs ou rumbs de Vent. Comme cette piece est importante, voici le détail de sa construction.

Nous avons divisé les circonférences des bases du cylindre (6) en 32 parties égales, de façon que les divisions de chaque base se ré-

répondent directement, & nous avons tiré d'un point à l'autre des lignes droites sur la surface du cylindre; cela fait, nous avons divisé toutes ces lignes ou la longueur du cylindre en 32 parties égales, par des cercles paralleles aux bases du cylindre.

Ayant choisi une de ces lignes droites pour 1re, on a marqué un point à son extrémité; l'intersection de la 2de ligne & du 1er cercle en descendant désigne le 2d point, celui de la 3me ligne & du 2d cercle dénote le 3me point, & ainsi des autres jusqu'au 32me point pour les 32 airs de Vent.

La suite de tous ces points forme sur la surface du cylindre une spirale ou helice (7) semblable à un pas de vis: ils sont percés d'un trou pour y loger un des bouts des chevilles, & pour en empêcher le dérangement.

Chaque cheville est fixée par le milieu au bout d'un petit ressort de 9 à 10 lignes de long, & ces ressorts sont arrêtés par deux vis sur la surface du cylindre. L'une de ces vis tient le bout du ressort fixe; & l'autre, en la vissant plus ou moins dans le cylindre, sert à régler la distance convenable dont l'autre bout de chaque cheville, destiné à servir de crayon, doit être écarté du cylindre pour pouvoir glisser & marquer sur le papier sans le déchirer.

Il y a derriere le cylindre (6) trois autres cylindres marqués (3) (8) & (9), ou bobines placées en forme de triangle entre les deux platines de la Machine *C*.

Une longue bande de papier, large de 5 à 6 pouces, & longue de 18 à 20 pieds, est

d'abord envelopée autour de la bobine verticale marquée (3), cette bande paſſe ſur le cylindre (8) pour être crayonnée par les pointes du cylindre (6) qui ſe préſentent, & va enſuite ſe rouler autour de la bobine (9).

Le tems qu'il faut pour que toute la bande de papier ſe déroule d'une bobine ſur l'autre eſt de 30 heures.

C'eſt le mouvement de la bobine (3) qui occaſionne le dévelopement du papier pour aller ſe rouler ſur la bobine (9). Ce mouvement eſt réglé par le renvoi d'un axe qui a une roue fixe à chaque bout, dont l'une marquée (1) qui a 16 dents, engraine à la roue des heures de la Pendule *A*, & l'autre marquée (10) qui a 32 dents, engraine à une roue (11) de 16 dents, qui eſt fixe à la bobine (3); par ce moyen cette bobine (3) fait deux tours par heure auſſi bien que la bobine (9), au haut de laquelle eſt une autre roue (12) qui engraine dans une roue de champ (13) avec une corde & un poids, pour tenir toujours le papier tendu.

Quoique les tours de la bobine (3) ſe faſſent en tems égaux, puiſqu'elle eſt menée par la roue des heures de la Pendule, chaque tour fournit cependant une longueur inégale de papier, ſuivant qu'il y en a plus ou moins autour de cette bobine.

Pour remédier à cet inconvénient qui nous ôteroit la connoiſſance de l'heure qu'a commencé un tel Vent, de ſa durée & de ſa fin, nous avons placé ſur la platine d'en-haut marquée *E*, un marteau qui eſt levé par un double limaçon attaché au bout de la bobine (3),

&

& qui frappe un coup tous les quarts d'heure contre une pointe qui fait un trou au haut du papier; ainsi on aura les longueurs parcourues par le papier en tems égaux, ou à chaque quart d'heure, qu'on pourra diviser en demi-quarts, & même en minutes, sans erreur sensible.

Usage de la Machine C.

Il faut en premier lieu orienter l'Anémometre, ou connoitre le rumb de Vent, vis-à-vis duquel il sera tourné. Supposons ici qu'il sera placé vis-à-vis de l'Ouest, alors la girouette regardant du côté de l'Est, comme si elle etoit poussée par un Vent d'Ouest, l'Aiguille du cadran à Vent *B*, marquera l'Ouest, & la premiere pointe à ressort du cylindre (6) touchera le papier; ainsi cette 1re. pointe dans ce cas sera celle qui marquera toujours l'Ouest sur le papier; & en général la 1re. pointe marquera toujours le rumb de Vent vis-à-vis duquel la Machine sera tournée: si elle étoit tournée au Nord, la 1re. pointe marqueroit le Nord.

La 2de. pointe marquera le rumb suivant, en allant de l'Ouest au Sud, ainsi de suite les autres pointes marqueront les autres airs de Vent dans le même ordre de haut en-bas ou de bas en-haut.

Une ou deux pointes frottent toujours contre le papier: ces pointes ne le déchirent pas, étant arrondies & polies par le bout, & n'appuyant contre qu'autant qu'on veut don-

ner de bande aux ressorts sur lesquels elles sont attachées.

A mesure que le papier se devide, la pointe qui le touche marque un trait en ligne droite ; & pour que le trait soit bien visible, il faut que le papier ait été frotté avec de la poudre de corne de Cerf calcinée & bien porphyrisée ; par ce moyen chaque trait sera semblable à un trait de crayon qu'on pourra effacer aisément, pour faire servir le papier plusieurs fois.

Cette façon de préparer le papier est fort avantageuse, nous la tenons de M. Winslow, & l'on peut s'en servir commodément pour des tablettes de poche.

La Machine étant disposée, comme on vient de l'expliquer, & étant mise en expérience, on trouvera, pour ainsi dire, en écrit sur le papier tout ce qui sera arrivé, l'heure & la durée de chaque Vent qui aura regné, & généralement toutes les variétés qui seront arrivées aux Vents pendant 30 heures.

Car 1°. le tems étant marqué sur le papier, comme nous avons dit, de quart d'heure en quart d'heure, on connoitra le moment qu'une telle pointe a commencé à marquer sur le papier, ou le commencement d'un tel Vent.

2°. La longueur du trait fait par une pointe sur le papier, marquera la durée de ce Vent.

3°. Si deux pointes ont marqué le papier en même tems, c'est signe que le Vent aura été entre ces deux quarts de rumb, en sorte que par-là on aura les demi-quarts de rumb,

ou

ou les Vents ſur les 64 diviſions de l'horizon.

4°. Si pluſieurs pointes ont marqué, le Vent aura ſauté pluſieurs rumbs.

5°. Si les Vents ont fait, comme l'on dit, le tour du Cadran, toutes les pointes auront marqué de ſuite, & on ſaura l'heure de tous ces changemens.

Pour trouver aiſément le nom du Vent correſpondant à chaque pointe, nous avons fait faire la règle (14), laquelle préſente 32 dents à même diſtance l'une de l'autre que celles qui forment les traits des 32 pointes; les noms des Vents ſont écrits vis-à-vis de chaque dent, en ſorte qu'il n'y a qu'à préſenter cette règle ſur le papier de haut en bas, pour ſavoir tout d'un coup le nom du Vent marqué ſur le papier: cette règle reſſemble aſſez à un peigne.

Pour trouver auſſi avec facilité la valeur des traits, & comme chaque trait qui marque la durée du Vent, commence & finit rarement aux points qui diſtinguent les quarts d'heure, & que les intervalles en ſont inégaux, nous avons fait faire une règle proportionnelle, pour pouvoir diviſer tout d'un coup en 15 minutes, les diſtances inégales des quarts d'heure: cette règle marquée (47) eſt faite en triangle iſoſcele, tronqué par une règle diviſée en 15 minutes, de même que la règle qui forme ſa baſe. Ces deux règles ſont paralleles, elles ont pour longueur les plus grandes & les plus petites diſtances que forment ſur le papier les points qui marquent les quarts d'heure, & nous avons tendu des ſoyes d'une diviſion à l'autre. Il eſt évident

que ces foyes diviferont tous les intervalles moyens entre le plus grand & le plus petit; ainfi avec cette règle, on connoitra à la minute près, le moment qu'un Vent quelconque a commencé & fini.

Il nous refte préfentement à donner la description du troifieme moteur & de fes effets fur la Machine *D*, pour connoitre la force & la vîteffe relative du Vent.

Ce moteur *F* qui tourne toujours du même fens, à tel Vent que ce foit, eft un Moulin horizontal, appellé communément *Moulin à la Polonoife*, & qu'on place fur le toit.

L'axe de ce Moulin eft affez long pour entrer dans le grenier, afin de tenir hors de pluye & de neige, un pignon qui eft au bout de cet axe.

Ce pignon marqué (15) qui a 21 ailes, engraine dans la roue (16) de 84 dents, dont l'arbre porte une vis fans fin (17) qui mène la roue (18) de 100 dents; ainfi le pignon porté par l'axe du Moulin fait 400 tours pour faire faire un tour à la roue de 100: l'axe de cette même roue de 100 porte une Aiguille qui marque le nombre des tours du Moulin depuis 1 jufqu'à 400, fur un Cadran fixe marqué (19). Nous avons auffi appliqué un limaçon (20) contre la roue (18) pour foulever le levier (21) qui retombe à chaque 400 tours du Moulin, dont nous verrons l'ufage ci-après fur la Machine *D* que nous allons décrire.

Cette Machine eft placée à gauche de la Pendule; elle eft en partie femblable à la Machine *C*, dont nous venons de donner la des-

deſcription; elle porte pareillement trois cylindres ou bobines.

Sur la premiere bobine à gauche, marquée (22) eſt roulée une bande de papier de 18 à 20 pieds de long, & large d'un pouce & demi: cette bande paſſe ſur la bobine (23) & vient ſe rouler ſur la bobine (24), allant, comme celle de la Machine *C*, de gauche à droite. Le tems que toute cette bande employe pour paſſer d'une bobine ſur l'autre, eſt de 30 heures; ce mouvement eſt réglé comme celui de la Machine *C*, par un renvoi d'un axe portant une roue à chaque bout, dont l'une qui a 16 dents, & marquée (2) engraine à la roue des heures de la Pendule, & l'autre (25) qui a 32 dents, mène la roue (26) de 16, & qui eſt fixe à la bobine 24, pour lui faire faire un tour par demi-heure.

L'axe de cette bobine eſt traverſé en-bas par une longue goupille marquée (27), laquelle en tournant lève à chaque demi-tour, ou à tous les quarts de tours, un pointeau (28) par la queue qui eſt en plan incliné, lequel venant à tomber dès que la goupille quitte la queue du pointeau, marque un point au bas de la bande de papier tous les quarts d'heure: par ce moyen, le papier ſe trouve diviſé en tems égaux, par des points de quart d'heure en quart d'heure, & à diſtance pareille que ſur le papier de la Machine *C*.

Le levier (21) qui eſt placé vers le Moulin, & dont nous venons de parler, ſouleve par un cordon ou un fil de léton, un petit marteau (29); & comme ce levier retombe lorſque le limaçon (20) qui le ſouleve a fait

ſon tour, ce qui arrive, comme nous avons dit, à chaque 400 tours du Moulin, ce marteau en tombant, frappe ſur un pointeau (30) qui marque un point au haut de la bande de papier; ainſi le nombre des tours du Moulin eſt marqué au haut du papier par des points de 400 en 400 tours, & au-deſſous chaque quart d'heure étant auſſi marqué par un point, il ſera aiſé de connoitre par le plus ou le moins de points qu'il y aura au haut de la bande de papier, d'un quart d'heure à l'autre, combien de fois le Moulin aura fait 400 tours, & par la diſtance d'un point à l'autre, on ſaura,

1°. Si la force ou vîteſſe relative du Vent a été égale.

2°. Un plus grand nombre de points dans l'eſpace qui marque un quart d'heure, dénote que plus il y en aura, plus le Vent a eu de force.

3°. Comme il y a toujours une des pointes du cylindre (6) qui crayonne le papier de la Machine *C*, ſoit qu'il faſſe Vent, ou qu'il n'en faſſe point du tout; on regardera le trait comme nul pendant tous les quarts d'heure, ou pendant le tems qu'il n'y aura pas de points marqués au haut de la petite bande de papier de la Machine *D*.

Une force ou vîteſſe de Vent quelconque ne pouvant ſe déterminer que par un nombre d'expériences ſuivies & réitérées, quoique nous en ayons déja fait une quantité, nous nous propoſons de les continuer pour nous en aſſurer davantage, & nous les donnerons avec la deſcription des autres Anémometres

dont

dont nous avons fait mention au commencement de ce Mémoire.

Avant que de finir, je dois observer qu'il est à propos d'avoir deux Machines pareilles à celles marquées *C* & *D*, afin d'en avoir toujours deux prêtes & garnies de leurs papiers, pour les substituer aux deux autres que l'on ôtera au bout de 24 heures, quand on remontera la Pendule. Il faudra aussi avoir soin de marquer au commencement de chaque papier, l'heure qu'il est à la Pendule, pour trouver, en comparant les deux papiers, toutes les variétés ou tous les changemens de direction, de durée & de vîtesse relative de Vents, dont on fera un Etat ou un Journal, comme les Papiers journaux des Pilotes.

On marquera, par exemple, sur une 1re. colomne les heures du jour, dans la 2de. colomne les noms des Vents qui auront regné, dans la 3me leur durée, dans la 4me le nombre des tours du Moulin, pour avoir les vîtesses relatives, &c.

On pourra joindre à ces observations, celles du Barometre sur la pesanteur de l'air, & même celles sur la température de l'air, en chaud & en froid, en sec & en humide, par le Thermometre & l'Hygrometre.

Les Physiciens savent les relations que toutes ces choses ont entre elles, & combien, pour ainsi dire, elles sont dépendantes les unes des autres.

Des observations faites en differens pays, & sur-tout dans les Ports de Mer, seront très avantageuses : on sera en état de faire l'his-

toire des Vents, de comparer les Vents de Terre aux Vents de Mer, ce qui pourra influer ſur la Navigation; & peut-être pourra-t-il réſulter de toutes ces obſervations, des lumieres & des idées plus certaines, pour connoitre la cauſe & l'origine des Vents & des autres Météores.

NOMS des Pieces qui compoſent l'Anémometre à Pendule.

A, PENDULE ordinaire à heure, minute & ſeconde.

B, CADRAN à Vent.

C, MACHINE à droite de la Pendule, pour connoitre la direction & la durée du Vent.

D, MACHINE à gauche de la Pendule, pour connoitre la force relative du Vent.

E, PLATINE ſupérieure de la Machine *C*.

F, MOULIN à Vent horizontal.

1 & 2, ROUES de 16 dents chacune, menées à droite & à gauche par la roue des heures.

3, CYLINDRE ou Bobine menée par la roue 1.

4, LONGUE TIGE qui va le long du mur gagner le toit, & qui porte par le haut la girouette 5, & par le bas le cylindre 6.

5, GIROUETTE.

6, CYLINDRE qui porte les 32 chevilles,

villes, pour marquer sur le papier les 32 airs de Vent.

7, HELICE ou Spirale formée par les 32 chevilles sur le cylindre 6.

8 & 9, CYLINDRES ou Bobines sur lesquelles passe & roule le papier de la Machine *C*.

10, ROUE de 32 dents sur le même axe que la roue 1, qui engraine à la roue 11 de 16 dents.

11, ROUE de 16 dents fixe à la bobine 3.

12, ROUE FIXE au-haut de la bobine 9.

13, ROUE DE CHAMP menée par la roue 12.

14, REGLE ou Peigne, pour connoitre tout d'un coup le nom du Vent.

15, PIGNON de 21 ailes fixe à l'axe du Moulin.

16, ROUE de 84 dents menée par le pignon 15.

17, VIS SANS FIN sur l'axe de la roue 16.

18, ROUE de 100 dents menée par la vis sans fin.

19, CADRAN fixe divisé en 400.

20, LIMAÇON sur la roue 18.

21, LEVIER soulevé par le limaçon 20.

22, PREMIERE BOBINE à gauche de la Machine *D*, sur laquelle est d'abord roulée la petite bande de papier.

23, BOBINE du milieu sur laquelle passe le papier.

24, BOBINE sur laquelle la petite bande de papier s'envelope.

25, ROUE de 32 dents, fixe sur le même

me axe de la roue 2, qui est menée par la roue des heures.

26, ROUE de 16 dents, fixe sur la bobine 24.

27, GOUPILLE qui fait lever le pointeau à queue 28.

28, POINTEAU à queue en plan incliné.

29, MARTEAU qui frappe à chaque 400 tours du Moulin.

30, POINTEAU qui sert à marquer au haut de la petite bande de papier, un point à chaque 400.

31, COULISSES avec des vis, pour faire avancer ou reculer les cylindres 8 & 24.

32, POINTEAU de la Machine *C*.

33, AIGUILLES portées par les cylindres 3 & 24, lesquelles marquent les minutes sur les cadrans 34.

34, CADRANS divisés en minutes.

35, DOUBLE LIMAÇON porté par le cylindre 3, pour faire battre le marteau 36 à chaque quart d'heure.

36, MARTEAU qui frappe son coup à chaque quart d'heure.

37, FUSE'ES sur lesquelles s'envelopent les cordes qui soutiennent les poids pour tenir les papiers tendus.

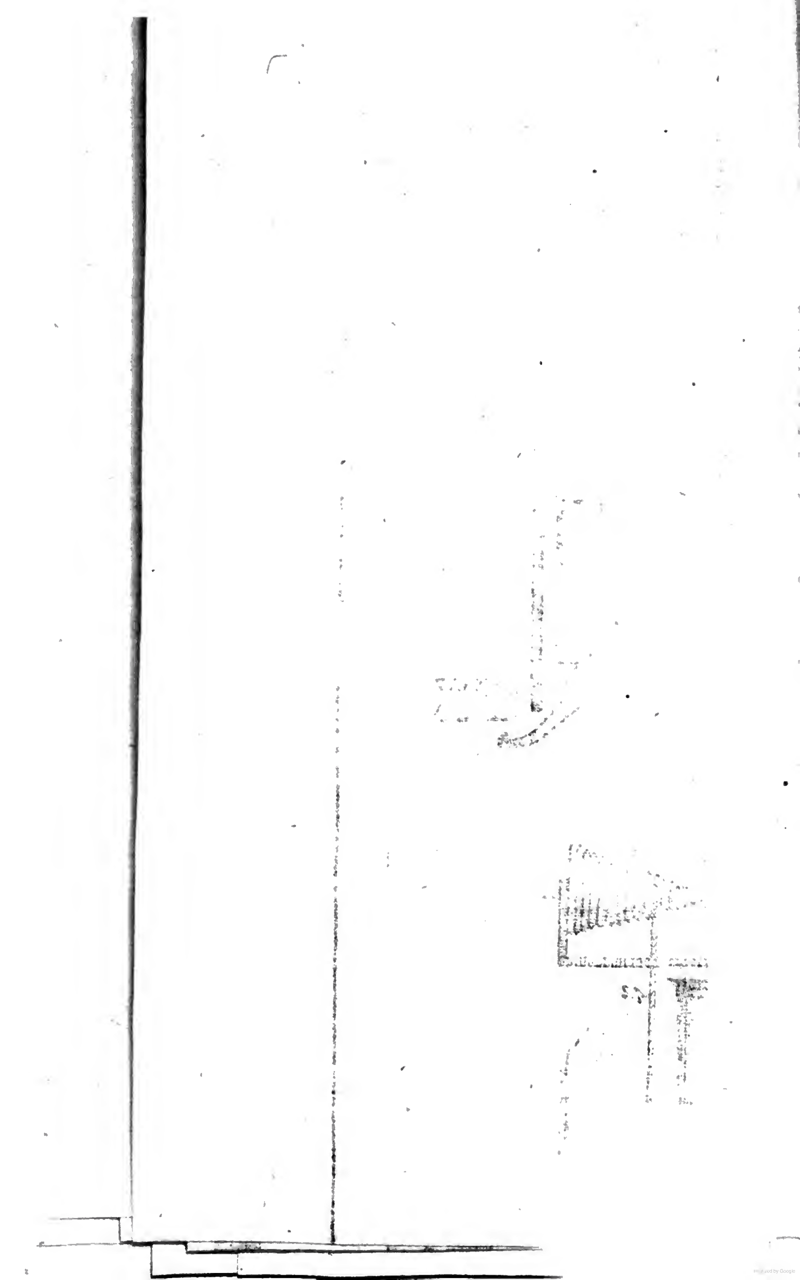
38, POIDS.

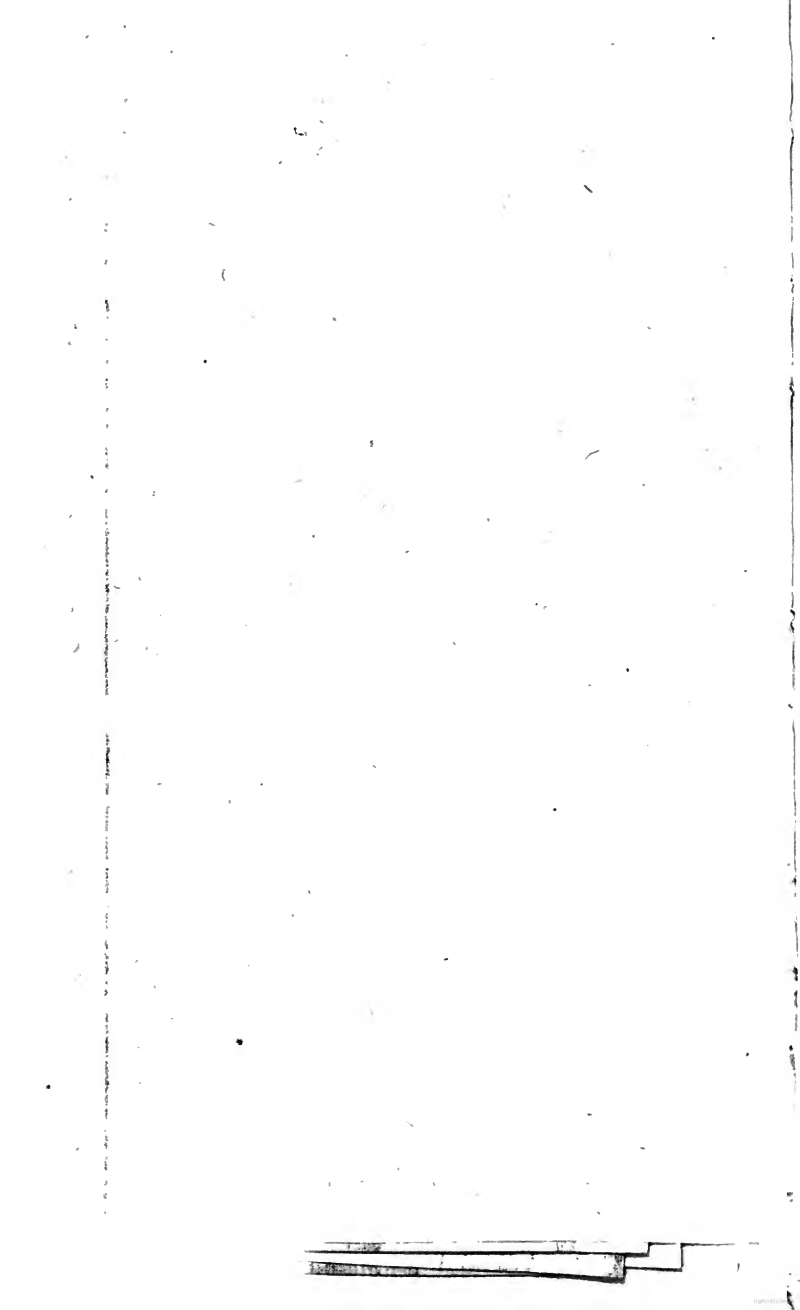
39, PLATINE supérieure de la Machine *D*.

40, PIGNON au-haut de la bobine 22, qui engraine dans la roue de champ 41, fixe sur l'axe de la fusée 37.

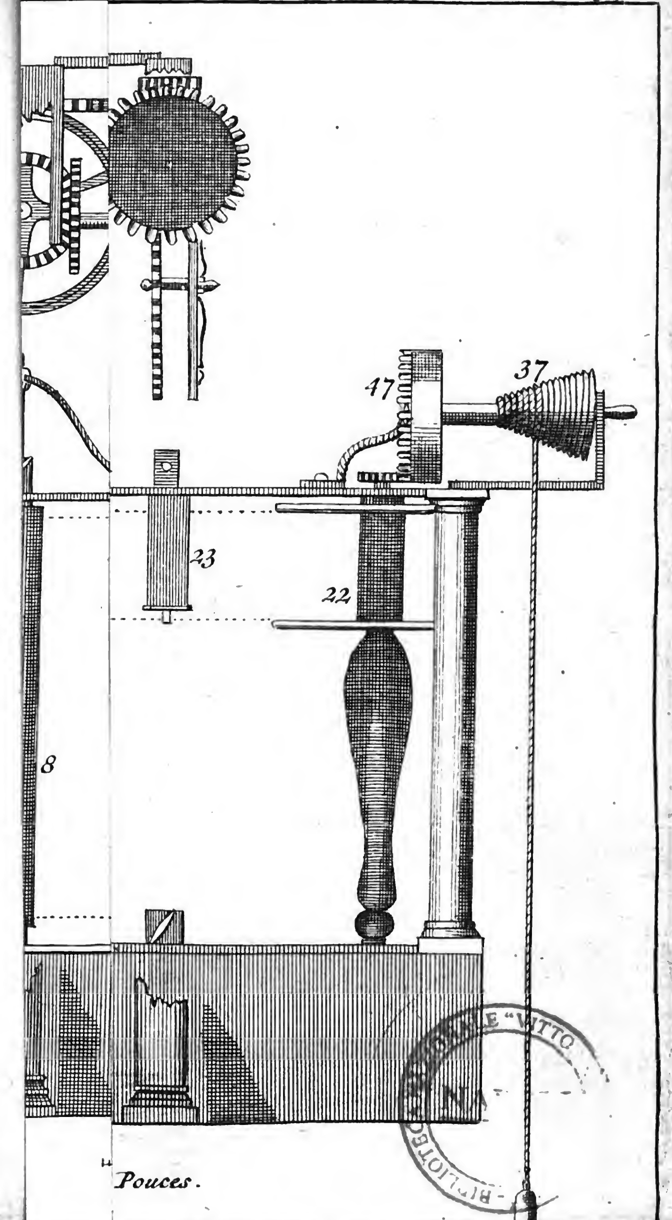
41, ROUE DE CHAMP.

42, COR-





5


47
37
23
22
8
Pouces.

17

25

50

21

18

150

100

19

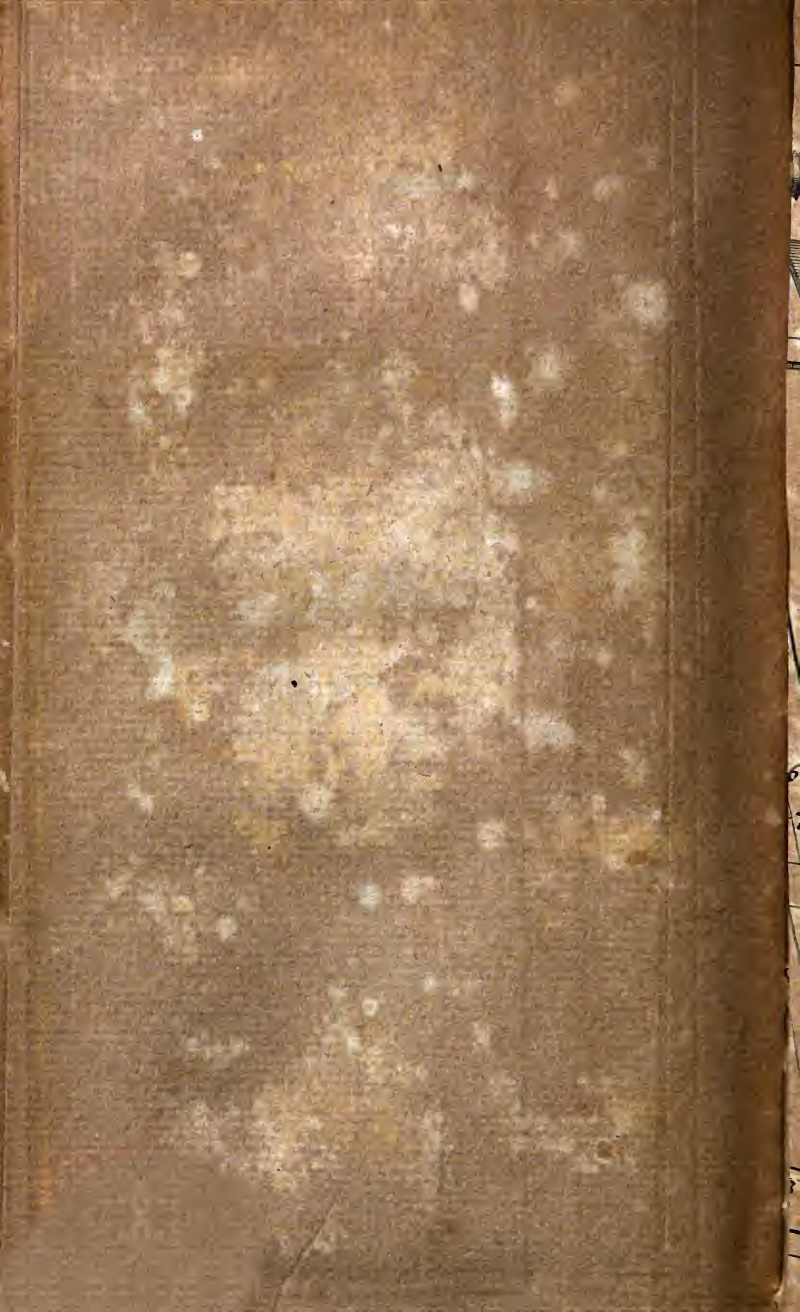
6

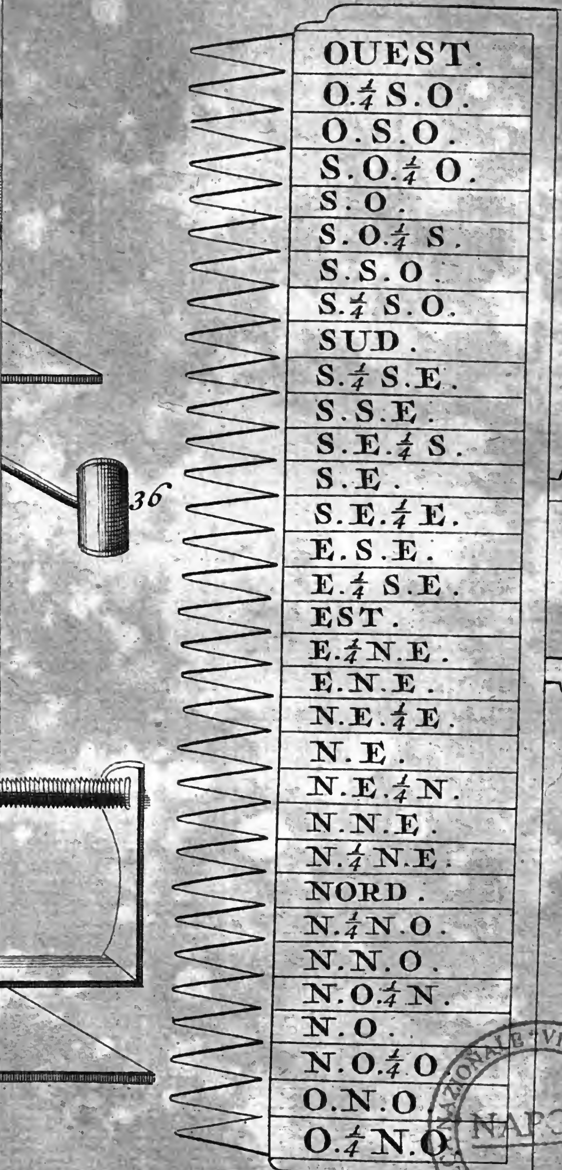
6

5

6

7 Pouces




OUEST.
O.¼ S.O.
O.S.O.
S.O.¼ O.
S.O.
S.O.¼ S.
S.S.O.
S.¼ S.O.
SUD.
S.¼ S.E.
S.S.E.
S.E.¼ S.
S.E.
S.E.¼ E.
E.S.E.
E.¼ S.E.
EST.
E.¼ N.E.
E.N.E.
N.E.¼ E.
N.E.
N.E.¼ N.
N.N.E.
N.¼ N.E.
NORD.
N.¼ N.O.
N.N.O.
N.O.¼ N.
N.O.
N.O.¼ O.
O.N.O.
O.¼ N.O.
36
6
7

42, CORDES qui tiennent le papier tendu, au moyen des poids.

43, REGLE proportionnelle pour connoitre les minutes de la durée des Vents.

44, ROUES de 30 dents fixes au bas des bobines 3 & 24, pour tenir les papiers en état ſur les Machines de rechange, par le moyen d'un verrou.

DE LA FISTULE LACRYMALE.

Par M. PETIT. *

JE diviſe ce Mémoire en trois Parties. Dans la premiere je traite ſuccintement de l'uſage des Larmes ou de la liqueur lacrymale, & des parties qui la filtrent, qui la répandent, qui la raſſemblent, & qui la conduiſent dans le Nez. Dans la ſeconde Partie, je tâche de découvrir en quoi la ſtructure de ces organes ſe trouve changée, lorſqu'il ſurvient fiſtule; & dans la troiſieme, je propoſe la maniere de guérir cette maladie, par le moyen d'une opération qui m'eſt particuliere, & qui m'a toujours réuſſi.

PREMIERE PARTIE.

Tout le monde ſait que le principal uſage de la liqueur lacrymale eſt de mouiller le globe de l'œil & les paupieres, pour faciliter le

* 20 Fevrier 1734.

le mouvement de ces parties. La glande * *E*, qui filtre cette liqueur, eſt placée entre la partie ſupérieure du globe de l'œil & la voûte de l'orbite. En conſéquence de cette ſituation, chaque fois que l'œil ſe meut, cette glande eſt légerement comprimée, les larmes en découlent par pluſieurs petits conduits, & l'œil eſt mouillé. C'eſt ainſi que le mouvement de l'œil favoriſe l'écoulement des larmes, & que les larmes, en s'écoulant, facilitent le mouvement de l'œil.

Les conduits excréteurs de la glande lacrymale étant placés ſous la paupiere ſupérieure, les larmes qui en découlent, mouillent d'abord la partie ſupérieure, & enſuite, par leur pente naturelle, elles ſe répandent univerſellement ſur tout le reſte du globe; mais comme l'œil eſt ſphérique, & que le cartilage des paupieres eſt arrondi par le bord qui touche le globe de l'œil, l'angle qui réſulte de cet attouchement forme une gouttiere à chaque paupiere, & ces gouttieres † *F*, *F*, conduiſent les larmes vers le grand angle de l'œil. Les larmes peuvent même s'amaſſer en aſſez grande quantité dans ces gouttieres, ſans qu'il s'en répande, parce que le bord extérieur des paupieres eſt enduit d'une humeur graſſe, qu'on nomme Chaſſie; & l'on ſait que dans un verre gras, on peut mettre de l'eau beaucoup au-deſſus des bords, ſans qu'il s'en répande.

Quand les paupieres ſont ouvertes, & qu'il coule beaucoup de larmes, il en deſcend par gout-

* Fig. 2. † Fig. 1.

gouttes de la paupiere ſupérieure à l'inférieure, ce qui forme ſur la ſurface de l'œil autant de ruiſſeaux; mais quoique ces differens ruiſſeaux de larmes ſoient aſſez près pour ſe toucher en s'épanouïſſant en nape, le milieu de chacun de ces ruiſſeaux en nape, étant plus épais que ſes bords, la nape totale qui en réſulte ne feroit point d'égale épaiſſeur par-tout, ſi la paupiere à chaque inſtant ne s'abbaiſſoit, & ne ſe relevoit ſubitement. Ces mouvemens preſque imperceptibles étendent uniformément les larmes, & rendent la nape totale plus unie, de façon que les rayons viſuels n'en ſouffrent point de réfraction inégale.

Pendant le ſommeil, ou quand les paupieres ſont fermées, comme leur bord interne eſt arrondi, elles ne ſe touchent que par leur bord extérieur; alors la gouttiere de la paupiere ſupérieure & celle de l'inférieure ſe touchent, & n'en font qu'une, qui eſt plus grande, & qui, appuyée ſur le globe de l'œil, fait avec ce globe un canal triangulaire, par lequel les larmes coulent de l'angle externe vers l'angle interne. C'eſt là que les larmes forment une eſpece de lac, en rempliſſant l'eſpace qui ſe trouve entre l'angle interne des paupieres & le globe de l'œil; car l'angle interne des paupieres eſt éloigné du globe de l'œil, de plus de deux lignes. C'eſt cette diſtance qui fait la longueur du lac * *GI*, où s'aſſemblent les larmes. Au bord interne de cet eſpace s'éleve un monticule charnu *H*, par-

* Fig. 1.

par-dessus lequel passent les paupieres, lorsqu'elles se ferment. Ce monticule charnu, ou cette caroncule, tient les paupieres soulevées, & empêche qu'en se fermant, elles ne s'approchent du globe, de sorte qu'en cet endroit il reste un espace entre les paupieres & le globe; & cet espace, que remplissent les larmes, fait la profondeur du lac, qui est mesurée par l'élévation de la caroncule. Dans ce lac sont, pour ainsi dire, plongées deux petites ouvertures *A A*, qui sont percées au sommet de deux petits monticules qu'on remarque au grand angle des paupieres, l'un au bord de la paupiere supérieure, & l'autre au bord de la paupiere inférieure. Ces ouvertures nommées Points Lacrymaux, sont les embouchures de deux petits canaux qui s'unissent, & ne forment plus qu'un canal *B*, lequel va s'ouvrir dans le sac lacrymal *C*. Ce sac devient plus étroit, & formant ce qu'on nomme le canal nazal *D*, se prolonge dans le nez, où il dépose les larmes que les points lacrymaux ont pompées dans le lac, où les gouttieres des paupieres les ont conduites.

Les points lacrymaux sont toujours ouverts, parce qu'ils sont cartilagineux; s'ils étoient membraneux, la moindre compression les affaisseroit, & ils ne seroient pas toujours dans l'état où il convient qu'ils soient, pour recevoir continuellement les larmes, à mesure qu'elles s'assemblent au lac lacrymal. De plus, ces ouvertures sont naturellement tournées du côté de l'oeil, & elles s'y tournent encore davantage, lorsque nous fermons l'oeil; de

de maniere qu'elles ne ſont point bouchées par l'approche des paupieres.

Quand l'œil eſt fermé, le point lacrymal ſupérieur & l'inférieur ſe touchent, mais ſans ſe boucher l'un l'autre, parce qu'ils ne ſe touchent que par la portion qui regarde le bord externe des paupieres. Chacun des points lacrymaux ſe trouve ainſi ouvert à l'extrémité de la gouttiere de la paupiere dans laquelle il eſt percé, & tous deux ſont plongés dans la gouttiere commune, à l'endroit où elle s'élargit pour former le lac.

Après tout ce qui a été dit, on conçoit bien que, pendant que les yeux ſont fermés, la gouttiere commune que forme l'approche des papieres, le lac qui ſe trouve à ſon extrémité interne, & tout l'eſpace qu'il y a entre les paupieres & le globe de l'œil, ſont un lac commun occupé par les larmes, qui coulent continuellement de la glande lacrymale, & qui ſe dégorgent par les points lacrymaux dans le ſac lacrymal & dans le nez.

Pour connoitre quelles ſont les forces qui pouſſent ainſi les larmes dans nez, je commence par ſuppoſer les points lacrymaux bouchés, pendant que l'œil eſt fermé, & je demande ce qui doit arriver, ſi les larmes coulent toujours entre l'œil & les paupieres. Dans ce cas, les larmes ne pouvant ſe dégorger dans le nez, ouvriront les paupieres, & tomberont ſur la joue, ſi l'action des muſcles & l'adhéſion des paupieres ne ſont pas capables de leur réſiſter: or l'on ſait que l'action des muſcles tient les paupieres rapprochées, & que de plus elles ſont collées l'une

à

à l'autre par la chassie, qui regne sur le bord par lequel elles se touchent; par conséquent, tant que les muscles & cette adhésion seront capables de résister, les larmes rempliront les paupieres, les souleveront, & les écarteront du globe de l'œil sans les ouvrir. Si l'interruption du cours des larmes par les points lacrymaux continue, à la fin les larmes forceront l'adhésion des paupieres, & se répandront sur la joue: mais si, dans le tems même que l'action des muscles & l'adhésion des paupieres sont près de céder à l'effort des larmes, les points lacrymaux viennent à s'ouvrir, alors les larmes ayant leur cours libre par le nez, les paupieres ne seront point forcées de s'ouvrir; au contraire elles pousseront les larmes dans les points lacrymaux, avec toute la force d'un ressort qui se débande.

Ces suppositions ne sont pas inutiles, puisqu'elles font voir que l'action des paupieres peut, au moins dans certains cas, avoir quelque part au passage des larmes par les points lacrymaux: ainsi les paupieres étant fermées, ont avec les larmes action & réaction, c'est-à-dire, que les larmes peuvent soulever les paupieres, & que le ressort des paupieres peut pousser les larmes. Quoiqu'il semble que les paupieres ne peuvent avoir cet usage que pendant le sommeil, cependant si l'on observe bien le mouvement presque imperceptible que font à chaque instant les paupieres; mouvement auquel j'ai déja donné pour usage d'égaliser & d'applanir les larmes sur la surface du globe; si, dis-je, on observe ce mouvement, on remarquera qu'il n'est pas toujours

jours complet, c'eſt-à-dire, que toutes les fois qu'il ſe fait, les paupieres ne ſe touchent pas exactement; mais que le plus ſouvent elles ſe touchent auſſi parfaitement que pendant le plus profond ſommeil. Il eſt vrai que cet attouchement ne dure qu'un inſtant; mais il dure aſſez pour rapprocher les gouttieres, comprimer les larmes, & les pouſſer dans les points lacrymaux.

Ce mouvement des paupieres eſt ſi ſubit, que quoiqu'on le faſſe pluſieurs fois pendant la lecture d'un feuillet, cette lecture n'en eſt point interrompue. Ce mouvement eſt plus fréquent dans ceux qui ont l'œil larmoyant, que dans les autres; & tout le monde eſt obligé machinalement de le faire avec plus de force, & de lui donner plus de durée, toutes les fois que l'abondance des larmes excite une certaine ſenſation qui occaſionne ce mouvement; mouvement auquel on ne fait preſque point d'attention, quoiqu'on puiſſe l'obſerver à chaque inſtant, tant ſur ſoi que ſur les autres.

La ſeconde cauſe du paſſage des larmes, & celle que je regarde comme la principale, c'eſt la diſpoſition des points lacrymaux, du ſac lacrymal, & du canal qui s'ouvre dans le nez.

Il ne faut que jetter les yeux ſur la figure 3, qui repréſente les points lacrymaux *A A*, leur conduit commun *B*, le ſac lacrymal *C*, & le canal nazal *D*. Toutes ces parties ſont une même continuité de canal, qui, par ſa figure & ſon uſage, mérite le nom de *Siphon*, & je le nommerai dorénavant le *Siphon lacrymal*. Deux choſes ſont eſſentielles à ce ſiphon, pour

pour qu'il pompe les larmes : la premiere, qu'il soit plein du fluide : & la seconde, que la branche qui trempe dans le fluide, soit plus haute que celle qui le dépose. Soit *A A B* la branche la plus haute du siphon, dont les ouvertures *A A* sont plongées dans le lac lacrymal ; & *B C D*, la branche la plus basse qui s'ouvre dans le nez : je dis que ce siphon étant une fois plein de larmes, & les ouvertures *A A* toujours présentes au fluide du lac lacrymal, les larmes couleront sans interruption de la branche la plus haute dans la plus basse ; & cela suffit pour que les larmes coulent continuellement dans le nez.

J'ajoute, que comme il y a une liqueur muceuse, qui mouille toujours la membrane du nez, il y a lieu de croire que l'adhésion des larmes avec ce mucus, doit encore favoriser leur écoulement.

J'aurois encore bien des choses à dire sur l'écoulement des larmes, si je l'examinois dans toutes les attitudes differentes où les yeux peuvent se trouver ; mais comme ces recherches curieuses ne sont présentement d'aucune utilité à mon sujet, je passe à la seconde Partie de ce Mémoire.

SECONDE PARTIE.

En quoi les Organes qui servent à l'écoulement des larmes sont changés, lorsqu'ils sont attaqués de la Fistule lacrymale.

J'appelle Fistule, tout ulcere dont l'entrée est étroite & le fond large, dont les bords & les

les environs ſont durs & calleux. La fiſtule lacrymale eſt un ulcere de cette eſpece, qui attaque le ſiphon lacrymal, & qui l'ayant percé, permet aux larmes de ſe répandre ſur la joue. Quoique cette deſcription ne puiſſe convenir qu'à la fiſtule lacrymale, on appelle cependant de ce nom, deux autres maladies bien differentes, dont l'une eſt à la vérité lacrymale, mais elle n'eſt point fiſtule; & l'autre eſt fiſtule, mais elle n'eſt point lacrymale.

La premiere eſt une petite tumeur, qui s'éleve au-deſſus du bord de l'orbite, entre l'angle interne des paupieres & la racine du nez. Cette tumeur eſt pour l'ordinaire une ſuite de l'obſtruction du ſiphon lacrymal du côté du nez; les larmes que les points lacrymaux y conduiſent ne pouvant s'écouler dans le nez, s'accumulent & font effort pour dilater ce ſiphon; mais parce que la partie étroite & baſſe du ſiphon eſt renfermée dans un canal oſſeux, elle réſiſte, & tout l'effort que font les larmes, ſe paſſe ſur la partie large appellée ſac. Ce ſac n'a que ſa moitié interne renfermée dans une gouttiere oſſeuſe; l'autre moitié, qui n'eſt couverte que de membranes, obéit & céde à l'effort des larmes, qui, en s'accumulant en ce lieu, le dilatent, l'étendent, & le pouſſent au dehors. Quand on comprime cette tumeur, elle diſparoît, parce que cette compreſſion oblige les larmes renfermées dans la tumeur, de repaſſer dans le grand coin de l'œil par les points lacrymaux; mais quelque tems après elle reparoît, à meſure qu'il rentre des larmes à la

 place

place de celles que l'on a obligé de ſortir.

Quoique cette maladie ne ſoit, à proprement parler, qu'une retention de larmes, qu'elle ne ſoit le plus ſouvent accompagnée ni d'ulcération, ni de dureté, ni de callosité, on lui a cependant donné le nom de Fistule lacrymale ; peut-être parce qu'elle eſt ſouvent la cauſe de cette fiſtule ; peut-être auſſi parce que, lorſqu'on a donné ce nom à cette maladie, ne connoiſſant pas encore les points lacrymaux, on a pris pour un trou fiſtuleux, celle de ces ouvertures naturelles par laquelle on voyoit ſortir la matiere, à meſure que l'on preſſoit la tumeur. Ce qui pouvoit d'autant mieux tromper, c'eſt que ſouvent il ſort avec les larmes une matiere blanche aſſez ſemblable à du pus, ce qui n'eſt cependant que des larmes qui ont ſéjourné ; & l'on voit même ſortir du pus bien formé, dans celles de ces tumeurs auxquelles il eſt ſurvenu inflammation. Cette maladie, qui n'eſt point fiſtule lacrymale, doit être nommée *Retention de larmes*, & l'on ne peut lui refuſer ce nom, ſi l'on fait attention au rapport qu'elle a avec la retention d'urine. En effet, les points lacrymaux dépoſent les larmes dans le ſac lacrymal, comme les ureteres dépoſent les urines dans la veſſie. Le canal nazal conduit les larmes dans le nez, comme l'uretre conduit les urines au dehors. L'obſtruction de celui-ci eſt cauſe de la retention des urines dans la veſſie ; & l'obſtruction du conduit nazal, qui empêche les larmes de couler dans le nez, les retient dans le ſac lacrymal.

Dans

Dans la premiere Partie de ce Mémoire, j'ai regardé l'action des paupieres comme une des causes qui obligent les larmes à couler dans les points lacrymaux; si l'on pouvoit douter de cette vérité, on en trouveroit une preuve bien sensible dans la retention des larmes. En effet, on ne peut pas nier que dans cette maladie, les larmes n'entrent dans le sac lacrymal; & l'on ne peut pas dire qu'elles y entrent par le méchanisme du siphon lacrymal, puisque ce siphon est bouché: mais comme l'action des paupieres est, dans ce cas, l'unique cause capable de déterminer les larmes à entrer dans les conduits lacrymaux, il en faut nécessairement conclurre que l'action des paupieres est réellement une des causes qui poussent les larmes par les points lacrymaux & dans le sac lacrymal.

L'écoulement des larmes ne se faisant plus du côté du nez, ce sac en est rempli, & par la suite il est si considérablement dilaté, qu'il forme cette tumeur lacrymale du grand angle, que j'ai dit être mal-à-propos nommée Fistule lacrymale. Ce qu'il y a de particulier, c'est que la force avec laquelle les paupieres poussent les larmes, & qui paroît peu de chose, soit cependant capable de dilater le sac lacrymal, & de forcer son ressort jusqu'à le percer & le rompre. On seroit étonné de ce fait, si l'on ne savoit que les fluides qui sont poussés par une petite ouverture dans un lieu spacieux, comme dans une vessie, agissent sur chaque partie de cette vessie égale à l'ouverture, avec la même force qui pousse le fluide dans cette ouverture; de

forte que si le fluide qui entre a un degré de force, & que la surface de la vessie ait 1000 parties égales à l'ouverture, la vessie sera dilatée par 1000 degrés de force, quoique la liqueur ne soit poussée que par un degré. Ainsi la force, avec laquelle les larmes sont poussées dans les points lacrymaux, sera à celle par laquelle le sac est dilaté, comme le diametre des points lacrymaux est à la capacité du sac.

Pour que la tumeur causée par la retention des larmes, telle que je viens de la décrire, se change en fistule lacrymale, il faut qu'elle dégénere en ulcere, & que les bords de cet ulcere, & même les environs, durcissent & deviennent calleux. Souvent toutes ces choses se suivent si promptement, qu'on n'a pas le tems d'appercevoir l'ordre de leurs successions; mais il est des cas dans lesquels la lenteur a permis de les examiner. Comme mon dessein n'est pas de traiter à fond cette matiere, je me contenterai de rapporter l'ordre ordinaire des principaux changemens.

Les larmes retenues font une tumeur, qui, dans certaines personnes, subsiste pendant plusieurs années, sans leur causer d'autre incommodité que le larmoyement. Ceux qui sont affligés de cette tumeur, sont obligés de la presser plusieurs fois par jour, & elle diminue à proportion de la quantité de l'humeur qui sort par les points lacrymaux. Dans l'espece dont il s'agit, s'il ne sort que des larmes, c'est lorsqu'elles sont douces & sans salure; ce qui fait qu'elles séjournent sans fermenter, & sans causer de douleur, ni

d'in-

d'inflammation. D'ailleurs le sac souvent vuidé par la compression, ne souffre point d'extension extraordinaire; & la tumeur est longtems sans augmenter, sur-tout si le Malade n'a pas naturellement beaucoup de larmes. Il n'en est pas de même de ceux qui ont beaucoup de larmes, ni de ceux en qui les larmes sont salines.

Dans les premiers, le sac se remplit plus souvent que dans les autres, & les Malades sont obligés de le vuider presque toutes les heures. C'est à quoi ils peuvent bien être attentifs pendant le jour; mais la nuit, n'étant point avertis de la nécessité de comprimer le sac, ils l'abandonnent à la puissance des larmes, qui, continuellement poussées dans les points lacrymaux, forcent les parois du sac, le déchirent & le percent à la fin. Les larmes se répandent alors sous la peau des paupieres; & j'ai quelquefois vu paroitre au réveil, ces sortes de tumeurs sous la forme d'un œdeme ou d'une bouffissure, qui, par le secours de la compression, diminue & disparoît quelquefois entierement; car cette premiere crevasse n'est pas considérable: mais elle augmente les nuits suivantes; l'œdeme alors est plus considérable, & la compression peut bien le diminuer, mais elle ne peut faire qu'il disparoisse entierement. C'est ainsi que de jour en jour le mal augmente, que l'œdeme s'enflamme, qu'il suppure & forme un ulcere caverneux.

Ceux qui ont les larmes âcres, quoiqu'en médiocre quantité, peuvent, en comprimant pendant le jour, empêcher le séjour des lar-

mes, & par ce moyen éloigner l'inflammation; mais la nuit les larmes ſejournent, & par leur âcreté elles irritent & enflamment le ſac, qui eſt pour-lors d'autant plus ſuſceptible d'irritation, qu'il eſt plus tendu & plus dilaté par la retention des larmes; le ſac enflammé ſuppure; l'abſcès eſt ouvert, ou s'ouvre de lui-même; & voilà encore un ulcere caverneux, par lequel ſortent enſemble & le pus & les larmes. L'un & l'autre, je veux dire le pus & les larmes, par ſucceſſion de tems endurciſſent la peau & les chairs; alors voilà une vraye fiſtule lacrymale.

La troiſieme maladie à laquelle on donne ce nom, eſt celle que j'ai dit être fiſtule ſans être lacrymale; c'eſt la ſuite d'un petit abſcès au coin de l'œil, lequel s'ouvre ſouvent de lui-même; & il devient fiſtuleux, comme le deviennent les abſcès du bord de l'anus, & pluſieurs autres qu'on laiſſe percer par le pus, & qu'on néglige d'ouvrir. Ce qui a pu faire croire à quelques-uns, que cette fiſtule eſt lacrymale, c'eſt que dès le commencement de la maladie, il y a toujours larmoyement, parce que les points lacrymaux ſont ſi voiſins qu'ils ſont bouchés par l'inflammation; mais l'abſcès étant percé, l'inflammation ſe diſſipe, les points lacrymaux s'ouvrent, & les larmes coulent à l'ordinaire. La fiſtule dont je veux parler n'eſt point lacrymale, parce que les larmes ne coulent point par l'ouverture fiſtuleuſe; & elles ne coulent point par cette ouverture, parce que le ſac lacrymal n'eſt point percé, comme j'ai fait voir qu'il l'eſt dans les deux autres cas.

Com-

Comme ce Mémoire ne renferme point une histoire complette de la Fistule lacrymale, je ne dirai rien des signes qui caractérisent chacune de ces maladies; je passerai même sous silence toutes les causes capables d'obstruer le canal nazal. Il me suffit de faire remarquer que cette obstruction est la principale cause de tous les dérangemens qui arrivent aux organes qui servent à l'écoulement des larmes; & que pour guérir la Fistule lacrymale, ne la regardant que comme une maladie organique, il est essentiel, non seulement d'ouvrir la fistule, mais de déboucher le canal nazal, & de le conserver ouvert après la guérison.

TROISIEME PARTIE.

De l'Opération de la Fistule lacrymale.

Ayant passé sous silence les causes premieres de cette maladie, je me dispenserai aussi de rapporter les remedes dont on se sert ordinairement pour combattre ces causes: faisant donc abstraction de tout ce qui peut être étranger à mon sujet, il ne s'agit plus que de rétablir une machine hydraulique dérangée; machine dont on connoit la structure, ainsi que la cause immédiate de son dérangement.

Les larmes ne coulent point dans le nez, elles tombent sur la joue, elles sont retenues dans le sac lacrymal, elles dilatent ce sac, elles y causent tension, inflammation, rupture & fistule. La cause de tous ces effets est l'obstruction du siphon lacrymal. Pour détruire ces

ces effets, il ne s'agit donc que de déboucher ce ſiphon, puis les larmes couleront dans le nez; & alors plus de larmoyement, plus de retention de larmes, plus d'inflammation, de rupture ni de fiſtule.

Pour déboucher ce ſiphon, je fais une inciſion au ſac lacrymal, j'y introduis une ſonde canelée, je la pouſſe juſques dans la narine, & par ce moyen je débouche le canal. * La canelure ou gouttiere de cette ſonde me ſert à conduire dans la voye qu'elle vient de retracer, une bougie avec laquelle je tiens ce canal ouvert. Je change tous les jours cette bougie. J'en ceſſe l'uſage, quand je crois que la ſurface interne du canal eſt bien cicatriſée; alors les larmes reprennent leur cours naturel de l'œil dans le nez, & la playe extérieure ſe réunit en deux ou trois jours.

Voilà en peu de mots l'opération que j'ai pratiquée avec ſuccès depuis pluſieurs années. Je n'entre point dans le détail du manuel, perſonne ne doute que la parfaite exécution ne dépende de la dextérité de l'opérateur.

Toute difficile que paroiſſe cette opération, elle eſt cependant ſi ſimple & ſi conforme aux loix naturelles, que je me diſpenſerois d'inſiſter ſur les raiſons de préférence, ſi les autres façons d'opérer ne trouvoient encore des partiſans; mais comme on ne peut en juger que par comparaiſon, je vais rapporter ſuccintement celles de ces méthodes qui ſont ou qui ont été les plus uſitées.

Avant

* *Voyez la Fig. 4.*

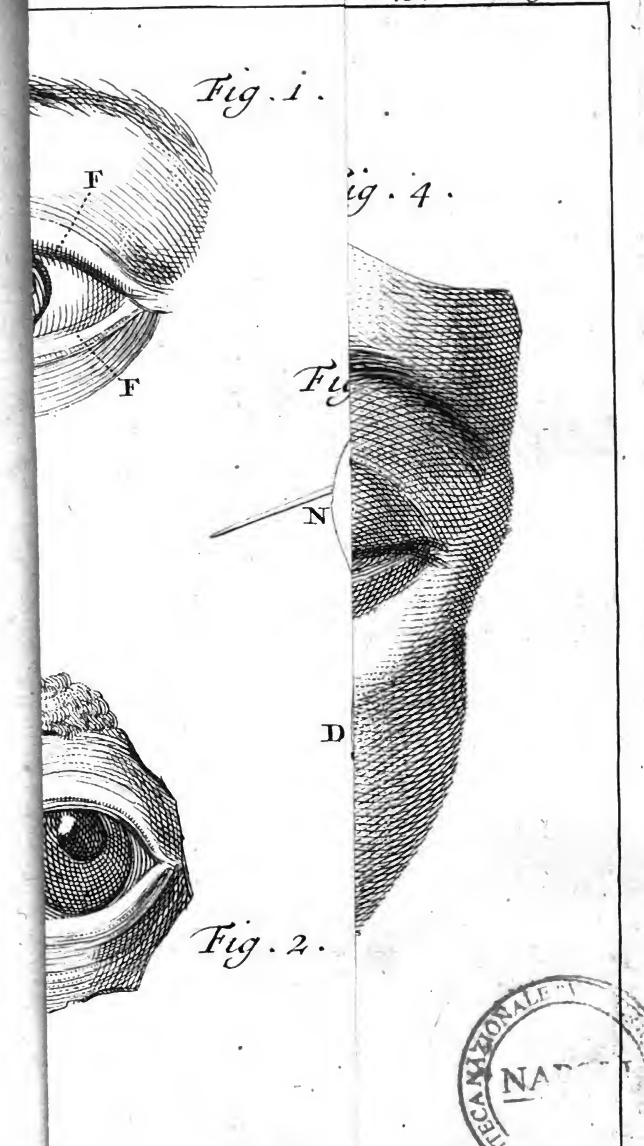
Avant que le Siphon lacrymal fût connu, on se contentoit de faire l'ouverture de la fistule. L'ignorance où l'on étoit sur le méchanisme de cette partie, ne permettoit pas de porter les vues plus loin; aussi ne réussissoit-on pas, à moins qu'il n'arrivât quelqu'un des hazards dont nous parlerons ci-après. Mais il est étonnant que depuis qu'on a connu les points lacrymaux, le sac lacrymal & le canal nazal, on se soit contenté pendant plusieurs années de faire à cette fistule, pour toute opération, une simple ouverture. C'est sans doute parce que l'on ne soupçonnoit pas que l'obstruction du canal lacrymal fût la cause du larmoyement; ceux qui depuis l'ont connu ou soupçonné, ont imaginé de pratiquer un trou, du sac nazal dans le nez, pour ménager le passage des larmes. Ce trou se faisoit à la hauteur des points lacrymaux, soit avec un poinçon, soit avec un fer pointu rougi au feu. Le premier moyen ne réussissoit jamais; & si le second a réussi quelquefois pour la fistule, il restoit toujours un larmoyement. Le poinçon ne faisant son trou qu'en écartant les parties, il devenoit inutile, parce que la réunion s'en faisoit même assez promptement. Le fer rouge faisoit mieux, parce qu'en brulant, il occasionnoit une perte de substance qui laissoit un trou par lequel on espéroit que les larmes se procureroient d'elles-mêmes un passage dans le nez; mais voyant que malgré cela le larmoyement subsistoit, on a cru qu'après la guérison de la fistule, ce trou se bouchoit; & qu'il ne se bouchoit, que parce que l'on ne

l'avoit pas conſervé ouvert pendant tout le traitement, ou du moins juſqu'à ce qu'il fût cicatriſé au point que les chairs en croiſſant ne puſſent le boucher. C'eſt pour cela que depuis on a fait tout ce que l'on a pu pour conſerver l'ouverture, ſoit avec des tentes de linge, ſoit avec des ſondes, ou des canules de plomb, d'or ou d'argent.

J'ai moi-même fait cette opération, & j'étois bien perſuadé que le nouveau conduit que j'avois pratiqué s'étoit conſervé, puiſqu'après la guériſon de la fiſtule, le malade en ſe mouchant faiſoit ſortir l'air par les points lacrymaux; cependant je n'eus point la ſatisfaction d'avoir remédié au larmoyement. Ayant réfléchi ſur ce fait, je me perſuadai que, pour que les larmes coulaſſent librement dans le nez, un canal quelconque ne ſuffiſoit pas, & qu'il en falloit un, tel que la Nature nous l'a donné. En effet, en perçant un trou à la hauteur des points lacrymaux, le nouveau canal *AABN* * abolit la fonction du ſiphon lacrymal; la longue branche de ce ſiphon *BD*, devient inutile, & les larmes perdent la pente qui les conduiſoit dans le nez. Par mon opération, je ne change point la conſtruction naturelle du Siphon, ſa branche inférieure conſerve toute ſa longueur, & les larmes toute la pente qui les conduit dans le nez.

Si par la méthode ordinaire quelqu'un a paru guéri ſans larmoyement, il ne faut point l'attribuer à cette méthode. Il y a des perſonnes qui ont l'œil moins larmoyant que d'au-

* Fig. 3.


Fig. 1.
F
F
ig. 4.
Fi
N
D
Fig. 2.

d'autres, & celles-là peuvent bien ſe paſſer de quelqu'une des cauſes qui facilitent l'écoulement des larmes. De plus, cela dépend auſſi de la direction qu'on donne à l'inſtrument avec lequel on perce; car ſi, au-lieu de lui donner une direction horizontale, on le pouſſe obliquement de haut en bas, alors on forme un canal plus long, & la pente des larmes en eſt moins diminuée. D'ailleurs ſi par cette méthode l'on a vu des malades guéris ſans larmoyement, ce peut être parce que le canal nazal s'eſt débouché naturellement, dans le même tems que le nouveau trou s'eſt fermé; ce qui a rétabli la fonction du ſiphon lacrymal. Il n'eſt point douteux que le canal nazal ne puiſſe quelquefois ſe déboucher ſans opération. On en a l'exemple dans ceux à qui on guérit la tumeur lacrymale, par le moyen d'un bandage compreſſif; & c'eſt ſans doute auſſi parce que ce canal peut ſe déboucher naturellement, que la tumeur, & même la Fiſtule lacrymale ſe ſont quelquefois guéries ſans y rien faire. Ces cas ne ſont pas ſans exemple.

SUR LES LIGNES COURBES QUI SONT PROPRES A FORMER LES VOUTES EN DOME.

Par M. BOUGUER. *

PLUSIEURS personnes ont traité avec beaucoup de soin des Voûtes en simple Arc : les derniers Volumes des Mémoires de l'Académie contiennent d'exellens morceaux sur cette matiere, entre lesquels on doit citer avec distinction ceux de M. Couplet. Il ne reste que les Voûtes en Dôme que personne, que je sache, n'a examinées. L'utilité que peut avoir cet examen, me l'a fait entreprendre : l'usage des Dômes est très fréquent dans plusieurs de nos Edifices. Je montrerai qu'une infinité de lignes courbes sont propres à former ces sortes de Voûtes, & j'indiquerai en même tems la maniere de les choisir. Je supposerai toujours que les pierres ou les Voussoirs ont leurs surfaces infiniment polies : si un Dôme doit se soutenir dans cette supposition, on n'en sera que plus sûr qu'il se soutiendra dans l'état actuel où sont les choses, lorsque les Voussoirs ne peuvent glisser les uns contre les autres qu'avec une assez grande difficulté.

Bb A

* 19 Mai 1734.

* *BbA* (*Fig.* 1.) eſt la courbe qui forme le Dôme par ſa révolution autour de ſon axe, la verticale *A D*. Cette ligne courbe paſſe dans tous les points *B*, *b*, &c. par le milieu de l'épaiſſeur *KL*, *HI*, &c. de la Voûte, épaiſſeur que nous regardons ici comme très petite, & qui l'eſt toujours en effet par rapport aux dimenſions du Dôme. Tous les joints, comme *KL*, *HI*, &c. des Vouſſoirs ſont auſſi ſuppoſés ici perpendiculaires à la même courbe *BbA*, comme ils le ſont ordinairement. Si l'on conſidere après cela une partie *HAb* du Dôme, il eſt évident qu'elle pouſſera tous les Vouſſoirs *HL* qui ſont immédiatement au-deſſous, ſelon la perpendiculaire *bC* au joint *HI*, ou ſelon le prolongement du petit côté *Gb* de la courbe. Mais à meſure qu'on conſiderera des points plus bas, la direction doit changer, parce que la peſanteur de chaque aſſiſe s'ajoute ſucceſſivement à l'effort que fait la partie ſupérieure. Cette partie pouſſe au point *b* ſelon *bC*, & l'effort eſt exprimé, ſi on le veut, par *bC* même. Mais ſi l'on ſuppoſe toute la peſanteur du Vouſſoir *HL* réunie dans le point *b*, ce qu'il eſt permis de faire auſſi-tôt que l'épaiſſeur *Bb* des Vouſſoirs eſt infiniment petite, on n'aura qu'à repréſenter cette peſanteur par la petite verticale *bF*; & ſi on la compoſe avec l'effort *bC* que fait la partie ſupérieure, on aura dans la diagonale *bG* du parallelogramme *CbFG* la direction de l'effort total que fait la partie ſupérieure augmentée par

* Fig. 1.

par en-bas d'une assise, c'est-à-dire, l'effort que fait toute la partie* *K A k*. La direction de la pression se trouve ainsi continuellement détournée; elle forme une courbe, qui peut se confondre avec la courbe *A C b B*, mais qui peut aussi en être differente, comme elle l'est ici.

Cette difference est susceptible de plusieurs cas. 1°. Si la partie *B b* de la courbe qui forme le Dôme se trouve située par rapport à *b G*, comme dans la Figure premiere, la Voûte doit se soutenir, pourvu que la courbe *A b B* n'ait aucune partie horizontale. Car le joint *K L* étant perpendiculaire à la courbe, il sera oblique par rapport à la direction de l'effort *b G* que fait le Voussoir *H L*, tant par sa propre pesanteur, que par la pression de la partie supérieure de la Voûte. Mais la maniere dont la direction *b G* est oblique par rapport au joint *K L*, est cause que l'effort *b G* ne tend qu'à faire avancer le Voussoir *H L* vers le centre du Dôme, ou à le faire tomber en dedans; & c'est ce qui ne peut point arriver, puisque tous les autres Voussoirs de la même assise s'y opposent, en faisant un égal effort. En un mot, toute la partie de l'effort *b G*, qui ne tombe pas sur le joint *K L*, tombe sur les joints montans ou verticaux, & en est soutenue, & il n'y a point par conséquent ici d'écroulement à craindre, comme il y en auroit dans une Voûte à simple Arc, où l'effort que font les Voussoirs n'est porté que par les seuls joints horizontaux. Or il suit de-là que toutes les lignes courbes, sans en

* Fig. 1.

en excepter une ſeule, qui tournent leur convexité vers leur axe, ſont propres à former des Dômes, pourvu que par leur extrémité *B* elles ne deviennent pas tout-à-fait paralleles à l'horizon.

2°. Le petit côté *bB* peut être ſitué préciſément ſur *bC*, prolongement de *Gb*, c'eſt-à-dire, que la ligne *AbB* peut être droite; & alors la Voûte, qui ſera parfaitement conique, & qui prendra le nom de Fleche ou d'Aiguille, n'en ſera pas moins ſtable, car l'effort *bB* ne tendra encore qu'à faire entrer le Vouſſoir, & c'eſt ce que ſa figure & ce que ſon équilibre avec les autres de la même aſſiſe doivent empêcher. Ainſi nous voyons encore que toutes les Voûtes en Aiguilles ſont parfaites, & qu'elles doivent ſe ſoutenir, ſans qu'il importe quel angle aigu ou obtus faſſent au ſommet les côtés du cone.

Enfin 3°. ſi le petit côté *bB* * de la courbe, au-lieu d'être extérieur par rapport à *bC*, comme dans les Voûtes repréſentées par la premiere Figure, ou au-lieu d'être ſitué ſur *bC*, comme dans les Voûtes coniques, lui eſt intérieur, comme dans la Figure 2; la Voûte ſe ſoutiendra encore, pourvu que *bB* ne ſoit pas en même tems intérieur par rapport à *bG*. La petite ligne *bC* eſt toujours le prolongement du petit côté *Gb*, & repréſente l'effort que fait la partie ſupérieure du Dôme, pendant que *bF* repréſente la peſanteur particuliere du Vouſſoir *HL*, & que *bG*, diagonale du parallelogramme *CF*, repréſente l'effort composé qui réſulte des deux. Or

* Fig. 2.

Or ce dernier effort s'occupe encore ici à pousser le Voussoir en dedans, & quand même *bB seroit situé exactement sur bG, il n'y auroit encore aucun risque, puisque tout l'effort que feroit le Voussoir HL ne tendroit qu'à l'appliquer fortement contre le Voussoir inférieur, en agissant selon une direction perpendiculaire au joint KL. Mais ce ne seroit pas la même chose si la courbure augmentoit trop subitement, ou si bB devenoit intérieur par rapport à bG. Alors le Dôme tomberoit, parce que les Voussoirs, comme HL, seroient poussés en dehors, & qu'aucun obstacle ne les empêcheroit de suivre ce mouvement. Quoi qu'il en soit, il est clair que comme bB peut avoir une infinité de diverses situations entre bC & bG, il peut y avoir aussi une infinité de courbes convexes propres à former des Dômes, & que celle qui a le plus de courbure, ou qui est la plus convexe, & qu'on peut regarder comme la *derniere de toutes*, a ses petits côtés, comme bB, exactement situés sur les directions bG. Les joints verticaux ne supportent dans celle-ci aucune partie de l'effort, puisque les Voussoirs ne sont point poussés en dedans. Aussi le moindre agent extérieur est-il capable de renverser cette derniere Voûte; & quoiqu'elle se soutienne, elle est toujours prête à tomber.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, qu'il ne peut y avoir de difficulté à choisir les lignes courbes qui ont l'usage que nous demandons, que lorsqu'elles tournent leur convexité en dehors. Toutes les lignes courbes

* Fig. 2.

bes qui ſont concaves, comme dans la Fig. 1. peuvent être employées avec ſuccès, de même que les lignes droites, ſans qu'il importe quel angle elles faſſent au ſommet A. Mais lorſque la courbe eſt convexe, comme dans la Fig. 2 il faut qu'elle ne ſoit pas trop courbe, il faut que le petit côté* bB ne ſoit point intérieur par rapport à bG, ou, ce qui revient au même, il faut que la petite ligne CB, interceptée entre la courbe & ſa tangente, ne ſoit pas plus grande que CG, il faut que $CG \geqq CB$; & c'eſt ce qu'on ne peut gueres vérifier que par le calcul.

Si nous prolongeons le côté bC juſqu'à la rencontre M de l'axe, & de la tangente tirée de l'autre côté du Dôme, & que prenant l'eſpace MN pour repréſenter la peſanteur de toute la partie HAb de la Voûte, nous décompoſions cette peſanteur en achevant le parallelogramme $NOMP$, nous aurons MO pour l'expreſſion de l'effort que fait la Voûte ſur le Vouſſoir HL, en pouſſant perpendiculairement au joint HI; & on voit que ſi bC eſt égal à cet effort, comme nous l'avons ſuppoſé ci-devant, la petite ligne be qui eſt parallele à l'axe, & qui eſt égale à δd, ſera égale à MQ qui repréſente la peſanteur de la partie AH de la Voûte. Or nous n'avons qu'à nommer x les abſciſſes ou les parties de l'axe AD, y les ordonnées, comme BD, & e les épaiſſeurs HI, KL, de la Voûte, nous aurons be ou $bE = dx$, $BE = dy$, $bB = \sqrt{dy^2 + dx^2}$, & $e\sqrt{dy^2 + dx^2}$ pour le petit trapeze HL, que nous n'avons qu'à mul-

* Fig. 2.

multiplier par l'ordonnée y, pour avoir la quantité $ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ qui peut désigner la pesanteur de chaque Voussoir, pendant que l'intégrale $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ désignera la pesanteur de la partie entiere * HA de la Voûte. Nous n'avons que faire de dire que nous ne multiplions par y, que parce que les Voussoirs qui supportent la partie HA sont plus larges à mesure que la circonférence du Dôme se trouve plus grande. Maintenant si nous faisons attention que la petite ligne CG ou bF représente la pesanteur du Voussoir HL, pendant que bC représente l'effort que fait la partie supérieure, & que be représente la pesanteur de cette partie, nous pourrons faire cette proportion, la pesanteur $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ de HA est à $be=bE=dx$, comme la pesanteur $ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ du Voussoir HL est à $bF=CG=\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}$.

Enfin comme la petite ligne CB, interceptée entre la courbe tangente, est la differentielle des dx, pendant que les dy sont constantes, nous aurons $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geqq ddx$ pour l'expression analytique de $CG \geqq CB$. Cette formule nous fera connoitre toutes les courbes dont on peut se servir pour former des Voûtes en Dôme, & parmi toutes ces courbes l'Equation $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}=ddx$ nous in-

* Fig. 2.

indiquera la plus convexe, ou la *derniere* qui y est propre.

Cette formule se change en $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx}$ $\geqq \int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ qui nous suggere une nouvelle remarque sur la propriété des courbes dont il s'agit ici. La formule sous la premiere forme nous apprenoit qu'il faut exclure, ou ne point employer les lignes dont la courbure est trop subite, les lignes dont les branches ne s'ouvrent point assez. Elles peuvent s'ouvrir de plus en plus, jusques-là qu'elles peuvent devenir presque horizontales : mais de l'autre côté elles ont un terme, leurs branches ne doivent pas tendre trop promptement au parallelisme avec l'axe. Maintenant nous voyons que ces courbes qui sont trop convexes, donnent à la partie supérieure de la Voûte une trop grande pesanteur $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$: & il est très facile de voir, en jettant les yeux sur la Figure, qu'un de ces inconvéniens revient à l'autre. Si l'on augmente trop la pesanteur de la partie supérieure * *HA*, l'effort *bC* devient trop grand par rapport à la pesanteur *F* du Voussoir *HL*, l'angle *CbB* devient trop petit, & alors la direction *bC* de l'effort composé se trouve extérieure par rapport à *bB*, ce qui montre que le Voussoir est plus poussé en dehors par la pression selon *bC* que fait la partie supérieure de la Voûte, qu'il n'est sollicité à avancer en dedans par sa propre pesanteur. Or dans ce cas l'assise entiere doit faillir.

* Fig. 2.

faillir en dehors, & le Dôme doit tomber. La pesanteur de chaque partie * *HA* a donc un certain terme qu'elle ne doit point passer: mais notre formule nous montre que cette même pesanteur peut être aussi petite qu'on le veut, & qu'elle peut même être nulle sans inconvénient. En effet, si l'on supprimoit toute la partie supérieure du Dôme, il est évident que le reste se soutiendroit également, par la raison que chaque assise étant circulaire, le Dôme est, pour ainsi dire, plus Voûte que les autres Voûtes.

Pour montrer maintenant l'usage de notre formule, nous commencerons par la solution d'un Problême qu'on peut regarder comme le premier, dans lequel connoissant la courbe, il s'agit de trouver l'épaisseur qu'on doit donner en chaque endroit. Nous pouvons représenter la formule $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geqq ddx$, ou $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geqq \frac{ddx}{dx}$ par l'Equation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dz}{z}$, en prenant z pour une quantité variable quelconque, qu'il suffit de ne faire ni décroissante ni négative, & qu'il n'y aura simplement qu'à rendre constante, afin de faire disparoitre le terme $\frac{dz}{z}$, lorsqu'on voudra avoir le cas extrême marqué par l'Equation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx}$. Si l'on

l'on integre, on aura $L\int ey\sqrt{dy^2+dx^2} = L dx + L t$, ou plutôt $L\int ey\sqrt{dy^2+dx^2} - La = L dx - L dy + L t$, en rendant l'intégrale exacte par le moyen des constantes a & dy. Cette même intégrale se réduit par la propriété des logarithmes à $L\,\frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = L\,\frac{t\,dx}{dy}$ & à $\frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{t\,dx}{dy}$. Redescendant après cela aux differentielles, on aura $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dt\,dx + t\,ddx}{dy}$, & enfin $e = \frac{a\,dt\,dx + at\,ddx}{y\,dy\sqrt{dy^2+dx^2}}$ qui nous fournit en grandeurs entierement connues toutes les diverses épaisseurs e que peut avoir le Dôme. Il n'y a qu'à mettre à la place de t quelle puissance ou quelle fonction on voudra de y ou de x; & de cette sorte on convertira l'expression précédente en d'autres qui seront encore absolument générales, dans ce sens-là, qu'on pourra les appliquer à toutes les diverses courbes.

Au-lieu de rendre notre formule $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geqq \frac{ddx}{dx}$ par l'Equation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}$, nous pouvons encore la représenter, quoiqu'avec quelque limitation, par l'E-

quation

quation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{pddx}{dx}$, pourvu que nous prenions pour p un nombre conſtant quelconque, qu'il ſuffit de ne pas faire plus petit que l'unité. Or en procédant préciſément comme nous venons de faire, c'eſt-à-dire, en intégrant, ſi on le veut, par le moyen des logarithmes; en paſſant des logarithmes aux grandeurs mêmes, en redeſcendant aux differentielles, & en dégageant e, on trouvera $\frac{padx^{p-1}ddx}{ydy^p\sqrt{dy^2+dx^2}}$ pour l'épaiſſeur que doit avoir la Voûte. Il eſt toujours facile de réduire cette expreſſion, de même que la premiere, à des grandeurs purement finies; & on voit qu'elles donnent également $e = \frac{addx}{ydy\sqrt{dy^2+dx^2}}$, lorſque dans l'une on traite t comme une quantité conſtante, & que dans l'autre on fait $p = 1$.

Si l'épaiſſeur au contraire eſt donnée, & qu'il s'agiſſe de reconnoitre ſi un Dôme conſtruit ſous une forme propoſée pourra ſe ſoutenir, ce ſecond Problême conſidéré généralement eſt plus difficile que le premier; il appartient à la Géométrie tranſcendante, parce que l'application de la formule $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx} \geqq \int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ ſuppoſe que l'on puiſſe trouver la valeur de l'intégrale $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$. Si nous examinons

nons, par exemple, le Dôme elliptique *RAT** (*Fig.* 3.) dont la hauteur $AS = a$ eſt la moitié du grand axe de l'ellipſe, & la largeur $RT = 2b$, le petit axe; nous aurons, en prenant le centre S de l'ellipſe pour l'origine des abſciſſes, $dx = \frac{aydy}{b\sqrt{b^2 - y^2}}$ & $ddx = \frac{abdy}{\overline{b^2 - y^2}^{\frac{3}{2}}}$; & ſubſtituant ces valeurs dans notre formule générale $\frac{eydx\sqrt{dy^2 + dx^2}}{ddx} = \int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}$, il nous viendra $\frac{ey^2\sqrt{b^2 - y^2}\sqrt{b^4 + \overline{a^2 - b^2} \times y^2}}{ddx}$ $= \int eydy\sqrt{\frac{b^4 + \overline{a^2 - b^2} \times y^2}{b^2 - y^2}}$, eſpece d'Equation dont la réſolution parfaite dépend de la quadrature de l'ellipſe, auſſi-tôt que l'épaiſſeur e de la Voûte eſt par-tout la même. La difficulté ne vient au ſurplus que de ce qu'on ne peut pas trouver la ſuperficie d'un ellipſoïde, ainſi ce ne ſera pas la même choſe ſi l'on rend le Dôme ſphérique. Les deux demi-axes a & b ſe trouveront égaux; on aura $y^2\sqrt{a^2 - y^2} = \int \frac{a^2ydy}{\sqrt{a^2 - y^2}}$, & le ſecond membre ſera intégrable; on aura $y^2\sqrt{a^2 - y^2} = a^3 - a^2\sqrt{a^2 - y^2}$, dont on tire $a\sqrt{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}} = y$.

On voit donc que les Dômes ſphériques ſont bons,

* Fig. 3.

bons, mais qu'on ne doit pas employer l'hémisphere entiere, & qu'on ne doit en prendre tout au plus qu'une partie *BAB*, dont la demie-largeur *BD* soit égale à $a\sqrt{-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}}$; c'est-à-dire, que si le rayon de la sphere, dont la Voûte est une portion, est supposé de 1000, la largeur *BB* du Dôme ne doit être tout au plus que de 1572 parties, & sa hauteur *AD* de 382, ce qui donne un peu moins de 52 degrés pour la plus grande étendue que peut avoir l'arc *AB* depuis la Clef jusqu'au bord de la Voûte.

Mais dans les cas mêmes où il ne sera pas possible d'intégrer $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$, il sera souvent assez facile, à l'aide des Séries, de tirer de la formule générale $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx} \geqq \int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ presque toutes les connoissances qu'on voudra. On n'a qu'à réduire le dernier membre en une suite convergente dont les termes soient alternativement positifs & négatifs. On sait que dans une pareille suite l'excès causé par l'addition d'un terme trop grand est toujours corrigé en partie par la soustraction du terme qui vient après, & que la somme d'un nombre impair de termes, comme de 3, de 5, de 7, &c. surpasse toujours la juste valeur de la quantité que la Série entiere doit exprimer. Ainsi, si la somme d'un nombre impair de termes est ici moindre que la quantité $\frac{ydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx}$, ce sera une

mar-

marque certaine que l'intégrale $\int e y \sqrt{dy^2 + dx^2}$ sera aussi moindre que cette quantité, & on sera sûr par conséquent que la ligne courbe proposée sera propre à l'usage que nous avons en vue. Pour éclaircir ceci par un exemple, nous n'avons qu'à examiner les paraboles dont l'Equation est $x = a^{1-m} y^m$. Introduisant les valeurs $m a^{1-m} y^{1-m} dy$ de dx, & $m \times \overline{m-1}\, a^{1-m} y^{m-2} dy^2$ de ddx dans notre formule générale; & supposant l'épaisseur e constante, nous trouverons $\frac{1}{m-1} \times y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \geqq \int y\, dy \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}$. Je réduis le dernier membre en une Série convergente conditionnée comme je l'ai dit, & je trouve $\frac{1}{m-1} \times y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \geqq$

$$\tfrac{1}{2} y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} - \frac{m^2 \times \overline{m-1} \times a^{2-2m} y^{2m}}{6 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}}$$

$$+ \frac{\overline{2m^2 - 5m + 3} \times m^2 a^{2-2m} y^{2m} + \overline{m^2 - 3m + 2} \times m^4 a^{4-4m} y^{4m-2}}{24 \times \overline{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}^{\frac{3}{2}}}$$

— &c. Or si sans aller jusqu'au troisieme terme, on se borne simplement au premier, on déduira de $\frac{1}{m-1} \times y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}$

$\geqq$

$\geqq \frac{1}{2} y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}$ que $3 \geqq m$; ce qui nous apprend que toutes les paraboles exprimées par l'Equation $x = a^{1-m} y^m$, dans lesquelles l'exposant m ne surpasse pas 3, peuvent servir à faire des Dômes. Il y en a de cette sorte une infinité : car sans parler des deux paraboles cubiques, de la conique ou de celle d'Apollonius, & de la ligne droite qu'on peut regarder dans cette rencontre comme la premiere des paraboles, chaque genre nous en fournira un grand nombre. Le cinquieme degré, par exemple, nous fournit les trois indiquées qar les Equations $x = a^{-\frac{3}{2}} y^{\frac{5}{2}}$, $x = a^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{5}{3}}$, & $x = a^{-\frac{1}{4}} y^{\frac{5}{4}}$, ou $a^3 x^2 = y^5$, $a^2 x^3 = y^5$ & $a x^4 = y^5$. Le 7me degré nous donne de même les quatre paraboles $a^4 x^3 = y^7$, $a^3 x^4 = y^7$, $a^2 x^5 = y^7$, $a x^6 = y^7$, & ainsi de tous les autres degrés à l'infini.

Enfin nous allons passer à la Solution d'un troisieme Problême : nous allons chercher cette ligne courbe qui est la derniere de toutes celles qui peuvent nous servir ; & nous suivrons pour cela une Méthode qui nous fera encore joindre à la multitude infinie de celles que nous avons déja indiquées, une infinité d'autres. On se ressouviendra que nous avons rendu notre formule générale $\frac{ey\sqrt{dy^2 + dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}}$ $\geqq \frac{ddx}{dx}$ par deux differentes Equations,

l'une

l'une entierement générale, $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}$, & l'autre très étendue, quoique moins universelle, $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{pddx}{dx}$. Nous pouvons nous servir avec succès de l'une ou de l'autre, & meme en opérant dessus précisément de la même maniere. Si nous résolvions la premiere $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}$, nous ne pourrions pas manquer de trouver encore une infinité de figures propres à l'usage que nous demandons, puisque cette Equation les renferme absolument toutes, depuis le cone dont l'angle au sommet est le plus obtus, jusqu'au connoïde le plus convexe qui sert de terme de l'autre côté. Cependant nous préférons l'Equation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{pddx}{dx}$, parce que sans qu'il soit nécessaire de faire aucune hypothese, elle nous fournira une suite réglée de courbes. En intégrant cette Equation, & en la rendant exacte, on trouve $\frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dx^p}{dy^p}$. C'est d'ici d'où nous partons pour découvrir la relation des coordonnées x & y.

Nous prenons pour cela une nouvelle varia-

 ble

ble z que nous ſuppoſons égale à $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$: nous déduiſons de cette ſuppoſition $dz = ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ & $dx = \frac{\sqrt{dz^2 - e^2y^2dy^2}}{ey}$, & par le moyen de ces valeurs, nous transformerons l'Equation $\frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dx^p}{dy^p}$ en $\frac{z}{a} = \overline{\frac{dz^2 - e^2y^2dy^2}{e^p y^p dy^p}}^{\frac{1}{2}p}$ qui ſe réduit à $e^{2p} z^2 y^{2p} dy^{2p} = a^2 \times \overline{dz^2 - e^2 y^2 dy^2}^p$, & à $e^2 z^{\frac{2}{p}} y^2 dy^2 = a^{\frac{2}{p}} dz^2 - a^{\frac{2}{p}} e^2 y^2 dy^2$, dont on tire $ey\,dy = \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}$. Or comme les variables ſont ici ſéparées, & ſi l'on connoit l'épaiſſeur e en y, on pourra toujours trouver par cette derniere Equation la relation qu'il y a entre y & z, & il n'y aura plus qu'à introduire la valeur de y dans l'expreſſion $\frac{\sqrt{dz^2 - e^2y^2dy^2}}{ey}$ de dx pour pouvoir découvrir x. Lorſque la Voûte eſt par-tout de même épaiſſeur, on peut mettre l'unité à la place de e; l'Equation $y\,dy = \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}$

donne

donne $y^2 = 2\int \frac{a^{\frac{1}{p}}dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}$ &

$$y = \sqrt{2\int \frac{a^{\frac{1}{p}}dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}}$$, *formule* qui

nous fournit y. Subſtituant enfin les valeurs de y & de dy dans $dx = \frac{\sqrt{dz^2 - e^2y^2dy^2}}{ey}$, on aura la *ſeconde formule*

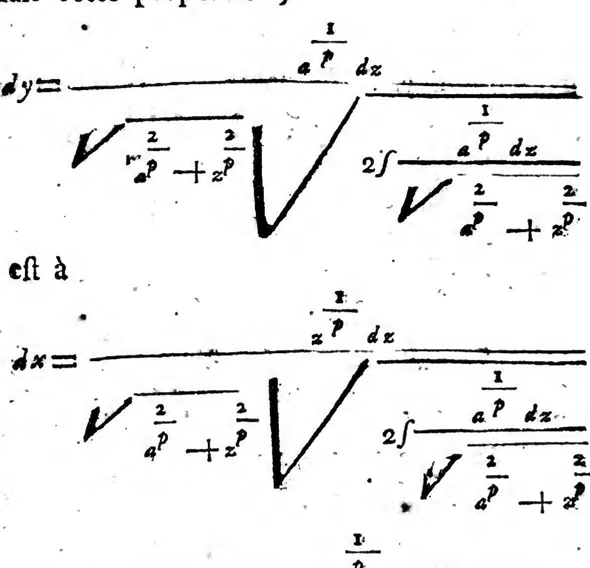
$$x = \int \frac{z^{\frac{-1}{p}}dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}\sqrt{2\int \frac{a^{\frac{1}{p}}dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}}}.$$

Il n'importe que nous ne connoiſſions pas immédiatement la relation qu'ont entre elles les coordonnées, auſſi-tôt que nous ſavons la relation qu'elles ont avec une troiſieme quantité z, à laquelle nous n'avons qu'à attribuer ſucceſſivement differentes valeurs.

Si nous voulons nous fixer à la derniere de nos lignes, nous n'avons, conformément à ce que nous avons dit, qu'à faire $p = 1$. Alors nous aurons pour formules $y = \sqrt{2\int \frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}}}$

 &

& $x=\int\frac{z\,dz}{\sqrt{a^2+z^2}\sqrt{2\int\frac{a\,dz}{\sqrt{a^2+z^2}}}}$ qui nous annoncent une courbe méchanique. Nous nous en ſommes aſſurés, en cherchant la valeur des ſoutangentes DM par les règles ordinaires du calcul differentiel; nous avons fait cette proportion,



$$dy=\frac{a^{\frac{1}{p}}\,dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}\sqrt{2\int\frac{a^{\frac{1}{p}}\,dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}}}}$$

eſt à

$$dx=\frac{z^{\frac{1}{p}}\,dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}\sqrt{2\int\frac{a^{\frac{1}{p}}\,dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}}}}$$

comme y eſt à $DM=\frac{yz^{\frac{1}{p}}}{a^{\frac{1}{p}}}$: les ſoutangentes ont donc ici un rapport tranſcendant avec les ordonnées, & il ſuit de-là que notre courbe eſt méchanique. Il eſt clair que les ſoutangentes ont dans cette rencontre un rapport

port tranſcendant avec les ordonnées, puiſqu'elles ſont égales ou proportionnelles au produit de ces mêmes ordonnées & de la quantité z dont la relation dépend de la quadrature de l'hyperbole, comme nous le montre la formule $y = \sqrt{2\int \frac{a\,dz}{\sqrt{a^2+z^2}}}$. Cette tranſcendance de relation doit ſubſiſter dans tous les autres cas où $\frac{a^{\frac{1}{p}}\,dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{p}}}}$ n'eſt point intégrable, c'eſt-à-dire, qu'elle doit non ſeulement avoir lieu, lorſque p eſt égal à l'unité, mais encore lorſque p déſigne tout nombre impair. Ce que nous apprenons ici touchant la derniere de nos courbes nous perſuade que nous ne pouvons réuſſir à la mieux connoitre que par approximation: ainſi nous ne ſommes que trop autoriſés à faire pour cela uſage des Séries.

Nous réduiſons d'abord la quantité $\overline{a^2+z^2}^{-\frac{1}{2}}$ dans la ſuite $\frac{1}{a} - \frac{z^2}{2a^3} + \frac{1.3z^4}{2.4a^5} - \frac{1.3.5z^6}{2.4.6a^7}$ + &c. que nous multiplions par adz, & nous avons $\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}} = dz - \frac{z^2dz}{2a^2} + \frac{1.3z^4dz}{2.4a^4} - \frac{1.3.5z^6dz}{2.4.6a^6}$ + &c. qui étant intégrée & multipliée par 2, nous donne $2\int\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}$ $(=y^2)$ =

$= 2z - \frac{z^3}{3a^2} + \frac{1 \cdot 3 z^5}{4 \cdot 5 a^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 z^7}{4 \cdot 6 \cdot 7 a^6} +$ &c.

Or déduisant de cette derniere Série, par la méthode *du retour des suites*, la valeur de z exprimée en y, nous aurons $z = \frac{y^2}{2} + \frac{y^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^2} + \frac{y^{10}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 a^4} +$ &c. dont la differentielle $dz = y\,dy + \frac{y^5 dy}{2 \cdot 4 a^2} + \frac{y^9 dy}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 a^4} +$ &c. étant divisée par $\sqrt{2\int \frac{a\,dz}{\sqrt{a^2 + z^2}}} = y$, nous donne $\frac{dz}{\sqrt{2\int \frac{a\,dz}{\sqrt{a^2 + z^2}}}} = dy + \frac{y^4 dy}{2 \cdot 4 a^2} + \frac{y^8 dy}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 a^4} +$ &c. Je multiplie cette derniere Série par $z = \frac{y^2}{2} + \frac{y^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^2} + \frac{y^{10}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 a^4} +$ &c. il vient $\frac{z\,dz}{\sqrt{2\int \frac{a\,dz}{\sqrt{a^2 + z^2}}}} = \frac{y^2 dy}{2} + \frac{y^6 dy}{12 a^2} + \frac{y^{10} dy}{240 a^4} +$ &c. Enfin multipliant par $\frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}}$, mais convertie dans la suite $\frac{1}{a} - \frac{z^2}{2a^3} + \frac{3 z^4}{2 \cdot 4 a^5} - \frac{3 \cdot 5 z^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^7} +$ &c. & exprimée en y par $\frac{1}{a} - \frac{y^4}{2 \cdot 4 a^3}$

+

$+ \frac{5y^8}{2.4.6.8a^5} - \frac{61y^{12}}{2.4.6.8.10.12a^7} +$ &c. nous aurons $\frac{zdz}{\sqrt{a^2+z^2}\sqrt{2\int\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = \frac{y^2dy}{2a^2} + \frac{y^6dy}{2.4.6a^3}$

$+ \frac{y^{10}dy}{2.4.6.8.10a^5} +$ &c. & c'eſt-là la valeur de dx. Ainſi il ne nous reſte plus qu'à intégrer pour avoir dans la Série

$$x = \int\frac{zdz}{\sqrt{a^2+z^2}\sqrt{2\int\frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = \frac{y^3}{2.3a}$$

$$+ \frac{y^7}{2.4.6.7a^3} + \frac{y^{11}}{2.4.6.8.10.11a^5} + \text{\&c.}$$

ou $x = \frac{y^3}{6a} + \frac{y^7}{336a^3} + \frac{y^{11}}{42240a^5} + \frac{y^{15}}{9676800a^7}$

$+ \frac{y^{19}}{3530096640a^9} + \frac{y^{23}}{1880240947200a^{11}} +$ &c.

la relation qu'ont entre elles les coordonnées x & y de notre courbe. Le Problême eſt de cette ſorte entierement réſolu, & le calcul qu'exige la Solution eſt d'autant moins difficile, que la Série eſt aſſez convergente. Cependant j'ai cru qu'à cauſe de l'utilité qui en pouvoit réſulter, je ne devois laiſſer au Lecteur aucune ſorte de ſupputations à faire; c'eſt pourquoi j'ai conſtruit la Table ſuivante, en ſuppoſant $a = 100000$.

TABLE

Des Dimensions de la derniere de toutes les Lignes courbes, qui est propre à former des Dômes.

LARGEURS du Dôme.	HAUTEURS depuis le sommet jusqu'à chaque point de l'axe.	LARGEURS du Dôme.	HAUTEURS depuis le sommet jusqu'à chaque point de l'axe.
100	$0\frac{1}{5}$	1560	1495
200	$1\frac{2}{3}$	1600	1721
300	$5\frac{2}{3}$	1640	1986
400	$13\frac{1}{3}$	1670	2216
500	$26\frac{1}{5}$	1700	2470
600	$45\frac{2}{3}$	1720	2668
700	$73\frac{2}{5}$	1740	2878
800	$111\frac{2}{3}$	1760	3107
900	$163\frac{1}{3}$	1780	3357
1000	$232\frac{3}{4}$	1800	3630
1080	$305\frac{1}{5}$	1820	3928
1140	372	1840	4255
1200	452	1860	4613
1260	550	1880	5005
1320	668	1900	5436
1360	761	1920	5909
1400	869	1940	6429
1440	992	1960	7003
1480	1135	1980	7635
1520	1301	2000	8330

Le

Fig. 2.

A
b
B
R
M
Q
P
N
ẟ
D
d
h
k

Le Dôme formé sur ces dimensions aura toutes ses assises dans un parfait équilibre; & par cette raison il n'aura pas pour se soutenir contre l'action des agens extérieurs, précisément autant de force qu'en ont les autres Dômes que nous avons indiqués. Il en aura cependant toujours assez, puisque les joints des Voussoirs ne sont jamais infiniment polis; & d'ailleurs comme il sera le plus convexe, & que ses côtés s'éloigneront de l'axe le moins qu'il sera possible, il aura aussi l'avantage particulier d'avoir une poussée moins grande. Une remarque que nous devons encore ajouter, quoiqu'elle n'appartienne point à la Géométrie, c'est qu'en traçant par les nombres de notre Table la figure d'un Dôme, nous nous sommes assurés qu'elle faisoit un fort bel effet à la vue. Enfin si l'on vouloit laisser une ouverture au sommet, & y placer un autre petit Dôme ou une lanterne, on n'auroit qu'à donner à cette lanterne la même pesanteur qu'à la partie retranchée de la Voûte, ou une pesanteur moindre.

EXPERIENCES

Sur les differens degrés de froid qu'on peut produire, en mêlant de la Glace avec differens Sels, ou avec d'autres matieres, soit solides, soit liquides; & de divers usages utiles auxquels ces expériences peuvent servir.

Par M. DE REAUMUR. *

AVEC du feu actuel, avec du feu sensible appliqué contre des matieres que nous nommons *inflammables*, nous savons produire de nouveau feu. Cette production du feu si facile, & qui nous est si nécessaire, nous paroîtroit un des plus merveilleux phénomenes de la Nature, si nous étions moins accoutumés à la voir. Rien ne devroit nous paroitre plus surprenant que de ce qu'au moyen d'une étincelle on peut transformer des masses immenses dans une matiere prodigieusement active, pareille à celle de l'étincelle même. Ce qu'est pour nous du feu actuel pour la production de nouveau feu, la glace l'est pour la production de nouvelle glace. Avec de la glace, mêlée avec certaines matieres, avec certains sels, on gele, on transforme en un corps solide, en glace, diverses especes de liqueurs aqueuses.

La pratique connue & usitée pour faire de la

* 5 Mai 1734.

la glace, lorſque l'air n'eſt pas aſſez froid pour geler l'eau, ſuppoſe donc de la glace déja faite. On met dans un vaſe mince, tel qu'un vaſe de fer-blanc, la liqueur qu'on veut convertir en glace. On poſe ce vaſe dans un autre vaſe plus grand; & on remplit de glace pilée & mêlée avec quelque ſel, l'eſpace qui eſt entre les parois intérieures du grand vaſe & les parois extérieures du vaſe qui contient la liqueur qu'on veut faire geler.

Cette voye de produire des congélations, qu'on peut nommer *artificielles*, a fourni aux Phyſiciens une ample matiere à des expériences curieuſes. Pour prendre une idée ſuffiſante de toutes celles qui ont été faites ſur ce ſujet, & ſur beaucoup d'autres ſujets de Phyſique, on n'a qu'à lire la Traduction Latine que nous a donnée depuis peu M. Musſchenbroeck des Eſſais de l'Académie de Florence. Ce ſavant & laborieux Auteur l'a accompagnée d'additions conſidérables, où il a raſſemblé avec un très grand ſoin les expériences les plus ſingulieres qui ont été faites par d'autres, ou par lui-même, ſur chacun des ſujets traités dans le corps de l'Ouvrage, depuis 1667, c'eſt-à-dire, depuis le tems où il fut imprimé pour la premiere fois.

Malgré pourtant le grand nombre d'expériences qui ont été faites ſur les congélations artificielles, j'oſe dire que c'eſt une matiere qui n'eſt encore qu'ébauchée; les expériences les plus ſimples, qui ſont pourtant les fondamentales, nous manquent encore; d'autres, plus recherchées, les ont fait négliger.

On ſait que l'eau qui commence à bouillir,

a pris le plus grand degré de chaleur qu'elle puiſſe prendre; mais il n'en eſt pas de même du degré de froid qu'a pris l'eau qui commence à ſe geler, ou de la glace qui n'a que le degré de froid qu'il lui faut pour reſter glace: elle eſt ſuſceptible d'une ſuite de degrés de froid de plus grands en plus grands, dont nous ignorons le terme. Differens ſels mêlés avec la glace, ou le même ſel mêlé avec la glace en differentes proportions, font naitre des degrés de froid ſupérieurs à celui qu'elle avoit lorſqu'elle a été formée, & ces degrés de froid ſont plus grands ſelon la nature du ſel qui a été employé. Ce que j'appelle les expériences ſimples & fondamentales, ſont celles qui doivent nous apprendre quel degré de froid peut produire chaque ſel, & la proportion dans laquelle il doit être mêlé avec la glace pour produire le plus grand des froids qu'il eſt capable de faire naitre. Ces expériences ſont les points d'où nous devons partir pour arriver à des expériences plus curieuſes, & elles nous fourniront quelques réſultats utiles, auxquels nous nous arrêterons principalement ici.

J'ai donné dans les Mémoires de 1730, la conſtruction de Thermometres dont les degrés ſont comparables, c'eſt-à-dire, de Thermometres tels que ſi on en place pluſieurs les uns auprès des autres, ils marqueront par un même nombre de degrés, l'état du froid ou du chaud de l'air qui les environne, & en degrés qui ne ſont pas des portions du tube priſes arbitrairement, mais qui ſont chacun des portions égales d'un volume connu d'une

li-

liqueur connue. Comme de pareils Instrumens étoient absolument nécessaires pour nous donner des mesures connues des degrés de refroidissement, il étoit en revanche absolument nécessaire de produire de très grands degrés de froid, & de les faire soutenir à ces Thermometres, pour mettre leur marche hors d'état d'être troublée par les froids des plus rudes Hivers auxquels ils peuvent être exposés; car il y a longtems que des Physiciens ont observé que la marche des Thermometres à esprit de Vin étoit quelquefois dérangée par de grands degrés de froid. J'ai établi ailleurs que le dérangement qui y arrive étoit produit par l'air qui s'en échappe, & j'ai cherché à mettre leur esprit de Vin en un état tel que les plus grandes chaleurs de l'air que nous respirons, ne pussent occasionner l'échappement d'aucunes bulles d'air de leur liqueur. Il n'est pas moins certain que le grand froid, comme le grand chaud, donne occasion à des bulles d'air de se dégager de l'esprit de Vin, & ce sont les bulles qui s'en échappent pendant le grand froid, qui troublent alors les marches des Thermometres. Les observations qui ont été faites sur ces Thermometres par un attentif observateur *, dans un Voyage aux Indes Orientales, nous ont déja appris qu'on peut passer la Ligne, vivre sous les Tropiques, & près de la Ligne, sans être exposés à des chaleurs aussi insupportables qu'on les imagine dans des endroits où les rayons du Soleil sont dardés

* M. Cossigny.

dés presque à plomb. Les observations faites pendant plus de 16 mois, tant aux Isles de Bourbon, de France & de Madagascar, que dans la route pour y arriver, & par conséquent sous la Ligne, ont fait voir que dans ces 16 mois il n'y avoit pas eu un jour dont la chaleur n'eût été au moins inférieure d'un degré ou deux à celle que nous avons eue à Paris dans certains jours de nos Etés les plus chauds. Il seroit de même curieux de savoir si les plus rudes froids des pays habités près des poles, ne sont pas inférieurs à ceux que nous avons éprouvés dans le mémorable Hiver de 1709, ou s'ils leur sont de beaucoup supérieurs: mais pour cela il faut être sûr que la liqueur des Thermometres ne sera aucunement altérée par un froid plus grand peut-être que ceux qu'on a jamais ressentis dans aucun des pays où les hommes ayent pénétré.

Nous sommes maitres de faire naitre presque dans un instant de ces prodigieux degrés de froid. Avant que de parler des moyens par lesquels on les produit, nous dirons que lorsqu'on s'est servi de ces grands froids pour régler le Thermometre, on peut ensuite lui faire soutenir les mêmes degrés de froid sans qu'il en soit dérangé le moins du monde. Mais il nous suffit actuellement de savoir que nous avons dans nos Thermometres des instrumens propres à mesurer tous les degrés de froid. Nous nous en sommes d'abord servi pour reconnoitre celui que pourroit produire chaque sel, & pour régler mieux les rangs dans lesquels on doit mettre les sels par rap-

port

port à cet effet, qu'ils ne l'ont été jusqu'ici. Nous avertirons encore, que toutes nos expériences ont été faites dans des tems où l'air n'étoit pas assez froid pour geler l'eau, & où la glace n'avoit que le degré de froid nécessaire pour la conserver dans son état de glace.

Le Salpêtre a été regardé comme un des sels des plus efficaces pour produire des congélations artificielles; tous les Traités qui ont été faits sur la glace concourent à nous en donner cette idée. M. de la Hire, dans le Traité qu'il publia en 1673, sur la formation de la Glace, & où il l'attribue à une espece de sel très volatil, contenu en plus ou moins grande quantité dans les sels concrets, prétend que le Salpêtre ou le Nitre a beaucoup plus de ce sel volatil propre à geler que le sel marin. On a recours au Nitre pour expliquer divers phénomenes singuliers de congélation. Si les Rivieres prennent à la Chine à des hauteurs de poles & dans des saisons où le froid ne sembleroit pas devoir être capable de geler, on en attribue la cause au Nitre ou au Salpêtre dont sont impregnées les terres des pays où ces Rivieres ont leur cours. Il est vrai aussi que le Salpêtre est propre à produire des congélations, mais il s'en faut bien qu'il puisse faire naitre des degrés de froid aussi grands que ceux que peuvent produire d'autres sels. Avec quelques soins, en quelques proportions que j'aye mêlé avec la glace, du Salpêtre bien raffiné, tel que celui de la troisieme cuite, ou du Salpêtre des Indes, le froid qui a résulté du mélange

lange n'a fait defcendre la liqueur de nos Thermometres que 3 degrés ½ au-deffous du terme de la congélation artificielle, c'eft-à-dire au-deffous du froid qui fuffit pour geler l'eau; & nous verrons bien-tôt que des fels dont on n'a pas une fi grande idée par rapport au refroidiffement, font capables de faire defcendre plus bas la liqueur du Thermometre.

Le fel marin fur-tout, le fel de table a bien une autre efficacité pour la production du froid. Si on le mêle dans les proportions convenables avec la glace, c'eft-à-dire, fi on mêle une partie de ce fel avec deux parties de glace, ou encore mieux deux parties de fel avec trois parties de glace, au milieu des plus grandes chaleurs de l'Eté, on fait naitre dans l'inftant un degré de froid plus confidérable que celui que l'Hiver de 1709 fit fentir dans ce pays. Par des comparaifons d'obfervations faites en differens tems fur le Thermometre de l'Obfervatoire, le plus violent degré de froid de cette année eût fait defcendre la liqueur de nos Thermometres à 14 degrés ¼ ou environ, & le fel marin mêlé avec la glace pilée fait defcendre la liqueur du Thermometre à 15 degrés complets.

Il eft vrai que le froid de la boule du Thermometre eft alors bien grand; fi on la retire du mêlange où elle l'a pris, les gouttes d'eau qu'on fait tomber fur cette boule font gelées prefque auffi-tôt qu'elles l'ont touchée. Un certain degré de chaleur tel que celui de la falive, ne retarde pas fenfiblement cet effet; un crachat qui tombe fur la boule n'a pas le tems d'y couler, il eft folide dans l'inftant.

Si

Si on plonge alors la boule dans de l'eau, elle est sur le champ enduite d'une calotte de glace, & on l'envelopperoit ainsi successivement d'une couche de glace très épaisse, comme on couvre une mêche du suif dans lequel on la plonge.

Le Salpêtre ne peut donc produire qu'un degré de froid déterminé par trois degrés & demi de notre Thermometre, pendant que le Sel marin en produit un de 15 degrés. Les degrés, qui sont les mesures de l'efficacité du froid de chaque sel, seront commodes pour nous donner des degrés fixes de froid; car en mêlant chacun de ces sels dans des proportions constantes avec la glace, on parvient constamment à avoir le même degré de froid. D'où il suit que dès que d'autres sels que ceux que nous venons d'examiner, nous donneront d'autres degrés de froid intermédiaires, nous serons en état de mieux déterminer les degrés de froid de differens jours d'Hiver & de differens pays, de les caractériser en quelque sorte. Les uns pourront être désignés par le froid produit par le Salpêtre; les autres par le froid produit par le Sel marin; & les autres par des froids d'autres sels dont nous parlerons dans la suite; au moyen de quoi il sera toujours aisé de ramener les degrés de froid marqués par un Thermometre quelconque, aux degrés de froid du nôtre.

La difference connue des efficacités du Sel marin & du Salpêtre peut être employée à un usage qui paroitra plus important à bien des gens, & qui généralement paroitra plus sin-

ſingulier. Pendant la guerre, tout ce qui y a rapport eſt ce qui nous touche le plus. La Poudre à canon eſt le grand & le principal agent des opérations militaires; il importe extrêmement de faire de bonne Poudre, & par la même raiſon il importe extrêmement d'avoir des moyens de s'aſſûrer de la qualité des Poudres. On en a enſeigné pluſieurs moyens; on a imaginé & conſtruit diverſes eſpeces d'éprouvettes ou de machines pour reconnoitre les forces des differentes Poudres. Toutes ces machines ſont faites pour meſurer, ſoit l'étendue de la dilatation de la Poudre qu'on eſſaye, ſoit la force avec laquelle elle ſe dilate. Mais ceux qui ſont le plus au fait de l'Artillerie, ſavent combien toutes les épreuves de la Poudre qu'on a propoſées juſqu'ici ſont incertaines. Quoique je vienne de préparer à la propoſition que je vais avancer, peut-être ne s'attend-on pas encore que je propoſe comme le meilleur moyen d'éprouver la Poudre à canon, qu'on n'a jamais conſidérée que par rapport à ſon inflammabilité, que je propoſe, dis-je, de l'éprouver par le froid qu'elle peut produire. Toute paradoxe que ſemble cette propoſition, elle paroitra bien-tôt certaine, au moins pour l'épreuve de la plus eſſentielle des matieres qui entrent dans la compoſition de cette Poudre, pour le Salpêtre. Il paroîtra tout auſſi ſingulier que le Salpêtre, qui eſt d'autant plus parfait, qu'il eſt plus inflammable, ne puiſſe pas être éprouvé auſſi ſûrement par le feu qu'il le peut être par la glace. Des notions ſimples & familieres à ceux qui ont quel-

quelque connoiſſance des Sels, & ſur-tout de la maniere dont on raffine le Salpêtre, ſuffiſent pour faire voir la certitude du nouveau genre d'eſſai du Salpêtre que je propoſe. On ſait que le meilleur Salpêtre eſt le plus raffiné, & que raffiner le Salpêtre n'eſt preſque que lui ôter une partie du Sel marin avec lequel il étoit mêlé: on lui en ôte une quantité conſidérable par la premiere cuite; on lui en ôte par la ſeconde cuite; & on lui en ôte encore par la troiſieme ou derniere cuite.

Rappellons-nous à préſent nos deux premieres expériences ſur l'efficacité des ſels pour produire du froid; rappellons-nous que le Salpêtre bien raffiné ne produit que 3 degrés & demi de froid au deſſous de la congélation, & que le Sel marin en produit 15; & on ne pourra s'empêcher d'en conclure qu'un Salpêtre qui ne ſera pas bien raffiné, qui contiendra plus de Sel marin que n'en contient celui qui ne peut faire deſcendre la liqueur du Thermometre qu'à 3 degrés & demi au deſſous de la congélation; que ce Salpêtre, dis-je, moins raffiné, fera deſcendre la liqueur du Thermometre au deſſous de 3 degrés & demi; qu'il la fera deſcendre d'autant plus bas qu'il ſera moins raffiné, ou qu'il contiendra plus de ſel marin. Cela eſt ſi évident, que je ne crois pas même qu'il faille avoir recours aux expériences pour le prouver. Auſſi me bornerai-je à en citer deux, qui donneront quelque idée de ce qu'on peut attendre de ce genre d'épreuves.

Dans la premiere, j'ai mêlé du Salpêtre de la premiere cuite avec de la glace pilée, dans

dans les mêmes proportions que j'avois mêlé du Salpêtre bien raffiné avec de pareille glace. La liqueur du Thermometre mis dans ce nouveau mêlange a descendu à 8 degrés & demi. Du Salpêtre plus raffiné ne l'eût fait descendre que de 3 degrés & demi. Dans une seconde expérience j'ai employé du Salpêtre encore moins épuré ; la liqueur du Thermometre a descendu à 11 degrés. Si on a eu si grande idée du froid que le Salpêtre peut produire, c'est qu'on n'a pas été difficile sur le choix, lorsqu'on a voulu l'employer pour faire de la glace, & qu'on aura souvent pris le moins parfait, le moins Salpêtre, qui heureusement étoit le plus efficace pour la production du froid.

Je ne m'arrêterai point actuellement à faire voir plus au long combien il est facile de déterminer par cette voye le degré de perfection de tout Salpêtre donné. Il est clair que si on prend la peine de raffiner du Salpêtre autant qu'il est possible; que si on l'amene à un point où il ne contienne plus, ou au moins il puisse être censé ne plus contenir de sel marin; qu'après qu'on se sera assuré du point où ce Salpêtre peut faire descendre la liqueur du Thermometre, si on mêle ensuite avec ce même Salpêtre du sel marin en differentes proportions toujours de plus grandes en plus grandes, & qu'on s'assure du degré de froid que peut produire le Salpêtre mêlé avec chacune de ces differentes doses de sel marin, on aura une Table des qualités des differens Salpêtres, exprimées en degrés du Thermometre; & cette Table appren-

prendra enſuite la quantité de ſel marin que contiendra tout Salpêtre dont on éprouvera la qualité.

Je ne crois donc pas qu'on puiſſe avoir une meilleure maniere d'eſſayer le Salpêtre, que par le froid qu'il peut produire. Le même genre d'épreuve ne paroîtra pas moins convenir à la Poudre à canon, lorſqu'on ſaura qu'elle eſt les trois quarts Salpêtre; car les doſes ordinaires de ſa compoſition ſont de trois parties de Salpêtre, d'une demi-partie de charbon pilé, & d'une demi-partie de ſouphre. Le charbon & le ſouphre ne ſont par eux-mêmes aucunement capables d'augmenter ou de diminuer le froid de la glace, & combinés avec le Salpêtre, ils n'en alterent point l'effet; en voilà des preuves déciſives. J'ai mêlé une partie de bonne Poudre à canon bien pulvériſée avec deux parties de glace; le froid qui a été excité par ce mêlange a fait deſcendre la liqueur du Thermometre à près de 3 degrés $\frac{1}{2}$, comme elle y fût deſcendue, ſi du Salpêtre eût été mêlé avec la glace.

Mais pour m'aſſûrer des differens degrés de froid que la Poudre à canon produiroit ſelon la differente qualité du Salpêtre qui ſeroit entré dans ſa compoſition, j'ai fait moi-même de la Poudre avec du Salpêtre de la troiſieme cuite, & ma Poudre a eu le même effet que la bonne Poudre que j'avois achetée. J'ai fait d'autre Poudre avec du Salpêtre de la premiere cuite; j'en ai mêlé une partie avec deux parties de glace pilée; ce mêlange a fait deſcendre la liqueur du Thermometre à

8

8 degrés ½, c'eſt-à-dire, à 5 degrés ½ plus bas que n'eût fait la Poudre compoſée de Salpêtre bien raffiné.

De la Poudre à canon faite avec de bon Salpêtre pourroit pécher en ce qu'on n'auroit pas fait entrer aſſez de ce ſel dans ſa compoſition, parce qu'on auroit employé le charbon & le ſouphre en trop grandes doſes. Notre épreuve avec la glace nous mettroit encore en état de connoitre l'imperfection de cette Poudre ; mêlée en même quantité & en même proportion avec de la glace, elle ne produiroit pas autant de froid que de bonne Poudre en produiroit dans les mêmes circonſtances.

Il eſt vrai qu'on pourroit combiner de mauvais Salpêtre avec des doſes plus fortes de charbon pilé & de ſouphre, de maniere que de la Poudre qui pécheroit, & par les doſes, & par la qualité du Salpêtre, ſeroit capable de faire naitre le même froid que fait naitre la bonne Poudre, ſi on les mêloit l'une & l'autre en même proportion avec la glace pilée. Mais le rapport du poids & du volume de la mauvaiſe Poudre, au poids & au volume de la bonne, pourroit aider à reconnoitre la tromperie, pour peu qu'on l'eût ſoupçonnée. Il y auroit même un moyen ſûr de la découvrir. On feroit diſſoudre de cette Poudre avec une ſuffiſante quantité d'eau, l'eau ſe chargeroit de ſon Salpêtre. Après avoir filtré cette eau, on la feroit évaporer, & on auroit le Salpêtre de cette Poudre. Par l'eſſai de la glace, on reconnoitroit aiſément ſa qualité, comme on peut reconnoitre celle

de

de tout Salpêtre. Ainſi il ne paroît pas qu'il puiſſe y avoir aucune mauvaiſe manœuvre dans la fabrique de la Poudre, que notre épreuve par la glace ne découvre. Sans aucun appareil, on parviendroit même à reconnoitre la Poudre dans laquelle ſeroit entré le mauvais Salpêtre; on n'auroit qu'à la mêler en grande doſe avec la glace, par exemple, à parties égales; elle produiroit alors un froid plus grand que celui qu'elle avoit produit dans de la glace, y étant mêlée dans une moindre proportion, un froid de plus de 3 degrés ½. La Poudre au contraire faite avec le bon Salpêtre ne fera jamais naitre plus de 3 degrés ½ de froid au-deſſous de la congélation.

Mais, pour reprendre la ſuite de nos eſſais des ſels, & pour déterminer en même tems les degrés de froid de notre Thermometre qui leur répondent, nous ſuppoſerons que nous les avons mêlés chacun avec la glace dans la proportion la plus avantageuſe: nous dirons ailleurs quelle eſt cette proportion la plus avantageuſe pour chacun d'eux. Les degrés dont nous parlerons ſeront toujours des degrés au-deſſous du terme où l'eau commence à ſe geler.

Quoiqu'on regarde le Souphre comme propre à refroidir l'eau, il n'a nullement refroidi la glace. Le Charbon pilé ne l'a auſſi aucunement refroidie.

Le Borax n'a donné à la glace qu'un demi-degré de froid au-deſſous de la congélation.

Le Vitriol verd ou de Mars donne 2 degrés de froid au-deſſous de la congélation.

Le sel de Glauber n'en donne pas davantage.

Mais le Sucre a fait descendre la liqueur du Thermometre à 5 degrés au-dessous de la congélation ; il est capable de produire un froid plus grand d'un degré & demi que celui du Salpêtre bien raffiné.

Le sel de Verre, qui est un sel moyen de la nature du sel marin, a fait descendre la liqueur du Thermometre à 10 degrés.

Les essais précédens ont été faits avec des sels moyens ; des sels d'une autre nature, des sels alkalis, méritoient d'être éprouvés. L'effet du sel de Tartre est assez considérable, il a fait naitre un froid plus grand de 10 degrés que celui qui suffit pour geler l'eau.

Le Natron d'Egypte, qui est une espece de sel alkali naturel qui se trouve mêlé inégalement avec le sel marin, a aussi donné un froid de 10 degrés.

Tous les sels alkalis ne sont pas capables de produire autant d'effet ; celui que j'ai tiré de la Soude n'a pu faire descendre la liqueur du Thermometre qu'à 6 degrés ½ au dessous du terme de la congélation.

La Chaux même, malgré la chaleur qu'elle produit quand l'eau la pénetre, augmente d'un degré & demi le froid de la glace avec laquelle elle est mêlée.

La Soude, c'est-à-dire, cette cendre de la Plante appellée *Kali*; la Soude, dis-je, qui est employée à tant d'usages, d'où a été tiré l'espece de sel dont nous venons de parler, fait descendre la liqueur du Thermometre

un

un peu plus de 3 degrés au deſſous de la congélation.

Le goût pour ces liqueurs glacées que nous nommons des Glaces, va tous les jours en augmentant. Le tems où une chaleur exceſſive nous porte à chercher à nous rafraichir, l'Eté, n'eſt plus la ſeule ſaiſon qui leur ſoit conſacrée; on n'eſt plus étonné de les voir paroitre ſur les tables au milieu de l'Hiver ſous des formes variées & recherchées, & avec des couleurs differentes. Quoi qu'il en ſoit du bon ou du mauvais uſage que nous faiſons des liqueurs glacées, le grand uſage que nous en faiſons fût-il l'effet d'un luxe pouſſé trop loin, plus cet uſage s'étend, & plus il importe de pouvoir faire les glaces à moins de fraix, en tout tems, & en tous lieux; le réſultat de notre derniere expérience nous en donne un moyen. On ſait déja que ceux dont la profeſſion eſt de les vendre, les ont miſes à un prix exceſſif par rapport à celui qu'elles leur coûtent. La plus grande dépenſe à laquelle elles engagent, eſt celle du ſel marin, du ſel de table qu'on y employe ordinairement. Si on s'en eſt tenu à ce ſel, quoique cher à Paris, c'eſt qu'il l'eſt encore moins que le Salpêtre. Si le Salpêtre ne coûtoit que deux ou trois ſols la livre, les faiſeurs de glaces ſe donneroient bien de garde d'employer le ſel marin. Nous avons dans la Soude une matiere capable de produire à peu-près autant d'effet que le Salpêtre bien raffiné, & une matiere à ſi bon marché, qu'on l'employe même pour les leſſives ordinaires.

Ne doutant nullement du ſuccès, j'ai donc eſſayé de faire des glaces avec la Soude mêlée avec de la glace ordinaire; l'expérience a réuſſi ſelon mon attente toutes les fois qu'elle a été répétée, quoique je l'aye faite dans des endroits auſſi chauds que le ſont pendant l'Eté ceux où l'on fait des glaces.

Puiſque le ſel marin eſt capable de produire un degré de froid ſi ſupérieur à celui du Salpêtre & de la Soude, il ſembleroit que le ſel marin devroit être employé avec beaucoup plus d'avantage que la Soude, & avec un avantage qui compenſeroit la difference du prix. Mais lorſqu'il eſt ſimplement queſtion de produire des glaces telles que celles que nous prenons, il n'eſt pas néceſſaire d'avoir recours aux matieres qui peuvent donner les plus grands degrés de froid. Quelques remarques ſur la petite manœuvre de la fabrique des glaces, nous feront voir même qu'un degré de froid exceſſif ne répondroit pas aux vues qu'on ſe propoſe. Les glaces deſtinées à nous être ſervies, ne doivent pas avoir la dureté des morceaux de glace, nous les voulons ſemblables à la neige; pour louer même des glaces bien faites, nous les appellons *des neiges*. On ſait que l'eau qui touche les parois du vaſe, ſe gele la premiere; c'eſt l'endroit le plus proche des matieres qui produiſent le refroidiſſement, & l'endroit qui ſe refroidit le premier. Pour parvenir à avoir de la glace rare, de la glace en neige, on ratiſſe de tems en tems avec une lame de couteau ou avec quelque inſtrument équivalent la couche de glace qui s'eſt formée contre

tre les parois intérieures du vase; on la divise ainsi en petites parties qui viennent nager dans la liqueur. Plus on ratisse souvent, plus on est attentif à emporter des couches minces, & mieux on réussit à avoir une glace bien en neige. Si les matieres qui produisent le froid, produisent trop subitement un froid excessif, des couches épaisses se forment trop vîte, on ne réussit pas à faire une glace si parfaite pour nous.

Une autre considération encore, c'est qu'il est difficile de compasser le tems nécessaire à faire des glaces, de maniere qu'elles ne soient faites que dans celui où on les veut prendre. On est souvent obligé de les garder pendant plusieurs heures, & alors on est en risque de les perdre, si on ne revient, & quelquefois à bien des reprises, à les entourer de nouvelle glace mêlée avec du sel. La glace d'eau, celle qui a servi à les produire, se fond, elle s'échauffe, & les liqueurs glacées ont le même sort. Il ne suffit donc pas que la matiere qu'on employe donne un grand degré de froid, il vaut mieux qu'elle donne un degré de froid moindre, qu'elle le donne pendant un tems plus long. D'où il suit que lorsqu'on veut faire des glaces, & les conserver pendant quelque tems, la préférence peut être accordée pour cette opération à des sels qui produisent un moindre degré de froid, s'ils le produisent pendant un tems plus long. Les sels qui mêlés avec la glace, font naitre un plus grand degré de froid, & généralement toutes les matieres qui font naitre un froid plus subit, fondent plus subite-

ment la glace. Si la Soude ne produit pas un degré de froid aussi considérable que celui du sel marin, degré de froid qui n'est pas nécessaire pour notre opération, & qui peut même nuire à un succès parfait, elle a sur le sel marin l'avantage considérable de ne pas faire fondre aussi promptement la glace, & de la maintenir plus longtems dans le degré de froid qui suffit pour empêcher les liqueurs qu'on a gelées de se fondre.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que quand on veut faire des glaces promptement, qu'on veut les faire en cinq ou six minutes, comme on s'en pique aujourd'hui, il faut avoir recours à un sel capable, comme le sel marin, de produire subitement un froid excessif; mais que si on aime mieux les faire à moindres fraix, quoique ce soit en plus de tems, on doit se servir de la Soude, & qu'on doit l'employer par préférence, lorsqu'on a besoin de conserver ses glaces pendant plusieurs heures, pendant des demi-journées.

Heureusement il en est encore ici de la Soude comme du Salpêtre : la meilleure, je veux dire la plus estimée comme Soude, & la plus chere, celle d'Alicante, est la moins efficace pour la production du sel. Cette Soude vaut quelquefois jusqu'à quatre sols la livre chez les marchands, & ils ont, ou au moins ils ont eu, & ils auront quand on voudra, des Soudes, dont ils ne trouvoient pas le débit, qu'ils ne vendent qu'un ou deux sols la livre ; ces mauvaises Soudes sont capables de produire 9, 10, & même 12 degrés

de

de froid au dessous de celui de la congélation, c'est-à-dire, un froid capable de faire des glaces assez promptement.

Mais veut-on encore une matiere plus simple & à meilleur marché que les Soudes les moins cheres, & dont on se servira avec succès, pourvu qu'on ne soit pas pressé par le tems, & une matiere qu'on peut trouver partout? c'est la Cendre ordinaire. On n'a qu'à prendre celle qui se trouve en toute cheminée où on a brûlé du bois neuf. Cette cendre mêlée avec la glace, à-peu-près à poids égal, donne un degré de froid de 3 degrés au dessous de la congélation, un degré de froid peu inférieur à celui du Salpêtre raffiné, & peu different de celui de la Soude d'Alicante. Si le refroidissement qu'elle produit n'est pas bien subit, elle a au moins l'avantage de conserver pendant longtems le degré de froid qu'elle est capable de faire naitre: sa matiere terreuse boit l'eau qui sort de la glace qui se fond; cette matiere terreuse devient une espece de pâte qui arrête mieux les impressions de l'air extérieur, & qui est plus difficile à échauffer que ne seroit de l'eau.

Mais si on veut absolument faire des glaces en aussi peu de tems qu'on les fait avec le sel marin, les faire avec un sel capable de produire un aussi grand degré de froid, nous trouverons encore un sel plus cher à la vérité à Paris que la Soude ordinaire, mais moins cher que le sel marin, qui méritera d'être préféré à ce dernier. Le sel dont nous voulons parler est encore une espece de Soude. On sait qu'en général les Soudes sont des

cendres qui ſont extrêmement chargées de ſel fixe. Il y a de ces eſpeces de cendres qui ſont preſque tout ſel, & qui ſont faites de bois ordinaires brûlés dans des eſpeces de fours, & avec certaines précautions que nous ne devons pas expliquer ici. Ces eſpeces de Soudes, ou de ſels, ſont appellées *des potaſſes*; elles nous viennent d'Allemagne, & on en peut faire par-tout où on a trop de bois. On les vend à Paris au plus huit ſols, & quelquefois ſix ſols la livre, & on pourroit les y avoir à très grand marché. Quelques-unes de ces potaſſes ſont aſſûrément préférables au ſel marin pour faire promptement des glaces. J'en ai eſſayé qui ont produit un degré de froid de 17 degrés ½, c'eſt-à-dire, un froid de 2 degrés ½ plus grand que celui du ſel marin. De moins bonnes que celles dont je viens de parler, m'ont encore donné un degré ½ de froid de plus que le ſel marin, 16 degrés ½.

Les differences conſidérables qui ſont entre les efficacités des differentes Soudes pour la production du froid, nous fourniſſent un genre d'épreuve pareil à celui dont le Salpêtre nous a donné occaſion de parler, pour reconnoitre les differentes qualités de ces ſels.

Le ſel ammoniac eſt celui de tous les ſels à qui on a accordé le premier rang par rapport aux congélations; cependant dans un très grand nombre d'épreuves, & dans les proportions les plus favorables de ſon mélange avec la glace, il ne m'a jamais produit

que

que 13 degrés de froid, c'eſt-à-dire, 2 degrés de moins que le ſel marin.

Le ſel marin capable de faire naitre 15 degrés de froid au deſſous de la congélation, eſt le ſel de table dont nous nous ſervons à Paris, celui qu'on tire des Marais ſalans de Brouage, & de ceux des pays voiſins; mais il peut y avoir, & il y a des ſels marins qui ne produiroient pas d'auſſi grands effets, & il peut y en avoir, & il y en a qui en produiſent de plus grands.

Le ſel marin ou le ſel de même nature qui ſe trouve au fond des chaudieres dans leſquelles on raffine le Salpêtre, a pourtant fait deſcendre la liqueur, comme notre ſel de table, à 15 degrés au deſſous de la congélation. Mais du ſel gemme, qui, comme on ſait, eſt un ſel foſſile de la nature du ſel marin, a produit plus de froid que le ſel marin de nos tables. Il a fait deſcendre la liqueur du Thermometre à 17 degrés, à 2 degrés plus bas que le ſel marin ordinaire.

Avec des eſprits, avec des liqueurs ſpiritueuſes tirées de ces mêmes ſels dont nous avons éprouvé la puiſſance, on parvient à faire naitre de prodigieux degrés de froid. C'eſt ſur quoi on a déja fait de curieuſes expériences, mais que nous avons eu beſoin de répéter pour en déterminer les effets en degrés de notre Thermometre.

Qu'on prenne de la glace pilée très fine, & réduite preſque en neige, qu'on mette un de nos petits Thermometres dans cette glace, contenue elle-même dans un vaſe de capacité proportionnée à celle du Thermome-

tre. Qu'on prenne une quantité d'esprit de Nitre dont le poids soit environ égal à la moitié de celui de la glace, & à qui on ait eu soin de donner le degré de froid de la congélation, en le tenant pendant quelque tems au milieu de la glace. Tout étant ainsi préparé, versez l'esprit de Nitre sur la glace, vous verrez descendre la liqueur du Thermometre avec beaucoup de vîtesse, & elle ne s'arrêtera que lorsqu'elle sera à environ 19 degrés au-dessous de la congélation. Voilà donc 4 degrés de froid par-delà les 15 que donne le sel marin.

On ira pourtant plus loin; on produira un degré de froid beaucoup plus grand, si avant que de verser l'esprit de Nitre sur la glace, on a fait prendre à cette glace & à l'esprit de Nitre un plus grand degré de froid que celui de la congélation. Je les ai refroidis l'un & l'autre au point d'avoir le degré de froid de 14 degrés, en les environnant de glace mêlée avec du sel marin. Cet esprit de Nitre, déja très froid, versé sur de la glace très froide, a produit un froid qui a fait descendre la liqueur du Thermometre à 23 degrés $\frac{1}{2}$.

Si on avoit refroidi la glace & l'esprit de Nitre à ce prodigieux degré de froid, c'est-à-dire, si on avoit fait prendre à la glace 22 à 23 degrés de froid, & si on avoit fait prendre le même degré de froid à l'esprit de Nitre, du mêlange de cet esprit de Nitre si prodigieusement refroidi avec de la glace également refroidie, il en naitroit une nouvelle augmentation de froid que j'ai ainsi poussée jusqu'à

qu'à 25 degrés. On ne voit point le terme où le froid pourroit être porté, en versant de l'esprit de Nitre de plus froid en plus froid avec de la glace de plus froide en plus froide. C'est pourtant une progression qui va en décroissant, & même en décroissant assez vîte.

L'efficacité du sel marin étant si supérieure, par rapport à la production du froid, à celle du Salpêtre, il sembloit qu'on devoit attendre que l'esprit de Sel employé avec les mêmes précautions que l'esprit de Nitre, feroit naitre un degré de froid beaucoup plus considérable. Mais plus on fait d'expériences, plus nous avons de preuves que nous ne devons pas trop nous fier aux premieres apparences. L'esprit de Sel a produit un peu moins de froid que l'esprit de Nitre n'en avoit produit, trois quarts de degré de moins.

S'il est singulier que l'esprit de Sel ne soit pas capable de produire un plus grand degré de froid que celui que l'esprit de Nitre peut produire, il doit le paroitre bien davantage qu'une liqueur inflammable, qu'une liqueur que nous regardons comme tout feu, que l'esprit de Vin en un mot soit propre à produire un degré de froid à-peu-près égal à celui que font naitre les esprits acides les plus violens. Les Physiciens savent pourtant que l'esprit de Vin versé sur de la glace, produit sur le champ un refroidissement qui est supérieur à celui de sels assez efficaces. Mais, pour mieux connoitre tout ce que peut l'esprit de Vin pour la production du froid, je lui ai fait prendre à lui-même 19 degrés de froid, en

environnant la bouteille, dans laquelle il étoit, de glace refroidie à ce point. Je l'ai versé sur de la glace refroidie au même degré; la liqueur du Thermometre qui étoit dans cette glace, est descendue à 21 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, qu'il ne s'en est fallu que 2 degrés que le froid produit par l'esprit de Vin n'ait été égal à celui qui est produit par l'esprit de Nitre dans les mêmes circonstances.

Nous nous sommes fait une loi de ne nous point arrêter à donner des explications qui pourroient paroitre incertaines, dans un Mémoire où nous ne pourrons même rapporter qu'une petite partie des faits que nos expériences nous ont fournis. Les explications que nous pourrions donner, devant être tirées des faits, le détail des faits doit les précéder. Un fait que nous pouvons prendre pour certain, c'est que si on mêle une matiere quelconque avec la glace, ce mélange ne produit de froid qu'autant qu'il occasionne la fonte de la glace. C'est un principe que M. de Mairan n'a pas manqué de saisir dans son Traité de la Glace, & dont il a bien su faire usage. Dans la vue de démontrer la vérité de ce principe, j'ai fait une expérience dont le succès eût surpris ceux à qui ce principe n'eût pas été connu. J'ai fait prendre à de la glace bien pilée 12 degrés de froid; j'ai jetté sur cette glace du sel marin froid lui-même de 12 degrés. La glace & le sel froids à ce point étoient très secs l'un & l'autre; le sel devoit toucher la glace, être mêlé avec elle sans la fondre. Je les ai mêlés en-

enſemble avec un inſtrument très froid ; il ne s'eſt fait aucune fuſion, auſſi ne s'eſt-il fait aucune nouvelle production de froid. La liqueur du Thermometre qui auroit dû deſcendre à 15 degrés par l'effet du mêlange du ſel & de la glace, a reſté à 12 degrés, c'eſt-à-dire, au degré qu'avoient la glace & le ſel avant que d'être mêlés.

J'ai pourtant cru qu'avec de la glace & du ſel refroidis on pouvoit produire des degrés de froid plus grands que ceux qu'ils donnent lorſqu'on les mêle enſemble, n'ayant chacun que le froid de la congélation, ou un froid moindre. J'ai mêlé enſemble de la glace & du ſel marin qui avoient chacun 14 degrés de froid ; la liqueur du Thermometre eſt reſtée à ce terme. Pendant qu'elle y paroiſſoit fixe, j'ai verſé ſur la glace, de l'eau chargée de ſel marin, & froide de 8 à 9 degrés. Le but que je me propoſois eſt aiſé à voir, je voulois mettre le ſel marin concret & la glace en état de fondre. La glace & le ſel ſe ſont auſſi fondus, & ſur le champ le froid des matieres qui ſe fondoient a augmenté. Non ſeulement la liqueur du Thermometre a deſcendu à 15 degrés, terme ordinaire du froid de la glace & du ſel marin, elle eſt deſcendue 2 degrés ½ plus bas, à 17 ½. D'où il ſuit qu'au moyen de cet expédient, on pourroit avec de la glace & du ſel refroidis de plus en plus, produire des degrés de froid de plus grands en plus grands. Cette maniere de faire uſage des ſels, & les combinaiſons que j'ai tenté de faire de differens ſels les uns avec les autres, m'ont

déja appris qu'avec des ſels concrets on peut produire des degrés de froid preſque auſſi conſidérables que les plus grands qui ayent été produits avec les plus forts eſprits acides Avec du ſalpêtre, du ſel marin & du ſel ammoniac refroidis, mêlés ſucceſſivement avec la glace, en doſes convenables, j'ai fait naître un degré de froid de 22 degrés. Partant de-là pour faire uſage des eſprits acides, quel froid ne produiroit-on pas!

La meilleure & la plus préciſe maniere de meſurer les degrés du froid, eſt aſſurément par les degrés de condenſation qu'il produit dans la liqueur du Thermometre; il en eſt encore une autre qui a quelque choſe de moins exact, mais de plus ſatisfaiſant, c'eſt celle qui nous détermine leur puiſſance pour geler, pour faire prendre de la ſolidité à des liqueurs. L'eau eſt gelée par un degré de froid que nous prenons pour le terme d'où nous commençons à compter les degrés qui vont en augmentant. Il y a des liqueurs qui conſervent leur fluidité, quoiqu'on leur faſſe prendre les plus grands degrés de froid que nous ayons produits; tel eſt heureuſement l'eſprit de Vin de nos Thermometres. Si on l'affoiblit en le mêlant avec de l'eau, on donne plus de priſe au froid pour le fixer, pour le rendre ſolide. Dans mes differentes épreuves j'ai mis dans le mêlange de glace & de ſel de petits tubes de verre remplis chacun d'eſprit de Vin affoibli en differentes proportions. Tout ce qu'a pu faire le froid de 23 degrés $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, ce prodigieux froid qui naît de l'eprit de Nitre refroidi, verſé ſur

la

la glace refroidie, a été de faire geler l'esprit de Vin, tel que celui de nos Thermometres, mêlé en parties égales avec l'eau. Un mêlange de trois parties du même esprit de Vin & de deux parties d'eau a conservé sa fluidité au milieu de ce grand froid. Mais ce mêlange de trois parties d'esprit de Vin & de deux parties d'eau a été converti en glace par un degré de froid de 25 degrés, que j'ai produit en versant de l'esprit de Nitre très refroidi sur de la glace très refroidie.

Le froid de 15 degrés, celui que produit le sel marin, ne peut geler qu'un mêlange fait d'une partie d'esprit de Vin & de trois parties d'eau.

Nous ne sommes pas surpris que les liqueurs inflammables, telles que l'esprit de Vin, & peut-être ne le devons-nous pas être encore, que les puissans esprits acides, que les eaux mêmes chargées de beaucoup de sels, conservent leur liquidité contre des froids excessifs. Mais la Nature sait composer des liqueurs qui ne sont nullement inflammables, qui n'ont pas d'acidité sensible pour nous, & qui cependant sont en état de résister à de très grands froids. Je veux parler de l'espece de sang qui circule dans des Insectes de tant d'Especes. Par sa couleur, par son goût, nos sens grossiers le jugeroient de l'eau, ou au moins une liqueur extrêmement aqueuse. Les canaux dans lesquels il circule, nous conduisent, à la vérité, à en prendre une autre idée. Il m'a paru curieux de savoir quels degrés de froid étoient capables de soutenir les liqueurs des Insectes sans se geler. S'il est un état de mort,

c'est

c'eſt aſſurément celui où toutes les liqueurs ſont gelées, où tout leur mouvement, même leur mouvement inteſtin, eſt arrêté. Quand l'Hiver nous fait ſentir un froid que nous trouvons trop rude, ce ſeroit une eſpece de conſolation de ſavoir qu'il nous délivre de certaines Eſpeces d'Inſectes ; qu'il fait périr telle Eſpece de Chenilles qui pendant l'Eté auroit dépouillé les arbres de nos jardins de leurs feuilles ; qu'il en fait périr une autre qui auroit ravagé les choux ou d'autres légumes. J'ai mis dans des tubes de verre des Chenilles de differentes Eſpéces & d'autres Inſectes, & cela pendant l'Hiver, & au commencement du Printems. J'ai placé ce tube de verre dans un mêlange de glace & de ſel propre à faire naitre un grand degré de froid, qu'un Thermometre placé dans la même liqueur me faiſoit connoitre. Je réſerve le détail de ces expériences pour un autre Ouvrage, pour l'Hiſtoire des Inſectes où il doit ſe trouver ; je me contenterai d'en donner ici quelques réſultats. Huit degrés de froid au-deſſous de la congélation ont été néceſſaires, mais ils ont ſuffi pour geler parfaitement des Chenilles de quelques Eſpeces. Ces 8 degrés de froid les ont rendues roides, & auſſi dures que la plus dure glace, on ne pouvoit les couper que comme on coupe une pierre tendre ; auſſi toutes ces Chenilles étoient-elles bien mortes, & ne ſe ſont jamais donné de mouvement depuis.

J'ai expoſé au même degré de froid, & enſuite à de plus grands degrés de froid, des Chenilles qui, quoiqu'elles dûſſent devenir d'une grandeur médiocre, c'eſt-à-dire, longues

gues de plus d'un pouce, & grosses à proportion, n'avoient que deux ou trois lignes de longueur, & n'étoient guere plus grosses que de grosses épingles. Si jeunes, & par conséquent si délicates, elles ne sembloient pas être en état de résister à un froid bien rude; il y en a pourtant eu à qui j'ai fait soutenir un froid de plus de 17 degrés, plus grand de près de 3 degrés que celui de l'année 1709. Quand je les ai eu retirées de l'endroit où regnoit un si furieux froid, elles sembloient mortes, mais elles ne l'étoient pas; leur corps avoit sa premiere souplesse, il cédoit sous le doigt, il se laissoit plier. Enfin ces Chenilles réchauffées peu-à-peu, c'est-à-dire, d'abord dans de la glace ordinaire, ont commencé à se mouvoir, & ont paru aussi vigoureuses qu'elles l'étoient avant que d'avoir été mises à une si rude épreuve.

Le sang & les principales liqueurs qui se trouvent dans le corps de ces Insectes, toutes aqueuses qu'elles nous semblent, sont donc d'une nature à soutenir un froid excessif sans se geler. Je vois bien qu'on peut soupçonner que ce que j'attribue à la nature de leurs liqueurs, a peut-être pour cause la chaleur qui regne dans l'intérieur de l'Insecte, & la rapidité avec laquelle les liqueurs y circulent. Quoiqu'après une diete de trois à quatre mois qu'avoient faite les Chenilles dont je parle, la vîtesse de la circulation dût être bien affoiblie, & la chaleur intérieure bien diminuée, j'ai pourtant craint que les deux causes dont je viens de parler, ne produisissent l'effet que j'attribuois à la qualité

lité de leurs liqueurs. Le doute étoit aisé à lever par une expérience. J'ai tué plusieurs de ces Chenilles, & bien mortes, je les ai mises dans le tube de verre que j'ai tenu pendant un tems suffisant au milieu du mêlange qui produit un froid de 17 degrés; quand je les en ai eu retirées, j'ai vu que leurs corps étoient aussi souples que l'étoient, après la même épreuve, ceux des Chenilles qui l'avoient soutenue vivantes. Les liqueurs du corps des mortes n'avoient donc été aucunement gelées par un si grand froid; ce n'est donc ni la chaleur intérieure de leur corps, ni le mouvement rapide de leurs liqueurs, qui empêche ces liqueurs de se geler.

Nous ne pouvons donc pas espérer que les plus grands froids de notre climat nous délivrent, ni même qu'ils diminuent le nombre des Chenilles de l'Espece dont je viens de parler, & malheureusement c'est celle qui fait le plus de ravage; dans certaines années, le nombre de ses individus égale peut-être en France celui des individus d'un millier d'autres Especes: aussi avons-nous nommé cette espece *la Commune*. C'est celle qui passe l'Hiver dans des nids de toiles qui paroissent sur les arbres, mieux qu'en tout autre tems, lorsque leurs feuilles sont tombées.

Il n'est pas sûr même que l'Hiver nous délivre des Especes de Chenilles dont les liqueurs sont gelées par 7 à 8 degrés de froid, lorsque le froid de l'air devient plus considérable. Le grand Maitre qui a fait les Chenilles, a plus songé à les constituer comme elles le doivent être, qu'à les constituer comme nous vou-

voudrions qu'elles le fussent. Quantité d'Especes passent l'Hiver sous la forme de Chrysalides. Il y a de ces Chrysalides qui, pendant cette rude saison, sont attachées contre des murs, contre des entablemens d'édifices, contre des branches d'arbres; qui y sont nues, c'est-à-dire, qui ne sont point couvertes d'une coque de soye. J'ai fait souffrir à de pareilles Chrysalides de très grands degrés de froid, sans que leurs liqueurs se soient gelées, sans qu'elles ayent paru en souffrir. D'autres Chrysalides au contraire ont été durcies par un froid de 7 à 8 degrés, & elles ont péri; mais ces dernieres étoient des Chrysalides venues de Chenilles qui étoient entrées en terre, qui s'y étoient construit des coques dans lesquelles elles s'étoient métamorphosées. Ainsi les Insectes qui restent exposés à de grands degrés de froid, sont ceux qui les peuvent braver. Ceux qui sont plus sensibles aux impressions du froid, agissent comme s'ils prévoyoient celui qui doit regner pendant l'Hiver sur la surface de la terre, & auquel ils ne sauroient résister; je dis qu'ils agissent comme s'ils le prévoyoient, parce que ce ne sont pas les approches de l'Hiver, le froid actuel, qui détermine les Chenilles à entrer en terre: il y a des Chenilles qui s'y enfoncent dans les mois de Juillet & d'Août, & d'autres même dès le commencement du Printems. Peu après y être entrées, elles s'y transforment en Chrysalides, & y restent quelquefois des neuf à dix mois, & même près d'une année. Ce n'est que l'année suivante que l'Insecte sort de terre sous la forme de Papillon.

Au

Au reſte, le ſang des grands animaux, celui des oiſeaux, celui des quadrupedes & le nôtre même, non ſeulement ſe coagulent aiſément, mais ils ſont bien plus aiſés à geler que celui des Inſectes. Le ſang d'un Pigeon qu'on a fait couler tout chaud dans un tube, a été réduit en glace très dure par 7 à 8 degrés de froid, & eût pu être gelé par un moindre froid. Le ſang d'un Agneau a ſoutenu, ſans ſe geler, 3 degrés de froid; mais 5 degrés l'ont rendu de la glace. Les grands animaux ont dans leurs corps une chaleur & un principe de chaleur, qui ne ſe trouvent pas dans ceux des Inſectes. Les grands animaux n'avoient donc pas beſoin d'avoir un ſang qui gelât auſſi difficilement que gele celui des Inſectes.

Pour avoir des Thermometres dont la marche ſoit la même, dont les degrés ſoient exactement comparables, ils doivent être remplis d'une même liqueur, d'un eſprit de Vin également dilatable: auſſi la difficulté qui nous a arrêté le plus, a été de trouver un moyen de nous aſſûrer de la dilatabilité de l'eſprit de Vin. Pour y parvenir, nous avons cherché combien differens eſprits de Vin condenſés par le froid de la congélation artificielle de l'eau qui commence à ſe geler, pourroient être dilatés par le plus grand degré de chaleur que l'eſprit de Vin puiſſe prendre ſans bouillir. Lorſque nous avons enſeigné la maniere de faire cette épreuve, nous avons averti qu'elle eſt extrêmement délicate, qu'elle demandoit à être faite par quelqu'un qui y apportât toute ſon attention, & même qui

s'y

s'y fût exercé plus d'une fois. Il y a à craindre, lorsqu'on chauffe un peu trop brusquement l'eau, de faire bouillir l'esprit de Vin avant que de lui avoir fait prendre tout le degré de chaleur qu'il peut prendre sans bouillir, lorsqu'il est échauffé plus doucement. Quand l'épreuve est bien faite, l'esprit de Vin le plus rectifié se dilate davantage que celui qui l'est moins. Tel esprit de Vin, dont le volume condensé par la congélation de l'eau est à 1000, a un volume de 1090, lorsqu'il est dilaté par le plus grand degré de chaleur qu'il puisse prendre sans bouillir. Dans le même cas le volume d'un autre esprit de Vin plus foible sera de 1085; & nous avons choisi pour nos Thermometres l'esprit de Vin, dont le volume condensé par la congélation étant 1000, devient 1080 raréfié par le plus grand degré de chaleur qu'il puisse prendre sans bouillir.

Si le même degré de chaleur raréfie davantage l'esprit de Vin le plus rectifié, le même degré de froid condense davantage cet esprit de Vin qu'il n'en condense un plus foible. Au-lieu de caractériser l'esprit de Vin par son degré de dilatabilité, nous pouvons donc le caractériser par son degré de *condensabilité*. On a deux esprits de Vin differens, dont le volume est réduit à 1000 par le degré de froid de la congélation de l'eau; si on met des boules de Thermometre faits de ces differens esprits de Vin, dans un mélange convenable de sel & de glace, l'esprit de Vin le plus foible ne descendra pas aussi bas dans son tube que l'esprit de Vin le plus fort descendra

dra dans le ſien. Nous avons vu, par exemple, que l'eſprit de Vin ordinaire de nos Thermometres, l'eſprit de Vin dont nous les rempliſſons, eſt deſcendu à 15 degrés dans un mêlange de ſel & de glace fait dans les rapports de 1 à 2 & de 2 à 5. J'ai mis dans un autre Thermometre un eſprit de Vin rectifié, de celui que je fais affoiblir en le mêlant avec l'eau, avant que d'en remplir les Thermometres; cet eſprit de Vin a deſcendu à 17 degrés $\frac{1}{3}$, la boule du Thermometre ayant été miſe dans un pareil mêlange de ſel & de glace. Ainſi le rapport de condenſabilité de ces deux eſprits de Vin eſt comme 15 à 17 $\frac{1}{3}$. La dilatabilité de ces deux eſprits de Vin, priſe au-deſſus de la congélation, étoit comme 80 à 90, comme 8 à 9, & leur condenſabilité comme 15 à 17 $\frac{1}{3}$, ce qui ne donne pas un rapport auſſi different qu'on auroit pu l'attendre.

La commodité de ce genre d'épreuve, c'eſt qu'elle ne demande d'autre attention que celle de bien mêler le ſel & la glace; on n'a point de bouillonnemens à craindre; elle peut être aiſément répétée. Si les réſultats des differens eſſais ſont les mêmes, ou varient peu, on eſt ſûr d'avoir bien opéré. A la vérité, on n'a pas une auſſi grande ſuite de degrés de condenſabilité que celle des degrés de dilatabilité; mais ce daſavantage eſt plus que compenſé par le peu d'inconvéniens auxquels cette épreuve expoſe. Il eſt très aiſé de la faire avec préciſion. On pourroit même prendre une aſſez grande ſuite des degrés de condenſabilité, ſi au-lieu de faire l'épreuve à un froid

froid de 15 degrés au dessous de la congélation dans notre Thermometre ordinaire, on la faisoit à un froid de 22 à 23 degrés.

Mais, pour revenir aux expériences par le moyen desquelles nous produisons des augmentations de froid, il est clair que la matiere qu'on mêle avec la glace y doit être mêlée en une certaine proportion & avec certaines précautions. Des règles générales seront aisées à déterminer, si on se rappelle l'expérience qui a prouvé incontestablement que le refroidissement ne se fait qu'à l'occasion de la fonte de la glace; elle apprend, cette expérience, qu'il faut employer la quantité, soit de matiere solide, soit de liquide, nécessaire pour fondre la glace, & qu'il ne faut en employer que cette quantité. Si on n'employe pas le sel marin, par exemple, en quantité suffisante, le degré de froid qui sera produit ne sera pas aussi considérable qu'il peut l'être. Si on mêle au contraire le sel marin en trop grande proportion avec la glace, il en arrivera encore que l'on n'aura pas un aussi grand degré de froid qu'on auroit eu, si on l'eût employé dans une moindre dose. Ce n'est pas seulement la glace qui doit se fondre, le sel doit se fondre en même tems; c'est la liqueur qui vient de la glace & du sel fondu, qui a un plus grand degré de froid que la glace. Le sel & la glace qui ne sont pas fondus, sont moins froids que la liqueur composée de glace nouvellement fondue & de sel; d'où il suit que le sel excédent qui a été employé, ne sert qu'à réchauffer les parties qui se fondent & qui se mêlent par la fusion.

Deux

Deux expériences, dans l'une desquelles le sel marin a été employé en trop petite quantité, & dans l'autre desquelles ce sel a été mis en trop grande quantité, donneront les preuves de ce que nous venons d'avancer. La plus petite dose dans laquelle j'ai employé le sel marin, a été d'une seule partie de ce sel contre dix de glace. Il n'a pas laissé de résulter de ce mêlange un froid considérable, il a été de 8 degrés $\frac{3}{4}$, moindre pourtant de 6 degrés $\frac{1}{4}$ que celui qui eût été produit par la combinaison la plus avantageuse. Dans une autre expérience, j'ai mêlé le sel avec la glace en parties à-peu-près égales, huit parties de sel avec neuf de glace; le froid qui a été produit, n'a été que de 13 degrés $\frac{1}{2}$, moindre par conséquent d'un degré $\frac{1}{2}$ que celui qui eût été donné par la proportion la plus favorable.

La proportion la plus efficace du mêlange d'un sel avec l'eau seroit aisée à déterminer, si le sel pouvoit être mêlé par des parties indéfiniment petites avec la glace prodigieusement divisée; la quantité de sel seroit alors à-peu-près égale ou peu supérieure à la quantité de ce sel que l'eau peut tenir en dissolution. Mais comme le sel est toujours employé en gros grains, que la glace même, fût-elle prise en neige, est toujours en grosses molécules; pour que la glace soit le plus touchée qu'il est possible par le sel, pour que la fusion soit opérée le plus promptement qu'il est possible, la quantité du sel qui doit être emloyée, doit surpasser celle que cette eau tiendroit en dissolûtion. Ainsi, quoique l'eau ne puisse tenir

tenir qu'un peu plus du tiers de ſon poids de ſel marin diſſous, j'ai trouvé qu'il falloit mêler une partie de ſel marin en grains avec deux parties de glace. Il y a même ſur tout cela des limites d'une aſſez grande étendue; deux parties de ſel mêlées avec trois parties de glace, ont produit le même effet qu'une partie de ſel mêlée avec deux parties de glace.

Mais au moins réſulte-t-il de ces obſervations, que pour produire les plus grands degrés de froid poſſibles avec differens ſels, on employera en moindres doſes que le ſel marin les ſels dont l'eau ne peut pas tenir en diſſolution une auſſi grande quantité que celle qu'elle tient de ce ſel; & qu'on employera au contraire en plus grande proportion les ſels dont l'eau peut diſſoudre davantage que de ſel marin.

Enfin, on voit qu'il faut faire le mêlange de la glace & du ſel le plus parfaitement & le plus promptement qu'il eſt poſſible, pour produire le plus grand degré de froid poſſible. Plus le froid tarde à naitre, & moins il eſt grand, parce que la chaleur des matieres extérieures a plus le tems d'agir avec ſuccès contre le mêlange. La meilleure maniere de mêler enſemble la glace & le ſel, m'a paru être de les poſer l'une & l'autre par couches autour du vaſe qu'on veut refroidir, & de remuer enſuite le tout avec quelque inſtrument de fer bien refroidi. La pratique de quelques faiſeurs de glace eſt de mêler la glace & le ſel enſemble dans un grand vaſe, d'où ils la tirent bientôt pour la mettre dans un vaſe plus petit où eſt celui qui contient

la liqueur qu'ils veulent geler; mais il eſt évident que ce procédé fait perdre une partie du froid. Pendant qu'on mêle la glace avec le ſel, il s'éleve une fumée très épaiſſe, ſemblable à celle d'un feu qu'on vient d'éteindre; la vapeur qui ne peut s'élever que très lentement dans un air très froid, s'y raſſemble ſous la forme de fumée.

Quoiqu'il ſemblât que plus le ſel ſeroit pulvériſé & réduit en grains fins, & plus ſon effet ſeroit prompt, j'ai pourtant obſervé qu'on réuſſiſſoit ſouvent moins bien en employant le ſel marin, par exemple, extrêmement pulvériſé, qu'en l'employant après avoir ſimplement écraſé ſes grains, ou en leur laiſſant même toute leur groſſeur. Ce n'eſt pas qu'il ne ſoit certain que le meilleur des procédés eſt celui de mêler la glace & le ſel par les plus petites parties qu'il eſt posble; mais il arrive que lorſqu'on a jetté du ſel en poudre très fine, il ſe trouve bientôt dans la glace par maſſes plus groſſes que celles des grains écraſés, ou dans leur entier; l'humidité lie enſemble des amas de ces petits grains.

Moins de circonſtances s'oppoſent à ce que l'eſprit de Vin, les eſprits acides, & généralement tous les liquides propres à faire naitre du froid, en produiſent les plus grands degrés qu'ils ſont capables de produire. Ils ſe mêlent bien plus parfaitement avec la glace, ils la touchent & l'attaquent dans un inſtant de toutes parts.

Une remarque que nous avons faite, c'eſt que pour produire de nouveaux degrés de froid,

froid, il faut que de la glace fondue & de la matiere ſoit ſolide, ſoit liquide, qui a été employée, il ſe faſſe un nouveau liquide. De-là nait une règle pour connoitre les liqueurs, qui mêlées avec la glace, ſont incapables d'y produire du froid. Toutes les liqueurs huileuſes qui ne peuvent pas ſe mêler avec l'eau, ſeront employées ſans ſuccès. Auſſi ai-je éprouvé que des huiles groſſières, telles que l'huile de Lin, ou des huiles plus ſubtiles, comme l'huile & l'eſprit de Terebenthine, ſeront jettées inutilement ſur la glace; elles la peuvent fondre, mais elles ne peuvent ſe mêler avec l'eau qui nait de la fuſion, & par-là elles ſont incapables de produire des degrés de froid. Il en eſt de même de toute matiere, ſoit graſſe, ſoit terreuſe, de forme ſolide qui ne pourra être tenue en une parfaite diſſolution par l'eau, qui ne forme pas avec elle un nouveau fluide. J'ai inutilement fait mêler de la glace avec de la graiſſe, & avec des matieres terreuſes qui contiennent peu de ſels dont l'eau puiſſe ſe ſaiſir, telle que la Craye; il ne s'en eſt ſuivi aucun refroidiſſement

SOLUTION

DE PLUSIEURS PROBLEMES

Où il s'agit de trouver des Courbes dont la propriété consiste dans une certaine relation entre leurs branches, exprimée par une Equation donnée.

Par M. CLAIRAUT.

DANS les Courbes dont on parle dans ce Mémoire, il ne suffit pas, comme dans la plupart des autres, de considérer un de leurs points quelconques, ou une partie infiniment petite de la Courbe pour la déterminer toute entiere. Les propriétés de celles-ci demandent nécessairement qu'on prenne à la fois plusieurs points à distances finies les uns des autres, & dans des branches differentes.

Les Problêmes que je vais donner, & ceux qui sont de la même espece, seroient fort faciles, si, pour trouver les Courbes qui en sont la solution, on se contentoit de prendre deux ou plusieurs branches de differentes Courbes, au-lieu de trouver une seule Courbe qui les comprenne toutes. Prenant une branche d'une Courbe quelconque, on en trouveroit aisément d'autres par les méthodes ordinaires, qui auroient avec cette premiere la relation demandée. Mais pour faire

faire enforte que les differentes branches appartiennent toutes à la même Courbe, il faut néceffairement avoir recours à d'autres méthodes qui ajoutent de plus grandes difficultés à ces Problêmes.

Il n'y a eu jufqu'ici, du moins que je fache, que très peu de Problêmes de cette nature, on peut dire même qu'il n'y a d'expliqué que le fameux Problême des Trajectoires réciproques, dont Mrs. Bernoulli, Pemberton & Euler ont donné des folutions dans les Actes de Leipfic, années 1718, 1719 & 1720, & dans le Tome II. des Mémoires de l'Académie de Petersbourg.

Dans les autres Problêmes, dont je parlerai tout à l'heure, on ne trouve que quelques-unes des Courbes qui ont la propriété demandée, fans montrer la méthode, ou du moins fans donner le détail néceffaire pour la faire bien entendre.

DEFINITIONS.

On doit favoir que par fonction d'une variable, on entend une quantité compofée de cette variable & de conftantes, de quelque maniere qu'elle en foit formée: par exemple, x^2, x^3, x^4, $+ax^3$, $\frac{x^2+ax}{x+\sqrt{(ax)}}$ font des fonctions de x. Je me fervirai de differens fignes, comme Πx, Φx, Δx, &c. pour exprimer differentes fonctions en général.

Lorfque je parlerai dans ce Mémoire, d'équations où deux quantités font la même fonction; ce fera des équations où on peut met-

tre une de ces deux quantités à la place de l'autre, ſans que l'équation en ſoit changée: par exemple, $xy = a$, $x^2 + y^2 = a$, $bx + by + cxy + y^3 + x^3 = d$, ſont de ces ſortes d'Equations.

LEMME.

Si dans une Equation où deux quantités font la même fonction, l'on ſubſtitue à la place de l'une de ces quantités $A + B$, & à la place de l'autre $A - B$ (A & B marquent tout ce que l'on veut), il arrivera toujours dans le réſultat qu'il ne reſtera plus que des puiſſances paires de B. Par exemple, dans l'Equation $bx + by + cxy = d$, ſi l'on met pour x, $A + B$, & pour y, $A - B$, il viendra $2bA + cAA - cBB = d$, où B eſt au quarré; dans $x^3 + y^3 = a$, on trouvera $2A^3 + 6ABB = a$, &c.

La même choſe arrivera ſi l'on met pour les deux quantités $\frac{A + B}{C + B}$ & $\frac{A - B}{C - B}$, ou $\frac{A + C - B}{D + B}$ & $\frac{A + C + B}{D - B}$; & en général, ſi l'on employe deux quantités qui ne diffèrent entre elles que par le ſigne + ou − qu'on donnera à B. Mais ſi l'on fait les mêmes ſubſtitutions dans une Equation où les deux quantités ne font pas la même fonction, les puiſſances impaires de B ne s'en iront point.

Dans les Journaux de Leipſic (année 1696 & 1697), le célèbre M. Jean Bernoulli donne un Mémoire qu'il intitule *Supplementum defectus Geometriæ Carteſianæ circa inventionem locorum*:

locorum: il y remarque que d'autres courbes que le cercle peuvent avoir cette propriété, que d'un point extérieur tirant une infinité de droites ſécantes, le produit des ſegmens eſt toujours conſtant, & il donne une Equation qui renferme quelques-unes des courbes qui ont cette propriété, mais ſans montrer ſa ſolution.

Il imagine enſuite que les ſécantes, au-lieu de partir d'un point fixe, ſoient toutes paralleles entre elles, & terminées par une droite donnée de poſition, & il donne quelques-unes des courbes dans leſquelles le produit de ces ſegmens eſt conſtant; enſuite il prend pour la propriété des ſegmens que leur ſomme ſoit conſtante, au-lieu de leur produit.

Et il propoſe aux Géometres, de trouver des Courbes dans leſquelles la ſomme de deux puiſſances quelconques des ſegmens ſoit conſtante. Mrs. Leibnitz, Jaques Bernoulli, & le Marquis de l'Hôpital réſolurent ce Problême, en donnant chacun une Equation qui renfermoit quelques-unes des courbes demandées, mais ſans démonſtration, excepté M. Jaques Bernoulli dont la ſolution n'eſt autre choſe que de prendre une Equation $y = ax^n + bx^m$, dont les coëfficiens & les expoſans ſont arbitraires, & de les trouver enſuite par la méthode des indéterminées, de façon que la courbe ait la propriété demandée: mais il eſt aiſé de voir que cette méthode n'eſt pas directe. Il n'en eſt pas de même d'une ſolution de ces Problêmes que M. Newton a miſe dans le même Journal; on voit bien par le peu qu'il donne, qu'il avoit

le véritable chemin pour les résoudre: mais sa méthode est si peu expliquée que j'ai cru qu'on verroit avec plaisir la solution suivante, qui au fond est, je crois, la même que celle de M. Newton, mais avec toute l'étendue qui m'a paru nécessaire pour la rendre claire & applicable à tous les Problêmes de la même nature.

Les deux premiers des Problêmes suivans ne sont uniquement que ceux de M. Bernoulli pris plus généralement; mais le troisieme est extrêmement different, & beaucoup plus difficile. Il ne paroit pas d'abord de la même sorte, on pourroit croire même qu'il est de ceux qui sont résolus par une seule Equation; mais cependant il y a une infinité d'Equations de formes differentes qui le résolvent, & je donne la maniere de les trouver. La principale difficulté de ce Problême consistoit à trouver ce qu'il avoit de commun avec les deux premiers: j'espere que la méthode que j'employe pour cela pourra servir à beaucoup d'autres Problêmes.

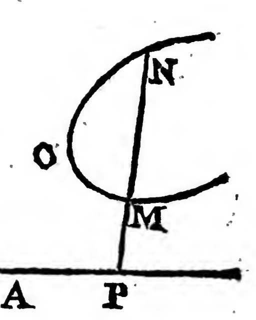
PROBLEME I.

On demande la courbe MON, *que chacune d'une infinité de droites* PMN, *paralleles entre elles, & terminées par l'axe* AP, *coupe de façon que la relation entre* PM *&* PN *soit exprimée par une Equation donnée?*

SOLUTION.

Puisque les droites *PMN*, qui sont les ordonnées de la courbe *MON*, sont rencontrées

trées en deux points *M* & *N*, l'Equation de cette courbe doit être telle que si on la résout pour avoir la valeur de l'ordonnée exprimée en abscisse, on trouve deux valeurs en même tems, l'une de *PM*, & l'autre de *PN*. Je cherche donc ce qui peut entrer dans l'expression de l'ordonnée pour qu'elle puisse avoir deux valeurs; ce ne peut être que quelque quantité radicale. Ainsi le Problême se réduit à trouver des quantités dans lesquelles il y ait des radicaux qui, selon que l'on prendra le signe + ou le signe —, donnent deux valeurs telles qu'étant substituées dans l'Equation donnée, l'une à la place de *PM*, & l'autre à la place de *PN*, elles résolvent cette Equation.



Pour cela, on n'aura qu'à prendre une forme de fonction dans laquelle il y ait un radical que l'on supposera inconnu, & toutes les autres quantités connues & prises à volonté, puis substituer les deux valeurs que l'on peut avoir en prenant ce radical en + ou en — dans l'Equation donnée, & chercher la valeur de ce radical, comme on fait pour dégager une inconnue; ensuite ayant trouvé ce radical, on le mettra dans la fonction qu'on avoit choisie pour la valeur de l'appliquée de la courbe cherchée. Alors si on prend le signe + on aura l'Equation de la branche composée des points *N*, & si on prend le signe — on

aura celle des points M, ou au contraire. Et en faisant évanouïr les radicaux, on aura l'Equation de la courbe entiere.

Supposons, par exemple, qu'on veuille trouver la courbe où $PM^2 + PN^2 = aa$. Je nomme AP, x; PM, y; PN, y', j'imagine que l'ordonnée de la courbe soit exprimée en général par la quantité $\Phi u \pm \sqrt{z}$ où Φu exprime une quantité quelconque composée de u & de constantes, & $\sqrt{z}$ un radical que je vais déterminer. Par ce que je viens de dire, y' sera $\Phi u + \sqrt{z}$, & y, $\Phi u - \sqrt{z}$; substituant ces deux valeurs dans l'Equation $PM^2 + PN^2 = aa$, ou $yy + y'y' = aa$, on aura $2(\Phi u)^2 + 2z = aa$; d'où l'on tire $z = \frac{1}{2}aa - (\Phi u)^2$ qui étant remis dans la valeur de l'ordonnée donnera $y' = \Phi u + \sqrt{[\frac{1}{2}aa - (\Phi u)^2]}$, & $y = \Phi u - \sqrt{[\frac{1}{2}aa - (\Phi u)^2]}$, & en faisant évanouïr les radicaux $y'y' - 2y'\Phi u = \frac{1}{2}aa - 2(\Phi u)^2$, & $yy - 2y\Phi u = \frac{1}{2}aa - 2(\Phi u)^2$ qui sont les mêmes, & qui font voir que les deux branches MO, NO, sont à la même courbe, & ont la propriété demandée. Il en sera ainsi des autres; quelque forme de fonction que l'on imagine avec des radicaux, résoudra le Problême, s'il peut être résolu. Mais il y a bien des cas où il est impossible de trouver des courbes dans lesquelles PM & PN ayent certaine relation entre elles. Ces cas sont ceux où la relation entre PM & PN n'est pas exprimée par une Equation dans laquelle ces deux quantités fassent la même fonction, il n'y a point de courbes qui résolvent le Problême alors.

La démonstration de tout ce que nous venons

nons de dire est évidente par le Lemme précédent; car les quantités dans lesquelles il entre un radical sont dans le même cas que $A+B$ & $A-B$, dont j'ai parlé dans ce Lemme; ainsi en les substituant dans une Equation où PM & PN font la même fonction, les puissances impaires du radical $\sqrt{z}$ que l'on a pris s'évanouïront, & il n'y aura plus que des z, de maniere qu'en dégageant le z de ces Equations, on en aura une valeur dont la racine quarrée pourra être mise à la place de $\sqrt{z}$. Mais si PM & PN ne font pas la même fonction, les $\sqrt{z}$ ne s'en iront pas par-tout, & l'on ne trouvera pas pour $\sqrt{z}$ une valeur qui ne soit purement qu'un radical, il y entrera des quantités rationelles auxquelles on ne pourra pas donner à volonté le signe + ou −. Pour mieux faire voir par un exemple comment il est impossible de trouver des courbes où PM & PN ne fassent pas la même fonction, supposons que l'on demande des courbes où $PM+2PN=a$; faisant $PM=\Phi u+\sqrt{z}$ & $PN=\Phi u-\sqrt{z}$, on aura $3\Phi u-\sqrt{z}=a$, d'où l'on tire $\sqrt{z}=3\Phi u-a$, qui n'est pas une quantité radicale, & qui ne peut pas par conséquent donner deux valeurs differentes à PM & PN. Si l'on vouloit trouver des courbes où $PM^2+PN\times b=aa$, en supposant toujours $PM=\Phi u+\sqrt{z}$ & $PN=\Phi u-\sqrt{z}$, on aura $(\Phi u)^2+2\Phi u\sqrt{z}+z+b\Phi u-b\sqrt{z}=aa$, dans laquelle la quantité $\sqrt{z}$ se trouveroit égale à un radical plus une quantité rationelle, & par conséquent elle ne pourroit pas être substituée pour $\sqrt{z}$ dans la fonction

$\Phi u \pm \sqrt{z}$. Mais dans toutes les Equations où $\overline{PM}$ & PN entrent de la même maniere, les termes où feront $\sqrt{z}$ fe détruiront, il n'y aura que des z, & par conféquent après avoir dégagé ces z, on aura une valeur de $\sqrt{z}$ qu'on pourra prendre en $+$ ou en $-$ pour avoir les valeurs de PM & de PN.

EXEMPLE.

Pour faire quelque application de notre Problême, fuppofons qu'on demande la courbe où $PM \times PN = A$.

Faifant PM ou PN en général $= \Phi x + \sqrt{z}$, on aura $(\Phi x)^2 - z = A$, qui donne $z = (\Phi x)^2 - A$; d'où l'Equation de la courbe eft $y = \Phi x \pm \sqrt{[(\Phi x)^2 - A]}$, ou en faifant évanouir les radicaux pour avoir l'Equation de la courbe entiere $yy - 2y\Phi x + A = 0$ qui renferme une infinité de courbes, car on peut mettre à la place de Φx telle fonction compofée de x & de conftantes qu'on voudra.

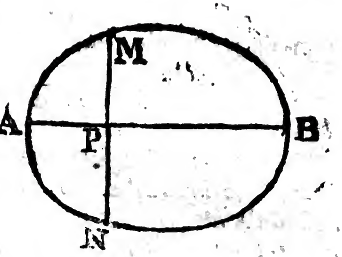
Si Φx eft feulement x, on aura $yy - 2xy + A$ qui exprime une hyperbole.

Si $\Phi x = x^m$, on a $yy - 2yx^m + A = 0$.

Si au-lieu de fuppofer $y = \Phi x \pm \sqrt{z}$, on l'avoit fait $= \sqrt[m]{(\Phi x \pm \sqrt{z})}$, le Problême auroit été réfolu de même, & l'on auroit eu $y^{2m} - 2y^m \Phi x + A^m = 0$.

Si l'on veut que le produit des fegmens, au-lieu d'être conftant, foit égal au produit des fegmens PA & PB, la méthode fera la même: au-lieu de fuppofer $(\Phi x + \sqrt{z}) \times (\Phi x - \sqrt{z}) = A$, il faudra l'égaler à $-(bx$

$-xx$), (b étant la valeur de AB). Je mets cette quantité en moins, parce que dans la Figure la partie PN eſt en deſſous, & par conſéquent négative.



Par la réduction, il viendra $\Phi x^2 - z = -bx + xx$, d'où l'on tire $z = (\Phi x)^2 - xx + bx$, & par conſéquent $y = \Phi x \pm \sqrt{[(\Phi x)^2 - xx + bx]}$ ou $yy - 2y\Phi x = bx - xx$ qui exprime une infinité de courbes qui ont la propriété demandée. On en trouvera encore autant d'autres que l'on voudra, ſelon les differentes formes de fonctions qu'on imaginera, où il entrera un radical. Dans cette Equation, pour que b exprime la droite AB qui eſt rencontrée aux points A & B par la courbe demandée, il faut que ſi l'on fait $x = 0$ & $= b$, y ait dans ces deux cas, une valeur $= 0$: c'eſt ce qui arrive effectivement, car l'on a, ſoit que $x = 0$ ou $= b$, $yy - 2y\Phi x = 0$, d'où l'on tire $y - 2\Phi x = 0$ & $y = 0$.

Pour trouver le cercle parmi toutes les courbes précédentes, il faut faire $\Phi x = a$, & l'on a $yy - 2ay = bx - xx$ qui exprime un cercle, quand l'angle MPA eſt droit.

Si l'on vouloit que $PM \times PN$ fût égal en général à quelque fonction que ce ſoit de x & de conſtantes, la méthode iroit encore, & même on pourroit ſuppoſer de plus la relation entre PM & PN telle que l'on voudroit, pourvu que ces deux quantités fiſſent

 la

la même fonction dans l'Equation, qui exprimeroit leur relation.

PROBLEME II.

Soit A *un point fixe que l'on prendra pour le pole d'une infinité de droites comme* AMN, *on demande les courbes* MN *que toutes ces droites coupent en deux points* M & N, *de telle façon que la relation entre* AM & AN *soit exprimée par une Equation où elles fassent la même fonction.*

SOLUTION.

On prendra la droite *AP* pour axe, & l'on abbaissera des points *M* & *N* des perpendiculaires *MP* & *NQ*; *AP*, x, & *PM*, y, seront les coordonnées du point *M*, & *AQ*, x', & *QN*, y', seront celles du point *N*.

Ensuite on nommera t la quantité $\frac{PM}{AP}$ ou $\frac{QN}{AQ}$ qui exprime la tangente de l'angle *MAP*, & par conséquent la position de la droite *AMN*. On nommera aussi les droites *AM* & *AN* qui sont les segmens de la sécante *AMN*, u & u'.

Cela fait, pour avoir des courbes où *AM* & *MN* ayent la relation donnée, on suppo-fera.

ſera que u en général eſt une fonction de t qui ait deux valeurs en même tems, c'eſt-à-dire, une fonction où il entre des radicaux; & ſubſtituant à la place de u & de u' les deux differentes valeurs que l'on a en prenant le ſigne $+$ ou le ſigne $-$, on déterminera le radical comme dans le Problême précédent, de ſorte que l'on aura une valeur de u en t. Si l'on ſe contenoit d'une Equation de cette nature pour exprimer la courbe MN, le Problême ſeroit réſolu. Mais ſi l'on veut avoir l'Equation en x & en y, on ſe ſervira des Equations $xx+yy=uu$ & $\frac{y}{x}=t$, par le moyen deſquelles on chaſſera u & t.

Suppoſons que Πt ſoit la valeur de u, on aura $x=\frac{\Pi t}{\sqrt{(1+tt)}}$ & $y=\frac{t\Pi t}{\sqrt{(1+tt)}}$ qui peuvent ſervir à examiner la courbe, & à déterminer le nombre de ſes branches, auſſi-bien que l'Equation en x & en y.

Exemple.

Suppoſons que l'on veuille trouver les courbes où $(AM)^m+(AN)^m=1$, on prendra $u^m=\Phi t+\sqrt{z}$ & $u'^m=\Phi t-\sqrt{z}$, qui étant ſubſtitués, donneront $2\Phi t=1$ où il n'y a point de z, ce qui marque qu'on peut prendre pour z tout ce que l'on veut; ainſi $u^m=\frac{1}{2}\pm\sqrt{(\Delta t)}$ marque une infinité de courbes qui ont la propriété demandée.

En

En faisant évanouïr les radicaux, on aura $u^{2m} - u^{m} + \frac{1}{4} = \Delta t$, dans laquelle si l'on met à la place de u & de t leurs valeurs en x & en y, on aura l'Equation de la courbe exprimée par ses coordonnées. Si on veut que l'Equation soit semblable à celle que M. Bernoulli donne pour ces courbes dans les Journaux de Leipsick 1696 & 1697, où les hypothénuses des coordonnées servent d'abscisse, les ordonnées étant conservées les mêmes; je supposerai que t, au-lieu d'exprimer la tangente de l'angle MAP, en exprime le sinus, ce qui peut se faire à cause que le sinus marque aussi-bien la position de la droite AM que la tangente; alors l'ordonnée PMy sera $= ut$, d'où l'on tire $t = \frac{y}{u}$, qui étant substitué dans l'Equation précédente, donnera $u^{2m} - u^{m} = (\Delta \frac{y}{u}) - \frac{1}{4}$ qui est infiniment plus générale que celle de Mrs. Bernoulli, Leibnitz & de l'Hôpital. Qu'on suppose seulement $(\Delta \frac{y}{u} = \frac{by}{u} + \frac{1}{4}$, on aura $u^{2m+1} - u^{m+1} = by$, qui est celle de M. Leibnitz, & en faisant $(\Delta \frac{y}{u}) = \frac{b^{\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}}}{u^{\frac{1}{n}}} + \frac{1}{4}$, on a $u . \overline{u^{2m} - u^{m}}^{n} = by$, qui est celle de Mrs. Jaques Bernoulli & de l'Hôpital.

Dans

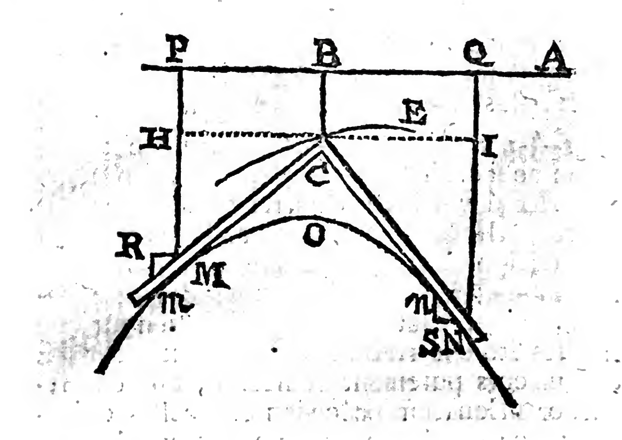
Dans cet exemple, on a pris $u^m = \Phi t + \sqrt{z}$ qui a donné un calcul fort ſimple. Si on avoit pris ſeulement $u = \Phi t + \sqrt{z}$, comme cela étoit plus naturel d'abord, on auroit eu $(\Phi t + \sqrt{z})^m + (\Phi t - \sqrt{z})^m = 1$, de laquelle on ne ſauroit tirer la valeur de z en général. Et il y a bien d'autres cas de relations entre PM & PN où on arriveroit par la ſuppoſition de u égale à une quantité, comme $\Phi t + \sqrt{z}$ a des Equations de cette nature. Cependant comme on eſt bien ſûr que ſi elles étoient réſolues, on auroit pour $\sqrt{z}$ des valeurs purement radicales, on peut regarder l'Equation précédente & celles qui arrivent en pareil cas, comme réſolvant le Problême, quoiqu'on n'en puiſſe pas dégager le z pour avoir l'Equation de la courbe cherchée. On peut bien voir même qu'elle peut ſervir à décrire la courbe, quel que ſoit m, car par la Géométrie de Deſcartes on peut apprendre à réſoudre par des conſtructions géométriques une Equation comme la précédente, ce qui prouve la généralité de la méthode.

PROBLEME III.

Trouver les courbes MON *autour deſquelles faiſant gliſſer l'équerre* MCN, *le ſommet* C *de cette équerre ſoit toujours dans la courbe donnée* EC.

SOLUTION.

Soient M & N deux differens points de la courbe



courbe MON touchés par les deux jambes de l'équerre MCN; MP, PA, NQ, QA, les coordonnées correſpondantes à ces deux points; MRm & SNn, leurs triangles differentiels; CB & AB, les coordonnées de la courbe EC pour le point C, qui eſt le ſommet de l'équerre, & en même tems un point quelconque de la courbe EC, HCI, une parallele à l'axe AP.

Je fais $AP = x$ $\quad AQ = x'$.
$PM = y$ $\quad QN = y'$.
$RM = dx$ $\quad SN = dx'$.
$Rm = dy$ $\quad Sn = -dx'$.
$AB = u$, BC, qui eſt l'ordonnée de la courbe EC, ſera donné en u, ainſi je le fais $= \Phi u$, d'où il vient

$$HC = x - u \quad IC = u' - x'.$$
$$HM = y - \Phi u \quad IN = y' - \Phi u.$$

Enſuite les triangles HCM, RMm, NnS, CIN, donnent

(A)

$(A)\ \frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u}$ & $- \frac{dy'}{dx'} = \frac{y' - \Phi u}{u - x'}$

ou $(B)\ \frac{dy'}{dx'} = \frac{y' - \Phi u}{x' - u}$.

Et l'angle *MCN* étant droit, les triangles *RMm*, *NnS*, feront femblables, ainfi l'on aura $dy : dx :: dx' : -dy$, donc $-dydy' = dxdx'$, ou $(C)\ \frac{dy}{dx} \times \frac{dy'}{dx'} = -1$.

Cette Equation avec les deux autres ne fuffit pas pour avoir celle de la courbe *MON*, car il y a cinq variables. On voit bien que fi l'on avoit de plus une Equation entre x & y qui exprimât la branche de la courbe qui eft touchée par le côté *MC* de l'équerre, on auroit l'Equation de l'autre branche, dont les coordonnées font x' & y'. La difficulté du Problême eft donc de trouver une Equation entre x & y, telle que celle qui en proviendra entre x' & y' par le réfultat des Equations précédentes foit la même.

Pour exprimer cette derniere condition du Problême, j'abandonne pour un moment la façon ordinaire de prendre les Equations des courbes ; j'en cherche une entre la quantité $\frac{dy}{dx}$ & la quantité u, c'eft-à-dire, que je prends la droite *AB* pour abfciffe, & la tangente de l'angle *HCM* pour ordonnée. Il eft bien fûr que lorfqu'on aura cette Equation, on en trouvera une entre x & y avec le fecours des Equations précédentes. Je fuppofe que cette Equation m'eft donnée, & j'examine quelle propriété elle doit avoir ; elle doit

doit être telle que, pour un même u, on trouve à la fois deux valeurs de $\frac{dy}{dx}$, l'une qui exprime la tangente de l'angle *HCM* que j'ai déja appellé simplement $\frac{dy}{dx}$, & l'autre qui soit la valeur de la tangente de l'angle *ICN* que j'ai appellé $\frac{dy'}{dx'}$, c'est-à-dire, qu'en résolvant cette Equation, on doit trouver pour la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en général, une fonction de u susceptible de deux valeurs qui ayent entre elles la relation exprimée par l'Equation (*C*). Je cherche ensuite quelle forme doit avoir cette fonction de u.

Pour cela, je prends, ainsi que dans les Problêmes précédens, une quantité où les radicaux entrent de la façon la plus simple, c'est à-dire une fonction composée de deux membres, dont l'un soit un radical, & l'autre une quantité quelconque sans radicaux, ou au moins dans laquelle il n'entre que des radicaux impairs. J'écris ainsi cette quantité $\Theta u + \sqrt{z}$ qui donnera pour sa seconde valeur $\Theta u - \sqrt{z}$, & je cherche à déterminer z de façon que ces deux valeurs mises à la place de $\frac{dy}{dx}$ & de $\frac{dy'}{dx'}$ résolvent l'Equation (*C*).

Les substitutions faites donneront $(\Theta u)^2 - z = -1$, d'où l'on tire $z = (\Theta u)^2 + 1$, & remettant cette valeur à la place de z dans $\Theta u + \sqrt{z}$, elle deviendra $\Theta u + \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1]}$

$+1] = \frac{dy}{dx}$ & $\Theta u - \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1]} = \frac{dy'}{dx'}$, c'est-à-dire, que la quantité $\frac{dy}{dx}$ est en général dans la courbe $\Theta u \pm \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1.]}$ Ce qui donne une 4me. Equation, qui avec les trois *A*, *B*, *C*, résoudra entierement le Problême. Pour le bien démontrer, nous allons, par le moyen de cette Equation & de l'Equation (*A*), trouver les valeurs de x & de y en u; & de même par le moyen de l'Equation que donne la valeur de $\frac{dy'}{dx'}$ & de l'Equation (*B*) nous trouverons les valeurs de x' & de y' en u; & l'on verra alors que les valeurs de x & de y ne differeront de celles de x' & de y' que par les signes $+$ & $-$ des quantités radicales, & qu'en les faisant évanouïr, les Equations qui en viendroient seroient absolument les mêmes.

Comme les Equations *A* & *B* ont absolument la même forme, il suffira de se servir de l'Equation *A* & de la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en général; & pour abréger, au-lieu de la fonction $dy = \Theta u \pm \sqrt{(\Theta u^2 + 1)}$, nous mettrons simplement Πu. Nous aurons donc $\frac{dy}{dx} = \Pi u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u}$, d'où l'on tirera

$$(E).\ x\Pi u - u\Pi u = y - \Phi u \text{ \& } \frac{dy}{dx} = \Pi u$$

$$\text{ou } dy = dx\,\Pi u.$$

En differenciant la premiere de ces deux Equations, & y substituant pour dy la valeur que

que donne la feconde, on aura $dx\,\Pi u - \Pi u\,du = \Pi u\,dx - du\,\Xi u - x\,du\,\Delta u + u\,du\,\Delta u$ (je fuppofe que $du\,\Delta u$ & $du\,\Xi u$ foient les differences de Πu & de Φu) ou à caufe que $dx\,\Pi u$ fe détruit de part & d'autre, & que toute l'Equation fe divife par du

$$(F)\; x = \frac{\Pi u + u\,\Delta u - \Xi u}{\Delta u}$$ qui étant fubftituée dans l'Equation (E) donnera

$$(G)\; y = \frac{(\Pi u)^2 - \Xi u\,\Pi u + \Phi u\,\Delta u}{\Delta u},$$ ce qui donne la réfolution générale de l'Equation A. Il n'y a plus qu'à remettre dans ces Equations pour Πu fa valeur $\Theta u \pm \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1]}$, & l'on aura, felon que l'on prendra le figne $+$ ou le figne $-$ des quantités radicales, la valeur de x & de y ou de x' & de y', & en faifant évanouïr les radicaux & chaffant u, une Equation qui exprimera également les deux branches de la courbe MON.

REMARQUE.

Dans la façon précédente de traiter les Equations A & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$, on évite le calcul intégral: cependant ce calcul paroît d'abord néceffaire pour les réfoudre, & même dans un autre chemin qui fe préfente pour parvenir à la folution, on arrive à une Equation entre y & x, dx & dy, qui fembleroit demander bien plus vifiblement le calcul intégral. Ce chemin eft de réfoudre par le moyen de l'Equa-

l'Equation $\frac{dy}{dx} = \Pi u$, la valeur de u en $\frac{dy}{dx}$, & ensuite de la substituer dans l'Equation A; alors on arrive à une Equation en dx, dy, y, x, dont l'intégrale devroit être la solution des Equations A & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$: cependant cette solution, par le calcul intégral, ne peut pas être la même que la précédente, car elle doit renfermer une constante que l'on ajoute toujours en intégrant. Il reste à voir si cette Equation intégrée ne seroit point plus générale que celle que l'on a par l'autre méthode, & si elle ne la renfermeroit pas par la détermination de la constante ajoutée; mais comme on ne peut pas suivre cette seconde méthode en général, à cause que l'on ne connoit la quantité Πu que dans chaque exemple particulier, il vaut mieux reprendre la premiere méthode, & examiner si quelque chose pourroit l'empêcher d'être générale.

Premierement le procédé du calcul jusqu'à l'Equation $x\Delta u du - \Pi u du - u du \Delta u = - \Xi u du$ n'empêche surement pas cette Equation d'être aussi générale que tout ce qui peut provenir des Equations A & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$. Mais dans la réduction de cette Equation à $x\Delta u - \Pi u - u\Delta u = - \Xi u$ qui se fait en divisant tout par du, on prend une Equation qui n'est pas la seule, car on pourroit aussi tirer $du = 0$, c'est-à-dire, $u =$ à une constante quelconque a. Remettant donc pour u cette valeur dans l'Equation E, on aura $x\Pi a - a\Pi a = y - \Phi a$ qui appartient toujours à une ligne droite, &

& ne renferme point les Equations trouvées par la premiere méthode. Ainsi il se rencontre dans ce cas deux solutions à la fois des mêmes Equations, differentes l'une de l'autre. Mais la premiere est la seule qui soit véritablement la solution du Problême précédent; car la seconde, au-lieu de donner les courbes touchées par l'équerre, n'exprime que les droites qui sont les branches de cette équerre.

Présentement je vais donner quelques exemples où l'on verra encore mieux comment le calcul intégral ne donne jamais que les lignes droites exprimées par l'Equation générale $x\,\Pi a - a\,\Pi a = y - \Phi a$, & comment les Equations trouvées par la premiere méthode échappent à l'intégration.

Supposons que les fonctions Πu & Φu soient chacune simplement u, Δu & Ξu seront égales à 1, d'où les Equations $\frac{dy}{dx} = \Pi u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u}$ se changeront en $\frac{dy}{dx} = u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y - u}{x - u}$ qui donneront $x\,dy\,dx - dy^2 = y\,dx^2 - dy\,dx$ ou $dy^2 - dy\,dx - x\,dy\,dx = -y\,dx^2$, & par conséquent

$$dy - \frac{dx + x\,dx}{2} = dx\sqrt{\left[-y + \left(\frac{1+x}{2}\right)^2\right]}$$

ou $dx = \dfrac{dy - \frac{dx + x\,dx}{2}}{\sqrt{\left[-y + \left(\frac{1+x}{2}\right)^2\right]}}$, dont l'intégrale est $x + a = -2\sqrt{\left[-y + \left(\frac{1+x}{2}\right)^2\right]}$, ou

en

en réduisant $2ax - 2x = -4y + 1 - aa$, ou $\left(\frac{1-a}{2}\right)x = y + \frac{aa-1}{4}$, Equation à la ligne droite, qui est positivement la même que celle que l'on auroit trouvée par la substitution de a à la place de Πa & de Φa dans $x \Pi a - a \Pi a = y - \Phi a$ que l'on a prouvé être l'Equation générale qui proviendroit par l'intégration des Equations A & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$: il y a seulement à remarquer que la lettre a ajoutée n'est pas la même, mais que l'a de l'une vaut $\frac{1-a}{2}$ de l'autre.

Mais si l'on se sert de la premiere méthode, en substituant u pour Πu & Φu, on aura par les Equations générales F & G, $x = 2u - 1$ & $y = uu$, d'où l'on tirera $4y = xx + 2x + 1$ qui est à une parabole.

Si l'on reprend maintenant l'Equation

$$dx = \frac{dy - \frac{dx + xdx}{2}}{\sqrt{[-y + (\frac{1+x}{2})^2]}}$$

qui par son intégration a donné une ligne droite, on verra que la parabole de l'Equation $4y = xx + 1x + 1y$ la résout aussi, quoiqu'elle ne soit point renfermée dans l'intégrale; car en substituant $y = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2$ que donne cette Equation à la parabole dans l'Equation differentielle, le numérateur & le dénominateur deviennent zéro, à cause que le premier est la

 diffe-

differentielle du second, & de cette façon dx peut être égal au quotient; d'où l'on voit donc que l'Equation $xdydx - dy^2 = ydx^2 - dydx$ provenue des Equations $\frac{dy}{dx} = u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y-u}{x-u}$ étoit susceptible de deux solutions differentes, dont l'une se trouve renfermée dans l'intégration, & l'autre en est indépendante.

Soit $\Pi u = \frac{u}{a+u}$ & $\Phi u = 0$, on aura par les Equations $\frac{dy}{dx} = \Pi u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y-\Phi u}{x-u}$,

$\frac{dy}{dx} = \frac{x - \frac{ydx}{dy}}{a+x-\frac{ydx}{dy}}$ ou $ady^2 + xdy^2 - ydydx = xdxdy - ydx^2$ ou $dx^2 - \left(\frac{xdy+ydy}{y}\right) dx = -\frac{xdy^2+ady^2}{y}$, d'où l'on tire $dx - \frac{xdy+ydy}{2y} = dy\sqrt{\left[\left(\frac{x+y}{2y}\right)^2 - \frac{4xy+4ay}{4yy}\right]}$, ou $2ydx - xdy - ydy = dy\sqrt{(xx - 2xy + yy - 4ay)} = dy\sqrt{y}\sqrt{\left[\left(\frac{x-y}{\sqrt{y}}\right)^2 - 4a\right]}$, ou $\frac{dy}{y}\sqrt{\left[\left(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y}\right)^2 - 4a\right]} = \frac{2ydx - xdy - ydy}{y\sqrt{y}}$,

ou (a) $\frac{dy}{2y} = \frac{\frac{dx\sqrt{y} - \frac{xdy}{2\sqrt{y}}}{y} - \frac{dy}{2\sqrt{y}}}{\sqrt{\left[\left(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y}\right)^2 - 4a\right]}}$ dont l'intégrale est

lb+

$lb + \frac{1}{2} ly = l\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} + \sqrt{[(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y})^2 - 4a]}$,

ou en repassant aux nombres $b\sqrt{y} = \frac{x}{\sqrt{y}}$

$- \sqrt{y} + \sqrt{[(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y})^2 - 4a]}$ qui donne, après la réduction, $bby - 2bx + 2by = -4a$, Equation à une ligne droite. Mais si l'on reprend l'Equation (a), on verra que le numérateur étant la difference du dénominateur, le dénominateur peut être supposé $=0$, & l'Equation $\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} = \sqrt{4a}$ qui en provient, résout aussi l'Equation (a), & exprime une ligne courbe. Si on substitue dans les formules F & G, à la place de Φu & de Πu, leurs valeurs, & qu'on les réduise ensuite, on arrivera à la même Equation, de même que l'Equation générale $x\Pi a - a\Pi a = y - \Phi a$ ne contiendroit que la ligne droite exprimée par l'Equation $bby - 2bx + 2by = -4a$.

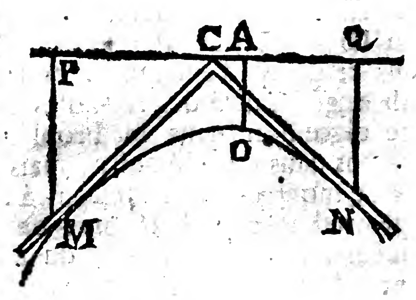
Il en seroit de même, quelque fonction que l'on prît pour Πu & Φu. Je suis entré dans ce détail d'exemples, pour mieux faire voir la généralité des formules F & G. C'est une digression dans le Problême que nous traitons dans ce Mémoire, mais j'ai été bien aise de montrer cette singularité de calcul qui s'est présentée d'elle-même ; on pourroit l'énoncer, indépendamment du Problême présent, de cette maniere. Il y a des Equations differentielles capables d'avoir deux solutions differentes l'une de l'autre, dont l'une (& même dans ce cas-ci la plus générale) n'a pas besoin du calcul intégral ; telles sont les

Equations précédentes $x\,dy\,dx - dy^2 = ydx^2 - dy\,dx$ à laquelle $4y = xx + 2x + 1$ & $2ax - 2x = -4y + 1 - aa$ satisfont également, & $a\,dy^2 + x\,dy^2 - y\,dy\,dx = x\,dx\,dy - y\,dx^2$ qui donne pour solutions $\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} = \sqrt{4a}$ & $bby - 2bx + 2by = -4a$.

En général $\frac{d(\Phi xy)}{\Phi xy}$ = à une fonction quelconque de x, y, dx, dy, feroit de cette nature; intégrée, elle donneroit une Equation, & sans aucune intégration $\Phi xy = 0$ feroit l'autre.

Il y a encore d'autres Problêmes où cette singularité se rencontre, mais ce feroit sortir de l'objet de ce Mémoire que de s'étendre davantage là-dessus. Je réserve un plus long détail pour un autre Mémoire.

EXEMPLE I.



Supposons que la courbe *EC* devienne la ligne droite *ACP*, pour avoir les courbes *MON*, autour desquelles faisant glisser l'équerre *MCM*, le sommet *C* de cette équerre soit toujours dans la droite *PQ*, il faudra faire évanouir la quantité Φu, & par conséquent aussi

aussi Ξu dans les Equations précédentes F & G, parce que cette valeur exprimoit l'ordonnée BC qui est devenue nulle; les Equations se réduiront à $x = \frac{\Pi u}{\Delta u} + u$ & $y = \frac{(\Pi u)^2}{\Delta u}$, dans lesquelles substituant pour Πu quelqu'une des fonctions exprimée généralement par $\Phi u \pm \sqrt{(1 + \Phi u)^2}$ que nous avons trouvé précédemment; & pour Δu, la difference de cette quantité dont on a ôté le du, on aura deux Equations, d'où ayant chassé u, il en viendra une en x & y qui exprimera une courbe qui aura la propriété demandée.

De cette maniere les formules F & G deviendront, en supposant que $du \Xi u$ soit la difference de Φu, $x = \frac{u \Xi u \pm \sqrt{[1 + (\Phi u)^2]}}{\Xi u}$

& $y = [\Phi u \pm \sqrt{(1 + (\Phi u)^2)}] \times \pm \frac{\sqrt{[1 + (\Phi u)^2]}}{\Xi u}$

qui détermineront une des courbes cherchées aussi-tôt que l'on aura mis pour Φu une fonction de u quelconque, & pour Ξu sa difference dont on aura ôté du. En prenant le signe $+$, on aura la branche touchée par un côté de l'équerre, & en prenant le signe $-$, ce sera l'autre. Mais en faisant évanouïr u, on aura l'Equation en x & en y qui exprimera la courbe entiere.

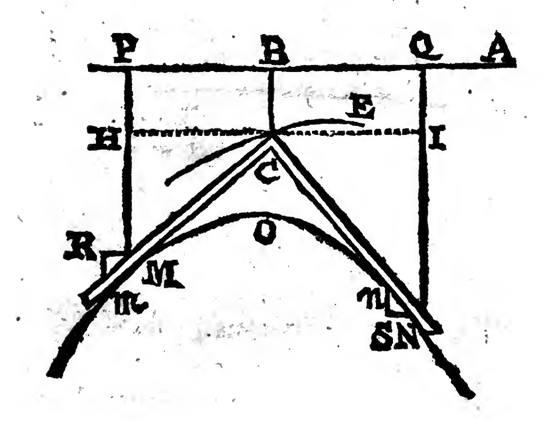
Que Φu soit simplement u, les Equations deviendront $x = u \pm \sqrt{(1 + uu)}$ & $y = [u \pm \sqrt{(1 + uu)}] \times \sqrt{(1 + uu)}$. On tire de la premiere $u = \frac{xx - 1}{2x}$, qui étant substituée

 dans

dans la seconde, donnera $y = \frac{xx+1}{2}$ qui exprime une parabole dont la directrice est AC & le sommet O distant de la directrice de $\frac{1}{2}$.

Si l'on fait $\Phi u = uu$, & par conséquent $\Xi u = 2u$, on aura $x = \frac{2uu \pm \sqrt{(1+u^4)}}{2u}$ & $y = [uu + \sqrt{(1+u^4)}] \times \frac{\sqrt{(1+u^4)}}{2u} = \frac{uu\sqrt{(1+u^4)}+1+u^4}{2u}$; d'où faisant évanouir u, on aura l'Equation d'une autre courbe qui satisfait au Problême, & ainsi des autres.

EXEMPLE II.



Soit pris pour la courbe EC, une parabole dont l'axe soit AP le sommet A, & le parametre 1, Φu sera égale à uu, & Ξu à $2u$; ainsi mettant ces valeurs dans les Equations F & G,

F & *G*, elles deviendront $x = \frac{\Pi u + u \Delta u - 2u}{\Delta u}$ & $x = \frac{(\Pi u)^2 - 2u \Pi u + uu \Delta u}{\Delta u}$ dans lesquelles il n'y a plus qu'à mettre pour Πu quelqu'une des fonctions exprimées par $\Xi u \pm \sqrt{[1 + (\Xi u)^2]}$. Je me servirai encore de $u + \sqrt{(1 + uu)}$ qui donne $\Delta u = \frac{u + \sqrt{(1 + uu)}}{\sqrt{(1 + uu)}}$, & qui change par conséquent les Equations précédentes en $x = \frac{1 + 2uu}{u + \sqrt{(1 + uu)}}$ & $y = 1 + 2uu - u\sqrt{(1 + uu)}$, d'où faisant évanouïr u, on aura une Equation entre x & y qui sera celle d'une courbe autour de laquelle faisant glisser une équerre, le sommet est toujours dans une parabole. On en trouvera une infinité d'autres, en mettant à la place de Πu d'autres fonctions renfermées dans l'expression générale $\Xi u + \sqrt{[1 + (\Xi u)^2]}$.

